ŒUVRES
DU
R. P. IGNACE-GASTON
PARDIES,

De la Compagnie de JESUS.

CONTENANT

1. Les Elemens de GEOMETRIE.
2. Un discours du MOUVEMENT LOCAL.
3. La STATIQUE, ou la Science des FORCES MOUVANTES.
4. Deux Machines propres à faire les QUADRANS.
5. Un Discours de la CONNOISSANCE DES BÊTES.

Augmenté dans cette nouvelle Edition d'une Table pour l'intelligence des Elemens de Geometrie, selon Euclide.

A LYON,
Chez les Freres BRUYSET, ruë Merciere, au Soleil.

M. DCCXXV.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A

MESSIEURS
DE
L'ACADEMIE
ROYALE.

MESSIEURS,

Mon dessein n'est pas seulement de vous dedier cet Ouvrage, comme à de puissans Protecteurs; mais c'est de vous le presenter comme à des Juges Souverains. Il est vrai qu'en France nous n'avons pas de cette sorte de *judicature que l'on voit à la Chine, où une Cour composée de Sçavans Mathematiciens, juge en dernier ressort de tout ce qui regarde les Mathematiques, qui sont en ce païs-là une des plus importantes affaires de l'Etat. Si les loix du Royaume ne nous ont point donné cette jurisdiction, vous l'avez,* MESSIEURS, *par vôtre propre mérite; & à considerer les personnes qui composent vôtre Societé, nous pouvons dire que ce n'est pas seulement une assemblée de ce qu'il y a de plus habiles hommes en Europe; mais que c'est une Cour souveraine, dont les jugemens peuvent passer pour autant d'Arrêts parmi les Sçavans. Que peut-on dire, quand on voit ce grand édifice qui s'éleve avec tant de magnificence, sinon que c'est un Palais qu'on bâtit pour un nouveau Tribunal, & que le Roy qui surpasse les Empereurs Chinois dans la structure de ce bâtiment, veut peut-être* *imiter leur politique dans l'érection de cette nouvelle Compagnie ? Vous ſçavez ,* MESSIEURS, *que le Tribunal des Mathematiques de la Chine ſe tient ordinairement dans deux Obſervatoires , qui ſont tout auprès des deux Villes Imperiales. Ceux qui nous en ont fait la deſcription , nous diſent qu'on ne voit rien en Europe de comparable , ſoit pour la magnificence du lieu , ſoit pour la grandeur des machines de bronze qui ſont faites depuis ſept cens ans , & qui étant exposées depuis plusieurs ſiécles ſur les plates-formes de ces grandes tours, ſont encore auſſi entieres & auſſi nettes , que ſi elles ne faiſoient que de ſortir de la fonte. Les diviſions en ſont tres-exactes , la diſpoſition tres-propre à obſerver, tout l'ouvrage tres-délicat : en un mot il ſembloit que la Chine inſultoit à toutes les autres nations , comme ſi avec toute leur ſcience & avec toutes leurs richeſſes* elles ne pouvoient produire rien de semblable. Il falloit un Roy comme le nôtre pour reparer l'honneur de l'Europe ; & il falloit des personnes comme Vous, MESSIEURS, pour employer si à propos la magnificence d'un si grand Prince, & pour faire connoître à toute la terre, que la France, sous la conduite de nos Ministres, sçait porter les choses au-delà de tout ce que peuvent entreprendre toutes les autres nations du monde. Ce ne sont pas seulement les murailles de ce superbe édifice qui me font parler de la sorte ; ceux qui aiment les lettres auront encore plus de sujet de benir le gouvernement present ; quand on verra executer ces grands desseins que vous m'avez fait l'honneur de me communiquer. Et certainement l'application avec laquelle vous vous occupez continuellement à faire des expériences de Physique, à polir les Arts, à enrichir les Mathematiques *de vos nouvelles découvertes, feront voir bien-tôt que jamais les Arts & ces belles Sciences n'ont été au point de perfection où vous les allez mettre. Je ne compte pas ici les desseins particuliers que plusieurs de vous ont bien avancez touchant l'Architecture, les Cartes de Geographie, la connoissance des Plantes, l'Anatomie, le Mouvement, l'Optique, & l'Astronomie. Je ne compte pas non plus cette belle Observation qui va paroître en public touchant la grandeur de la Terre. A juger par l'excellence des instrumens dont l'Auteur s'est servi, par son industrie à les manier, par la justesse de toutes ses operations, & par la connoissance parfaite qu'il a de la Geometrie, on est déja tres-persuadé que ce doit être un ouvrage accompli. Tout cela,* MESSIEURS, *& plusieurs autres choses que je passe, font voir que vous êtes en effet nos Juges, & que vous avez droit* *de prononcer ſur nos Sciences. Agréez donc cet aveu public que je fais ; & puiſque l'integrité des Juges les plus ſeveres ne nous empêche pas de les ſolliciter quelquefois, ſouffrez qu'en vous preſentant cet Ouvrage, je vous le recommande, & que pour vous porter à le traiter favorablement, je vous aſſure qu'il vient d'une perſonne qui a pour vous tout le reſpect imaginable. C'eſt,*

MESSIEURS,

Vôtre tres-humble, & tres-obéïſſant Serviteur, PARDIES.

PREFACE
DES ELEMENS
DE
GEOMETRIE.

CEux qui compareront la petitesse de cet Ouvrage, avec la grandeur de son titre, seront peut-être d'abord rebutez par la disproportion qui paroît entre l'un & l'autre ; & il y a sujet de craindre qu'ils ne prennent toutes ces promesses si extraordinaires, que pour des expressions trop hardies d'une personne qui s'engage aisément à faire ce qu'elle ne sçauroit executer : mais je les supplie de vouloir un peu suspendre leur jugement, & de considerer qu'on ne donne ici que la moitié de ces Elemens, & que des seize livres qu'ils doivent contenir, on n'en publie maintenant que neuf, parce que les autres expliquant ce qu'il y a de plus profond & de plus relevé dans les inventions extraordinaires de la Geometrie, ne sont pas si necessaires à ceux qui veulent commencer à apprendre cette Science. Cependant, dans ces premiers livres, on ne laisse pas de traiter ce qu'il y a de beau dans les quinze livres d'Euclide, & outre cela, ce qu'Archimede a démontré de la quadrature du cercle, les Lunes d'Hipocrate, les Logarithmes, les Sinus, & quelques autres choſes de cette nature. On y verra les proprietez merveilleuſes des nombres qu'Euclide a démontrées dans le ſeptiéme, le huitiéme & le neuviéme de ſes Elemens. On y apprendra la démonſtration des *Grandeurs immenſurales*; qui eſt peut-être l'effort le plus grand dont l'eſprit humain ſoit capable, puiſqu'allant foüiller juſques dans la poſſibilité des choſes, il découvre avec tant de clarté ce qui eſt & ce qui n'eſt pas; & que dans la multitude infinie des comparaiſons qu'il regarde toutes comme poſſibles entre deux grandeurs, il démontre avec une aſſurance inébranlable, que Dieu même n'en voit pas une capable de fournir une commune meſure de ces deux grandeurs. Mais ſi cette démonſtration eſt belle, il faut avoüer qu'elle eſt bien difficile : ceux à qui nous avons l'obligation d'une ſi grande découverte, ne nous ont point montré d'autre route que celle qu'ils ont tenuë eux-mêmes, ſoit qu'en effet ils n'en ayent point connu d'autre, ſoit qu'ils ayent voulu par là nous faire experimenter une partie de leur peine, & nous faire goûter en même-temps avec d'autant plus de plaiſir les délices de ce nouveau monde, que nous aurons eu plus de peine à y parvenir. Quoiqu'il en ſoit, ce chemin eſt ſi long & ſi plein de difficultez, qu'il ſe trouve fort peu de perſonnes qui ayent eu aſſez de conſtance pour en ſupporter l'ennui, ou aſſez de force pour en ſurmonter la fatigue. Je ne ſçai ſi j'oſerai dire que j'ai été aſſez heureux pour découvrir une nouvelle route. Ce ne ſeroit pas une fort grande loüange pour moi : un matelot avanturier eſt quelquefois plus heureux à faire quelque nouvelle découverte, que le plus sage Pilote, & le hazard fait trouver même dans la tempête, ce qu'on n'auroit sçû découvrir avec toute la connoissance que l'on pourroit avoir de la Marine. Il se pourroit faire aussi que courant comme j'ai fait ces vastes mers de la Geometrie, le hazard m'auroit fait rencontrer une route nouvelle & inconnuë aux grands hommes qui m'ont precedé. Je ne prétens pas néanmoins m'attribuer cette bonne fortune; mais je puis bien dire du moins que la route que je tiens pour aller aux Incommensurables est très-courte & tres-aisée, & que pour peu d'attention que l'on veüille apporter à la lecture de quatre ou cinq petites pages, on comprendra parfaitement une chose que très peu de personnes, même de ceux qui se mêlent de Geometrie, sont capables d'entendre.

Après cela, je traite de diverses sortes de progressions, & j'insiste particulierement sur les deux plus celebres, qui sont la Geometrique & l'Arithmetique; & les comparant l'une avec l'autre, je traite des Logarithmes, & j'en fais voir l'artifice par le moyen d'une ligne Geometrique, qui sera très-utile pour la résolution des Problêmes d'Algebre de toutes sortes de dimensions. C'est cette ligne avec laquelle j'ai quarré autrefois l'Hyperbole; & ce qu'un de mes amis m'a fait voir depuis peu dans le sçavant Journal d'Angleterre, touchant ce qui a été publié sur cette matiére par de très-sçavans Geometres, ne m'a point surpris, & même cela m'a fait penser que ces Messieurs n'avoient pas voulu nous communiquer tout ce qu'on pourroit dire sur ce sujet. Je finis cet-ce premiere partie par la pratique de la Geometrie ; ce qui devroit faire le dernier livre de tous les Elemens. Outre les operations les plus faciles & les plus communes, j'y donne les principes pour mesurer les grandeurs & les distances des lieux inaccessibles, pour faire la carte d'une Place ou d'une Province ; pour trouver les sinus, les tangentes, & les secantes de tous les angles ; & enfin pour avoir la connoissance de tout ce qui appartient à cette partie, que l'on appelle la Geometrie pratique.

Après cela je donnerai dans tout autant de livres, l'Algebre, les Sections Coniques, les Speriques, & la Statique ; mais sur-tout j'établirai cinq ou six regles generales, desquelles ensuite, comme par des corollaires, on tire la démonstration d'une infinité de propositions qui passent pour grandes dans la Geometrie. C'est là qu'on trouvera la nature & la mesure des espaces asymptotiques, dont la connoissance est la chose du monde la plus admirable, & qui fait voir le plus clairement la grandeur & la spiritualité de nôtre ame, puisque par la seule lumiere de son esprit, penetrant au-delà de l'infini, elle découvre si clairement des choses, que nulle experience sensible ne lui peut apprendre, & qu'aucune puissance corporelle ne sçauroit seulement appercevoir. Ces espaces sont d'une étenduë actuellement infinie, compris entre deux lignes, qui étant prolongées à l'infini, ne se rencontrent jamais : d'où leur vient leur nom d'Asymptotes. Cependant on démontre que ces espaces infinis en longueur, sont néanmoins égaux à un cercle ou à une autre figure déterminée, de sorte que l'infini même, tout immense & tout innombrable qu'il est, se reduit néanmoins au calcul & à la mesure de la Geometrie, & que nôtre esprit encore plus grand que lui, est capable de le comprendre. De toutes les connoissances naturelles que l'homme peut acquerir par son propre raisonnement, sans doute la plus admirable est cette comprehension de l'infini : & je ne voi rien de plus propre à nous convaincre de l'existence de nôtre ame, & à nous faire reconnoître, qu'outre la faculté materielle que nous avons d'imaginer par le moyen des organes, nous en avons une toute spirituelle pour penser & pour raisonner, que le plus grand de tous les Philosophes appelle *une puissance independante des organes, séparée de la matiére, & venant d'ailleurs que du corps.* En effet, quelque effort que nous fassions pour imaginer l'infini, nous n'en viendrons jamais à bout ; & tandis que nous nous en tiendrons à la seule imagination, nous pourrons bien nous figurer une espace d'une vaste étenduë, mais il sera toûjours borné ; parce que l'imagination étant, à proprement parler, une puissance corporelle, qui ne nous represente rien que par des phantômes & par des images sensibles, doit être elle-même, comme le corps, bornée dans ses representations. Et comme un tableau ne sçauroit representer à nos yeux une étenduë actuellement infinie, à cause que ce qui est borné dans un certain espace, ne peut contenir ce qui n'a point de bornes ; aussi l'imagination n'étant qu'un tableau qui nous represente des images à la verité bien subtiles, mais toûjours materielles, ne sçauroit nous ſaire voir que des choſes corporelles & limitées, toute l'immenſité de l'infini ne pouvant être contenuë dans les bornes d'une peinture corporelle. L'imagination ne peut donc atteindre juſques là, que de nous repreſenter l'infini. Mais d'ailleurs, la démonſtration que nous faiſons de la nature & des proprietez de cette immenſe & infinie étenduë aſymptotique, nous convainc également que nous avons dans nous une faculté capable de nous repreſenter cette étenduë infinie. Car comme afin de meſurer avec la regle & le compas une figure repreſentée ſur du papier, il faut que j'aye cette figure preſente à mes yeux & à ma main, afin qu'appliquant l'inſtrument à ſes angles & à ſes côtez, je puiſſe en prendre toutes les dimenſions, & en déterminer ainſi la grandeur; de même afin que par la regle de ma raiſon je prenne les meſures de cet eſpace aſymptotique, il faut que j'en aye une idée intimement preſente à mon eſprit, & que ce même eſprit s'appliquant, pour ainſi dire, à cette idée & à cette figure interieure, il en prenne les dimenſions, & en détermine la grandeur, & en démontre toutes les proprietez. Il faut donc reconnoître que nous avons en nous des idées & des repreſentations claires & diſtinctes d'une étenduë infinie; & que par conſéquent cette faculté qui nous repreſente ainſi ce que nul corps ne peut repreſenter, eſt une puiſſance purement ſpirituelle & diſtincte de la matiére: de ſorte que la Geometrie, par une ſeule démonſtration, prouve également une des plus admirables proprietez de la nature, & en même-tems une des deux plus importantes veritez de la Morale.

Oserai-je passer encore plus avant, & dire que dans cette même démonstration on trouve aussi la preuve invincible de l'existence de Dieu? Je sçai que la nature divine est un abîme de lumiere, qui se repand par tout, & qui se fait sentir aux esprits les plus aveugles & les plus stupides : mais je sçai aussi jusqu'à quel point est allée l'impieté des libertins, qui ne pouvant resister à leurs propres convictions, ni se repondre à eux-mêmes, tâchent d'éluder au dehors les démonstrations des autres, en se retranchant dans l'embarras de l'éternité; & ils pensent être fort à couvert dans cette multitude infinie de causes dépendantes, & trouver toûjours lieu de fuïr dans la suite éternelle de diverses productions. Mais la Geometrie, par un exemple manifeste des asymptotes, démontre invinciblement, que même dans cette prétenduë suite des causes subordonnées & dépendantes les unes des autres à l'infini, il faut necessairement en venir à une premiere nature, qui concourant avec toutes ces causes particulieres, & correspondant à tous les tems, soit elle-même infinie & éternelle, & qui ne produisant toute seule aucune de ces causes sans le concours & sans la détermination des autres, soit néanmoins la cause generale qui produit & qui conserve toutes choses.

Peut-être, après tout, qu'on pensera que je mets ici les choses en abregé seulement, & que cette Geometrie pourra bien servir de memoires à ceux qui sçauront déja cette science, mais non pas d'instruction à ceux qui la veulent aprendre. Je déclare que cela est bien éloigné de mon intention, qui n'a jamais été de faire un abregé : j'ai toûjours pretendu faire une Geometrie qui pût servir à ceux qui commencent, & où ceux même qui n'ont jamais oüi parler de Mathematique, puissent apprendre en fort peu de tems, non seulement ce qui est le plus necessaire dans la Geometrie, mais encore ce qu'il y a de plus relevé. Je sçai qu'en cette matiére les livres les plus courts ne sont pas toûjours les plus clairs; & parmi le grand nombre de ceux qui ont voulu nous faciliter la lecture & l'intelligence d'Euclide, plusieurs en ont bien amoindri le volume; mais tous n'ont pas pour cela accourci le tems qu'il faut pour le comprendre. Entre tous les Commentateurs, le plus long, à mon avis, est Clavius, & le Pere Fournier est le plus court; je suis néanmoins persuadé qu'il faut plus de tems pour entendre passablement Euclide dans le Pere Fournier, que pour le comprendre dans Clavius : tant il est vrai que dans la Geometrie, on ne doit pas mesurer le tems de l'étude par la grandeur ou la petitesse du volume. Ainsi dans le dessein que j'ai eu de donner le moyen d'apprendre cette Science avec le plus de facilité qu'il me seroit possible, je ne me suis pas tant étudié à être court dans les écrits, qu'à me rendre intelligible dans la façon de proceder; & si ce volume paroît fort petit, cela ne vient pas tant de la brieveté des démonstrations particulieres, que de la facilité de la methode generale. Car il faut remarquer qu'une des choses qui rendent difficile & ennuyeuse la lecture d'Euclide & des Auteurs ordinaires, c'est que dans l'exactitude rigoureuse qu'ils ont de ne laisser passer sans démonstration rien de ce qui se peut démontrer, pour facile

cile qu'il paroisse d'ailleurs ; il arrive souvent que ce qui eût été clair, si on se fût contenté de le proposer à l'esprit, tel qu'il paroît naturellement, devient difficile & embarrassé, lorsqu'on veut le réduire à une démonstration réguliere. De plus, il se trouve souvent, que pour démontrer une proposition importante, Euclide employe une trés-grande suite de propositions, qui ne servent proprement à rien, qu'à prouver cette principale proposition. Si donc par la seule exposition on vient à faire appercevoir la verité, sans se mettre en peine de démontrer ce de quoi on est pleinement convaincu, & sans employer des discours qui ne semblent servir qu'à nous faire désapprendre ce que nous ne sçaurions ignorer, on s'épargnera bien de la peine. De même, si l'on peut tout d'un coup démontrer ces propositions capitales & importantes d'Euclide, sans employer cette longue suite de démonstrations, & sans tant de preparatifs, on aura sans doute le moyen de retrancher bien des choses inutiles : c'est ce que je pense avoir fait en plusieurs endroits, démontrant dans une seule proposition ce qui n'est ordinairement prouvé que par cette suite ennuyeuse d'autres propositions. Un autre moyen d'abreger, dont je me suis servi, c'est de reduire les choses sous de certains principes generaux ; ce que j'ai fait non seulement dans ce livre, ou par cinq ou six regles universelles, je démontre une infinité de grandes propositions, mais aussi en beaucoup d'autres endroits, comme lorsque traitant des Sections Coniques, je démontre les proprietez des quatre, par quelqu'une des proprietez qui est particuliere à une seule Section. Par exemple, les considerant toutes sous les proprietez de l'Ellipse, je dis que le Cercle est une ellipse, dont les deux foyers se touchent; que la Parabole est une ellipse, dont les deux foyers sont infiniment éloignez l'un de l'autre, & que l'Hyperbole est une ellipse, dont les foyers sont plus qu'infiniment éloignez : ce qui a un fort bon sens, comme je l'explique en cet endroit.

Quelqu'un, sans doute, trouvera mauvais que j'aye laissé la methode ordinaire de ranger les définitions, les principes & les propositions; & il croira peut être que je fais tort à la Geometrie, de lui ôter ce qui l'a toûjours fait passer pour la Science la plus exacte. Un autre me reprochera que j'ai encore gardé quelques vieilles façons de démontrer, après que les modernes, par cette politesse si propre au tems où nous sommes, ont donné des démonstrations bien *plus naturelles*, & ont fait voir la difference qu'il y a entre *éclairer l'esprit & le convaincre*. On me dira encore que je me suis negligé en beaucoup de choses, que j'ai avancé plusieurs propositions sans les démontrer; que je cite souvent des endroits, qui ne prouvent pas directement ce qui est en question; que je me sers indifferemment de la *Converse*, & de la proposition même. A tout cela je réponds en un mot, que dans le dessein que j'avois d'enseigner la Geometrie avec toute la facilité possible, la voye que j'ai suivie m'a semblé la plus propre : ce qui ne m'empêchera pas neanmoins de profiter des avis que les personnes intelligentes auront la bonté de me donner.

Cependant je m'apperçois, que faisant profession d'être fort court dans cet Ouvrage, je suis excessivement long dans la Préface. Ainsi, je ne m'arrête pas à faire voir les grands avantages de la Geometrie ; je dis seulement, que si jamais elle a été de quelque utilité dans l'étude des Sciences naturelles, & dans la pratique des Arts, elle est maintenant de la derniere necessité pour l'un & pour l'autre. On sçait à quel point on a porté dans nôtre siécle la perfection des Arts, & avec quelle penetration l'on va approfondir les matiéres les plus cachées de la Physique. De la façon qu'on s'y prend aujourd'hui, la Geometrie est necessaire aussi-bien que la Mechanique, qui n'est qu'une Geometrie appliquée au mouvement local, & ceux qui ont maintenant le plus de vogue, sont inintelligibles si l'on n'a ces deux connoissances. Pour ce qui est de la Mechanique, j'en ai donné une partie des Elemens dans un discours ci-après du Mouvement local, que je ne dois pas avoir honte d'avoüer pour mien ; & j'espere qu'avec ce que je publie dans ce livre de Geometrie, on aura deux grands moyens d'entendre la Physique de ce tems, & d'en bien juger : & peut-être trouvera-t-on que ceux qui ont la réputation d'avoir établi leur Philosophie sur les fondemens de la Geometrie & des Mechaniques, ne sont pas toûjours inébranlables ; & que cela même qui a servi à faire valoir leur doctrine, servira à faire connoître leurs erreurs. Je veux encore avertir le Lecteur, que je ne pretends nullement vouloir passer pour Auteur de ce que je donne dans cet Ouvrage ; j'ai pris de tous côtez ce qui m'a agréé ; & si quelqu'un y trouve quelque chose qu'il pense être de son invention, ou de quelqu'autre, qu'il le prenne hardiment, & qu'il l'attribuë à son Auteur, j'y consens volontiers, & je ne lui contesterai point. Que si par hazard il y rencontre quelque chose qui ne se trouve point ailleurs, & qu'il veüille me l'attribüer, alors je le reconnoîtrai pour mien, de peur qu'il ne soit à personne.

AVIS

A ceux qui veulent apprendre la Geometrie.

IL faut s'accoûtumer à considerer les figures en même tems qu'on lit. On y a de la peine au commencement; mais on y est rompu dans deux ou trois jours.

Il ne faut point se rebuter, si l'on trouve des choses qu'on ne comprend pas d'abord; la Geometrie ne s'apprend pas aussi aisément qu'une histoire.

Si aprés avoir lû avec attention une proposition, on ne l'entend pas, il faut passer outre; on l'entendra peut-étre dans la suite, ou du moins lors qu'aprés avoir tout parcouru, on recommencera à lire tout de nouveau. En fait de Geometrie, on ne comprend jamais bien les choses à la premiere lecture.

Les nombres qui se trouvent entre des parentheses, comme par exemple, (3. 24.) marquent que ce qu'on dit en cet endroit est prouvé ailleurs; sçavoir, ici au au troisiéme Livre, à l'article vingt-quatriéme: de sorte que le premier chifre marque le livre, & les autres marquent l'article; & il faut aller consulter ces articles-là, pour sçavoir la preuve de ce qu'on lit.

Quand on trouve des mots qu'on n'entend pas, il faut consulter la Table qui est à la fin.

Il est bon d'avoir un Maître au commencement qui explique ces démonstrations, & par ce moyen on apprend beaucoup plus aisément qu'on ne feroit de soi-même en lisant.

TABLE

Pour l'intelligence des Elemens de Geometrie, selon Euclide.

CEux qui étudient les Elemens de Geometrie, dans les Livres du Pere Pardies, les comprennent avec beaucoup plus de facilité qu'ailleurs ; mais ce Pere n'a pas suivi l'ordre des Livres & des Propositions d'Euclide, & cependant c'est suivant cet ordre qu'on cite toûjours Euclide dans les Ouvrages de Mathematique, cela cause de l'embarras à ceux qui voudroient revoir les Propositions d'Euclide, qui sont citées, & qu'ils n'ont pas presentes à l'esprit ; c'est pour lever cette difficulté qu'on a fait cette Table, dans laquelle les Propositions d'Euclide répondent aux endroits où le Pere Pardies les a démontrées ; on a mis que les six premiers Livres d'Euclide. Au reste, si le Pere Pardies a omis plusieurs Propositions d'Euclide, parce qu'il ne les croyoit pas necessaires, il en a aussi démontré plusieurs qui ne sont pas dans Euclide.

EUCLIDE, *Liv. I.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
4	2	11
5	2	15
8	2	13
11	9	2
12	9	3. 4
13	1	20
14	1	21

TABLE.

EUCLIDE, *Liv. I.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
15	1	23
18	2	17
20	2	20
26	2	14
27.28	1	34
29	1	31 32
30	1	35
31	9	5
32	2	9.10
34	3	6.8.9
35	3	14
36	3	15
37	3	16
38	3	17
41	3	18
42	9	9
47	6	61

EUCLIDE, *Liv. II.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
14	9	7.11

EUCLIDE, *Liv. III.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
3	4	6
14	4	8
16	4	5
20	4	11
21	4	12
22	4	22
28	4	8
31	4	14.15.16
32	4	17
35	6	65

EUCLIDE, *Liv.III.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
36	6	66
36 *Cor.* 1	6	67
36 *Cor.* 2	4	7

EUCLIDE, *Liv.V.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
15	6	15
16	6	9
16 *Cor.*	6	8
17	6	10
18	6	11
18 *Cor.*	6	12
22	6	13
23	6	14

EUCLIDE, *Liv.VI.* P. PARDIES.

Propositions.	*Liv.*	*Nombre.*
1	8	38.39.40.41
2	6	42
3	6	72
4	6	46
8	6	56
8 *Cor.*	6	57
12	9	8
13	9	6
14	6	27
16	6	28
17	6	59
19	6	47
20	6	51.52
20 *Cor.* 1	6	29
20 *Cor.* 2	6	30
25	6	25.26
31	6	62

ELEMENS
DE
GEOMETRIE,
OÙ
PAR UNE METHODE

Courte & aiſée l'on peut apprendre ce qu'il faut ſçavoir d'Euclide, d'Archimede, d'Apollonius, & les plus belles inventions des anciens & des nouveaux Geometres.

ELEMENS DE GEOMETRIE

LIVRE PREMIER.

Des Lignes & des Angles.

1. PAR le nom de *Quantité* nous entendons une chose, qui étant comparée à une autre de même nature, peut être appellée plus grande, ou plus petite ; égale, ou inégale : comme sont l'Etenduë, le Nombre, la Pesanteur, le Temps, le Mouvement ; & toutes ces choses, en tant qu'elles se peuvent ainsi comparer, suivant le plus ou le moins, sont l'objet de la Geometrie.

2. On s'arrête néanmoins à considerer particuliérement l'Etenduë, comme celle qui peut servir d'exemple & de regle à mesurer toutes les autres Quantitez.

3. La quantité, qui a de l'étenduë seulement en longueur, sans aucune profondeur, s'appelle *Ligne* : celle qui est étenduë en longueur & en

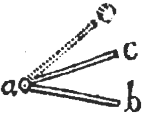
largeur, s'appelle *Surface* ou *Superficie* : celle qui a de la longueur, & de la largeur, & de la profondeur, s'appelle *Corps* ou *Solide*.

4. Le *Point* est un endroit de la Quantité, lequel on considere comme s'il n'avoit aucune étenduë, & qu'il fût indivisible de tous côtez : ainsi les extrêmitez, ou le milieu d'une ligne, sont des Points.

5. Il y a des lignes *Droites*, & des lignes *Courbes* : de même il y a des surfaces *Planes*, qui s'appellent *des plans* : & des surfaces *Courbes*, qui sont *Convexes* en dehors, comme le dessus d'une voute, & *Concaves* en dedans, comme le dessous d'une voute.

6. Lorsque deux lignes se touchent en un point, & vont ensuite en s'éloignant l'une de l'autre, il se fait entre ces lignes un *Angle*, qui s'appelle *Rectiligne* quand les deux lignes sont droites, *a* : *Curviligne* quand elles sont courbes, *b* : & *Mixte* quand l'une est courbe, & l'autre droite, *c*.

7. L'angle est dit être d'autant plus petit, que les lignes qui le font, sont plus inclinées l'une vers l'autre. Prenez deux lignes *a b* & *a c*, qui se touchent en *a* : si vous imaginez que ces deux lignes s'ouvrent comme un compas, en sorte qu'elles demeurent toûjours attachées en *a* comme par le clou du compas, tandis que l'extrêmité *c* s'écarte de l'extrêmité *b* ; alors vous concevrez que plus ces extrêmitez s'éloigneront mutuellement, plus aussi se fera grand l'angle qui est entre deux;



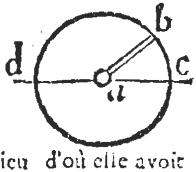
& au contraire, si vous approchez davantage ces extrêmitez, vous ferez que les lignes seront plus inclinées, ou plus panchées l'une vers l'autre, & l'angle en sera plus petit.

8. Il faut donc bien remarquer que la grandeur des angles se mesure, non par la longueur des lignes qui le font, mais par leur inclination. Par exemple, l'angle *b* est plus grand que l'angle *a*, quoi que les lignes de *b* soient plus courtes : parce

qu'elles ne sont pas si inclinées l'une vers l'autre, que le sont les lignes de l'angle *a* ; & pour le comprendre, on n'a qu'à s'imaginer que l'angle *b* est posé sur l'angle *a*, comme on le voit par les lignes ponctuées, qui representent l'angle *b*. Car pour lors on verra que l'angle *b* contiendra aisément au dedans de soy l'angle *a*, & que les lignes d'*a* seront bien plus inclinées l'une vers l'autre, que ne le sont les lignes de *b*, & qu'ainsi enfin l'angle *a* est plus petit.

9. L'angle se désigne ordinairement par trois lettres, dont celle du milieu marque le point où les deux lignes se touchent, comme en la figure suivante, *b a c* marque l'angle fait par les deux lignes *b a* & *c a*, en sorte que *a* est le point commun où les lignes se touchent.

10. Si nous imaginons une ligne *a b* attachée par le bout *a* au milieu de la ligne *d c*, & que de plus nous fassions mouvoir cette ligne autour du point *a* ;



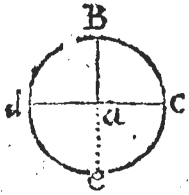
quand elle sera revenuë au lieu d'où elle avoit commencé à se mouvoir, l'extrêmité *b* aura décrit une ligne courbe, qui s'appelle *Cercle*, ou plûtôt *Circonference* de cercle : car à proprement parler, le *Cercle* est tout l'espace renfermé dans cette circonference.

11. Une partie de la circonference s'appelle *Arc*, comme *c b*.

12. La ligne *d c* terminée par la circonference, s'appelle *Diametre*, qui partage le cercle en deux également, ce qui n'a pas besoin de preuve. Aussi toute ligne droite qui sera tirée par le *Centre*, c'est à dire, par le point *a*, partagera le cercle en deux parties égales, & sera aussi un autre diametre.

13. *La ligne a b*, ou *a c*, ou toute autre tirée du centre à la circonference, s'appelle *Rayon*, ou *Demidiametre*.

14. Tous les rayons ou demidiametres, sont égaux.

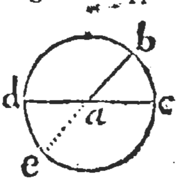


15. Quand l'extrêmité B est également éloignée des deux extrêmitez du diametre *c* & *d*, c'est à-dire, quand B se trouve au milieu de la demicirconference ; alors cette ligne *B a* fait deux angles, qu'on appelle *Droits*, qui sont égaux de part & d'autre, l'un *B a c*, & l'autre *B a d*. Et si la ligne *B a* est prolongée audelà vers *e*, elle fera quatre angles droits, & elle fera un nouveau diametre, qui avec le premier partagera le cercle en quatre parties égales.

16. Alors les lignes sont dites *Perpendiculaires* l'une à l'autre, *B a* à *d c*, & *d a* à *B e*.

17. Mais si *b* est plus proche de l'une des extrêmitez du diametre, que de l'autre, alors cette ligne est dite *Oblique*, & fait de part & d'autre deux angles inégaux, dont le plus petit s'ap-

pelle *Aigu*, *b a c*, & le plus grand s'appelle *Obtus*, *b a d*. Que si la ligne *b a* est prolongée jusqu'à *e*, elle sera un nouveau diametre, & fera en dessous deux nouveaux angles : de sorte qu'il y aura en tout quatre angles, desquels on appelle

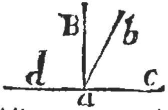


Opposez par la pointe, les deux qui se touchent seulement de la pointe comme *b a c*, & *e a d*, ou bien *b a d*, & *c a e*: mais ceux qui ont un côté commun s'appellent *Angles de suite*, comme *d a b*, & *b a c*, ou bien *b a c*, & *c a e*, &c.

18. Les angles qui prennent des arc égaux, sont aussi égaux. Comme si l'on prouve que l'arc *c b* est égal à l'arc *e d*, on aura aussi prouvé que l'angle *c a b* est égal à l'angle *e a d*.

19. Ces deux angles qui sont de suite, pris ensemble, sont toûjours égaux à deux droits. Car comme la ligne *d c*, est diametre, & qu'elle coupe le cercle en deux également, les deux arcs *c b* & *b d* pris ensemble, seront égaux à la demi-circonference. Ainsi les deux angles *c a b* & *b a d* pris ensemble, seront égaux à deux droits, puisqu'ils remplissent le demi-cercle, comme les deux droits.

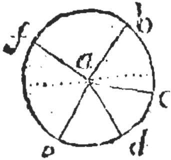
20. Ainsi cette proposition est generale, qu'une ligne droite tombant sur un autre ligne droite, fait les deux angles de suite ou droits, ou égaux à deux droits. Car si les lignes sont perpendiculaires, comme *B a* sur *d a c*, les angles sont droits de part & d'autre. (15.) Que si la ligne est oblique, comme *b a* sur la même *d c*, alors les angles sont bien inégaux ; mais de tout autant que l'obtus sur-



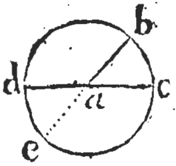
passe un droit, de tout autant aussi l'aigu est surpassé par un autre droit. Ainsi la petitesse de l'un est récompensée par la grandeur de l'autre.

21. Si deux angles qui ont un côté commun, sont égaux à deux droits, leurs autres côtez feront une ligne droite. Soient les angles *d a b* & *b a c* égaux à deux droits, je dis que la ligne *a d* avec la ligne *a c* fait une ligne droite; (fig. de l'art. 17.) ce qui est clair par ce qui a été dit. Car si du centre *a* on tire un cercle *d b c* les deux arcs *d b*, *b c* seront égaux à la demicirconference, puisqu'on suppose que ces deux angles sont égaux à deux droits. Ainsi les lignes *d a*, *a c* seront le diametre, & par consequent seront *en droite ligne*, *posita in directum*.

22. Si d'un point donné *a* on éleve diverses lignes *a b*, *a e*, *a f*, *a d*. &c elles feront divers angles; & tous ces angles ensemble, en quelque nombre qu'ils soient, seront égaux à quatre droits: car il est clair que tous ces angles remplissent le cercle dont ils divisent la circonference en autant d'arcs



b f, *f e*, *e d*, *d c*, *c b*. Ainsi tous ces arcs ensemble sont égaux à quatre quarts de cercle, c'est-à-dire, que tous ces angles sont égaux à quatre droits: car aussi quatre angles droits remplissent le cercle.



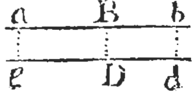
23. Les angles *opposez par la pointe* sont égaux entre eux. Soient deux lignes droites *d a c*, & *b a e*, je dis que l'angle *b a c*, est égal à l'angle *e a d*: car l'arc *c b*, avec l'arc *b d*, fait la demi-cir-

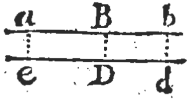
conference, (12) & de même l'arc *b d* avec l'arc *d e*, fait aussi la demi circonference : Donc l'arc *b c* est égal à l'arc *d e*, puisque l'arc *b d* fait toûjours la même quantité, soit qu'on l'ajoûte avec l'arc *b c*, ou avec l'arc *d e*. Par même raison l'angle *d a b* est égal à l'angle *c a e*.

24 On divise toute la circonference du cercle en 360. parties égales, qui s'appellent *Degrez*, & chaque degré en 60 parties égales, qui sont les *Minutes*, & chaque minute en 60. *Secondes*, chaque seconde en 60. *Tierces*, & ainsi à l'infini Et quand on veut déterminer la grandeur des angles, on compte les degrez qu'ils comprennent. Par exemple, quand on dit un angle de 90. degrez, on entend un angle droit, parce qu'un angle droit comprend la quatriéme partie de la circonference, laquelle contient 90. degrez, puisque toute la circonference en contient 360. dont la quatriéme partie est 90. De même un angle de 60 degrez est un angle qui fait les deux tiers d'un droit.

25. Les Minutes se marquent par un petit trait ,' comme une virgule qu'on met à côté du chifre : & les Secondes par deux de ces traits'' : les Tierces par trois ''' : les Quartes par quatre, &c. comme 25 d 32' 43''. ce qui veut dire 25. degrez, 32. minutes, 43. secondes.

26. Deux lignes sont dites être *Paralleles*, quand elles sont par tout également éloignées l'une de l'autre. Les deux lignes *a b* & *e d* sont paralleles, si elles sont également éloignées en *a e*, & en *b d*, ou en *B D*. & en tout autre endroit.

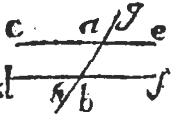




27. Cet éloignement se mesure par des perpendiculaires. Comme si du point *a* on s'imagine que la ligne *a e* tombe perpendiculairement sur *e d* ; & si de même *b d* tombe perpendiculairement sur *d e* : nous concevrons naturellement que si ces deux perpendiculaires *a e*, *b d*, sont égales, les deux lignes *a b*, *e d* seront également éloignées l'une de l'autre en ces deux endroits ; cela est naturellement connu sans autre preuve

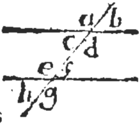
28. Deux lignes paralleles étant continuées à l'infini, ne viennent jamais à se toucher : car puisqu'elles sont toûjours également éloignées, on peut par tout tirer entre deux une perpendiculaire égale à *a e*, ou à *b d* : & par consequent elles ne se touchent jamais.

29. Si une ligne coupe deux autres lignes paralleles, elle sera également inclinée sur l'une & sur l'autre : & si une ligne coupant deux autres lignes, est également inclinée sur l'une & sur l'autre, ces deux lignes seront paralleles. Soient les deux lignes paralleles *c a e*, *d b f* coupées par la ligne *g a b h* : je dis que cette ligne *g a b h* est inclinée sur *c a e*, de même que sur *d b f*, c'est à dire, que l'angle *g a e* est égal à l'angle *g b f*. Ceci est naturellement connu pour peu d'attention qu'on y apporte. Car si l'angle *g a e*, par exemple, étoit plus grand, & que la ligne *a e* fût plus écartée d'*a g*, le point *e* de la ligne *a e* pancheroit vers *f*, puisque *b f* ne s'écarteroit pas tant qu'*a e* : ainsi ces deux lignes, *a e*, & *b f* ne seroient point paralleles. De plus, si nous imaginons ces deux lignes comme les



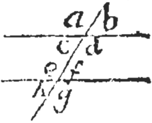
côtez d'une regle, nous pouvons considerer toute cette regle, comme une ligne indivisible. Ainsi les angles *h b d* & *c a g* seront comme les *angles de suite* égaux à deux droits, (20.) & les angles *h b d* & *g a e* seront comme les deux angles *opposez par la pointe* égaux entre eux (23.)

30. Lorsqu'une ligne coupe deux paralleles, il se fait huit angles, dont les quatre *a*, *b*, *h*, *g*, sont *externes*, les autres sont *internes*. Les angles *c* & *f*, ou bien *d* & *e*, sont appellez *Alternes* : les angles *b* & *f*, ou bien *a* & *e*, sont *alternativement opposez* : les angles *d* & *f*, ou bien *c* & *e*, sont les *internes de même côté*.



31. Les angles alternes, & alternativement opposez, sont égaux entre eux, comme *b*, *f*, *c*, *h*, & *a*, *e*, *d*, *g*. (29.)

32. Lorsqu'une ligne tombe ainsi sur deux paralleles, elle fait les angles internes de même côté égaux à deux droits. L'angle *d* avec l'angle *f* est égal à deux droits, parce que *f* est égal à *c*. (31.) Or *c* avec *d* fait deux angles droits : (20.) Donc aussi *f* avec *d* fera deux angles droits, ce qu'il faloit démontrer.

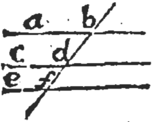


33. Une proposition est appellée *Converse* d'une autre, quand aprés avoir tiré une conclusion de quelque chose qu'on a supposé, on vient dans cette autre proposition converse à supposer ce qui avoit été conclu, & à en tirer ce qui avoit été supposé. Par exemple, icy nous disons, si les lignes sont paralleles, les angles *d* & *f* seront ensemble égaux à deux droits, où nous supposons que les lignes sont paralleles ;

& de là nous concluons : Donc les angles, *&c.* La *Converse* se fera ainsi. Si les angles *internes de même côté d* & *f* sont égaux à deux droits, les lignes seront paralleles : où aprés avoir supposé que ces angles valent deux droits, nous concluons que les lignes seront paralleles.

34 Les *Converses* en cét endroit sont veritables, sçavoir que si une ligne coupant deux autres lignes fait les angles alternes égaux, ces deux lignes sont paralleles.

35. Si deux lignes sont paralleles à une troisiéme, elles le seront entre elles. Soit la ligne *a b* parallele à *c d*, & *e f* parallele aussi à la même *c d*, je dis que *a b* est parallele à *e f* : car si l'on tire une ligne *b d f* qui les coupe toutes trois, l'angle *b* sera égal à



l'angle *d*, (31.) & de même l'angle *f* sera égal à l'angle *d* : (31.) Donc l'angle *b* est égal à l'angle *f*, parce que c'est un principe, que si deux choses sont égales à une troisiéme, elles sont égales entre elles. Puis donc que l'angle *b* est égal à *f*, il s'ensuit que la ligne *a b* est parallele à *e f*. (34.)

LIVRE SECOND.

Des Triangles.

1. UNE *Figure* est un espace renfermé de toutes parts. Si les lignes qui la terminent sont droites, elle s'appelle figure *Rectiligne*; si elles sont courbes, elle s'appelle *Curviligne*: & si elles sont en partie droites, & en partie courbes, la figure s'appelle *Mixte*.

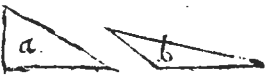
2. Il y a des figures *Planes*, qui sont sur une surface plane, & des figures *Solides*, qui sont un corps avec trois dimensions. On parle icy seulement des figures planes.

3. Toutes les lignes qui renferment la figure prises ensemble, sont la *Circonference*, ou le *Perimetre*, ou le *Circuit* de la figure.

4. De toutes les figures planes, curvilignes, ou mixtes, on ne considere proprement dans la Geométrie ordinaire que le cercle, ou une partie de cercle, terminée d'un côté par un arc, & de l'autre par une ou plusieurs lignes droites.

5. Parmy les rectilignes, les plus simples figures sont les *Triangles*, qui sont terminées par trois lignes, lesquelles font trois angles.

6. Un triangle, qui a un angle droit, s'appelle *Triangle rectangle*, *a*: s'il a un angle obtus, il s'appelle *Obtusangle*, ou *Amblygone*, *b*: s'il a trois angles aigus, il s'appelle *Acutangle* ou *Oxygone*, *c*, *e*.

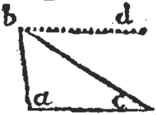


7. Quand le triangle a tous les trois côtez

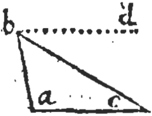
inégaux, il s'appelle *Scalene*, *a*, *b* : s'il a deux côtez égaux, il est *Isoscele*, *e* : si tous les trois côtez sont égaux, il est *Equilateral*, *c*.

8. Si l'on prend deux côtez du triangle, on peut les appeller *Iambes*, & le troisiéme côté pour lors s'appellera *Base*. Tout côté peut être pris pour Base.

9. En tout triangle les trois angles ensemble sont égaux à deux droits. Soit le triangle *a b c*



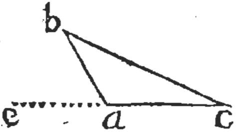
je dis que l'angle *a*, plus l'angle *c*, plus l'angle *a b c*, valent deux droits : car si nous imaginons une ligne *b d* parallele à *a c*, ces deux lignes paralleles seront coupées par la troisiéme *b c*, & par consequent les angles alternes seront égaux, c'est-à-dire, que l'angle *c* est égal à l'angle *c b d*. (1. 31.) De plus, la ligne *b a* tombant sur les



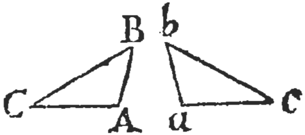
paralleles *b d* & *a c*, elle fait les angles internes de même côté égaux à deux droits (1. 32.) c'est-à-dire, que l'angle *a b d*, plus l'angle *a*, sont égaux à deux droits. Or l'angle *a b d* est composé de deux angles, dont l'un est *a b c*, (qui est un des trois du triangle) & l'autre est *d b c*, que j'ay fait voir être égal à l'angle *c* : Donc aussi ces trois angles *a b c*, plus *c*, plus *a* valent deux droits ; ce qu'il faloit démontrer.

10. Si l'on prolonge la base d'un triangle, l'angle externe est égal aux deux internes opposez. Soit le triangle *a b c*, & qu'on prolonge le côté *c a* vers *e*, *il se fait un angle en dehors* *b a e* qui s'appelle l'angle *externe* du triangle. Or je dis que cét angle externe *b a e* est égal aux deux angles *b* & *c*, qui sont les *internes* op-

posez, car ces deux angles *b* & *c* avec le troisiéme *b a c* font ensemble deux droits (par la précedente) & de méme, ce troisiéme angle *b a c* avec l'angle *b a e*, fait aussi deux droits : (1. 20.) Donc les angles *b* & *c* sont tous deux autant que l'angle *b a e*, ce qu'il faloit démontrer.



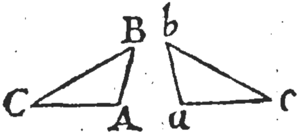
11. Si un triangle *A B C* a deux côtez *A B* & *A C*, égaux aux deux côtez *a b*, *a c* d'un autre triangle ; & si de plus l'angle *A* est égal à l'angle *a* : je dis que le troisiéme côté *B C* sera égal à *b c*, & l'angle *B* à l'angle *b*, & *C* à *c*, & tout le triangle *A B C* à tout le triangle *a b c*. Car si nous imaginons que le triangle *a b c* soit posé sur *A B C*, en sorte que le côté *a b* soit précisément sur *A B* qui luy est égal, le côté *a c* tombera aussi sur *A C*, puisqu'on suppose que l'angle *a* est égal à l'angle *A* ; & ainsi le point *c* tombera sur *C*, puisque *a c* est égal à *A C* : Donc aussi *b c* tombera sur *B C*, & par consequent luy sera égal ; & de méme l'angle *c* sera égal à *C*, & *b* à *B*, & tout le triangle à tout le triangle, puisque tout se répond si bien, que rien du triangle de dessus ne passe au delà de celuy de dessous.



12. Les figures qui s'ajustent ainsi, & se correspondent parfaitement quand elles sont mises l'une sur l'autre, s'appellent figures *congruës*, *quæ mutuo sibi congruunt* ; & c'est une maxime générale, *Quæ mutuo sibi congruunt*, *æqualia*

sont : les choses qui étant ainsi mises l'une sur l'autre, se correspondent parfaitement, sont égales.

13. La converse aussi de la proposition precedente est veritable ; sçavoir, que si un triangle a tous ses trois côtez égaux aux trois côtez d'un autre triangle, tous les angles de l'un seront aussi égaux aux angles de l'autre, & tout l'espace que contient un triangle, sera aussi égal à l'espace que contient l'autre triangle : comme si *A B* est égal à *a b*, & *A C* à *a c*, & *B C* à *b c* : je dis que l'angle *A* sera égal à l'angle *a*, & *B* à *b*, & *C* à *c*, & tout le triangle *A B C* à tout le triangle *a b c*, ce qui n'a pas besoin d'autre preuve.



14. Si l'angle *A* est égal à l'angle *a*, & l'angle *B*, à l'angle *b*, & le côté *A B* au côté *a b*, le côté *A C* le sera aussi au côté *a c*, & *B C* à *b c*, & tout le triangle *A B C* à tout le triangle *a b c* : cela est aisé à prouver par les precedentes.

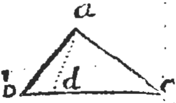
15. En tout triangle Isoscele, les deux angles qui se font sur la base par les jambes égales, sont égaux entre eux. Soit le triangle *a b c*, dont la jambe *a b* soit égale à *a c*, je dis que l'angle *b* est égal à l'angle *c* : car si nous imaginons que la base *b c* est partagée également en *d*, la ligne *a d* fera deux triangles *a d c* & *a d b*, & les trois côtez de l'un seront égaux aux trois côtez de l'autre ; car *a c* est égal à *a b* par l'hypothese ou supposition de la proposition même ; *d c* est égal à *d b*, parce que nous

supposons

supposons icy que la base *b c* est partagée également en *d*. Le troisiéme côté *a d* est commun à tous les deux triangles : ainsi les trois côtez de l'un sont égaux aux trois côtez de l'autre, & par consequent tout le triangle *a d c* est égal à tout le triangle *a d b*, & l'angle *c* à l'angle *b*; (2. 13.) ce qu'il faloit démontrer.

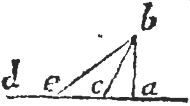
16. Dans tout triangle Isoscele, la ligne qui tombant de l'angle du sommet partage la base en deux également, est perpendiculaire à la même base, & divise l'angle du sommet aussi en deux également : car l'angle *a d c* est égal à l'angle *a b d* par la précedente : & par consequent ils sont tous deux droits, & la ligne *a d* perpendiculaire sur *b c*, (1. 15.) & de même l'angle *d a c* est égal à l'angle *d a b* par la précedente.

17. En tout triangle le plus grand côté *soutent* ou *soutient* (*subtendit*) le plus grand angle, c'est-à-dire, est opposé au plus grand angle. Soit le côté *b c* plus grand que le côté *a c*, je dis que l'angle *a* soûtenu par le côté *b c* est plus grand que l'angle *b* soûtenu par le côté *a c* : car puisque *b c* est plus grand que *c a*, soit imaginée *c d* égale à *c a*, afin que *a d c* soit un triangle Isoscele : donc (2. 15.) l'angle *c a d* sera égal à l'angle *c d a*. Or l'angle *c a b* est plus grand que l'angle *c a d* : comme (*le tout est plus grand que sa partie.*) Donc l'angle *c a b* est plus grand que l'angle *c d a*. De plus, cét angle *c d a* étant *externe* à l'égard du petit triangle *d a b*, cét angle, dis-je, *c d a* sera plus grand que le seul interne *b* : (2. 10.) Donc, à plus forte raison, l'angle *c a b* sera plus grand que l'angle *b*, ce qu'il falloit prouver.



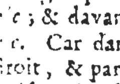
18. Tout triangle doit avoir necessairement deux angles aigus : car s'il n'en avoit qu'un, les deux autres seroient ou deux obtus, ou deux droits, ou l'un obtus, & l'autre droit. Or rien de tout cela ne peut être, puisque (2. 9.) tous les trois angles ensemble ne valent que deux droits.

19. De toutes les lignes qu'on puisse tirer d'un point donné à une ligne donnée, la plus courte est la perpendiculaire; & les plus longues sont celles qui s'éloignent le plus de la perpendiculaire. Soit donnée la ligne *a d*, & le point



donné *b*, soit de plus *b a* perpendiculaire à *d a*, de laquelle *b e* soit plus éloignée que ne l'est *b c* : je dis que *b a* est plus courte que toute autre ligne possible, par exemple, plus courte que *b c*; & davantage, que *b e* est plus longue que *b c*. Car dans le triangle *a b c* l'angle *a* est droit, & par consequent le plus grand de tous, puisque les deux autres doivent necessairement être aigus : (2. 18.) Donc le côté *b c* est plus grand que *b a*, (2. 17.) comme soûtenant le plus grand angle. De même dans le triangle *b c e* l'angle *b c e* est obtus, puisque l'angle *b c a* est aigu, & par consequent le côté *b e* sera plus grand que *b c*, (2. 17.) comme soûtenant le plus grand angle.

20. En tout triangle deux côtez pris ensemble sont plus longs que le troisiéme. Soit le



triangle *a b c*, je dis que le côté *a b*, plus *a c*, est plus long que le seul *c b* : car soit prolongé *b a*, & qu'on imagine *a d* égal à *a c*, le triangle *a d c* sera Isoscele, & par consequent l'angle *a c d* sera égal à l'angle *d* : (2. 15.) Donc l'angle *d c b*, qui est plus grand que l'angle *d c a*, est aussi plus grand que l'angle *d* : Donc en considerant comme un seul triangle *b d c*, le côté *b d* sera plus grand que *c b*, (2. 17.) comme soûtenant un plus grand angle. Or *b d* est égal aux deux *b a c*, puisque *a d* est égal à *a c* : Donc les deux *b a*, *a c*, sont plus grand que *b c* ce qu'il faloit prouver.

21. Quoy que cette proposition soit démontrée, elle peut néanmoins passer pour un principe naturellement connu. Car la ligne *c b* étant une ligne droite, elle fait aussi le plus court chemin depuis le point *c* jusqu'au point *b*, tandis que les autres *c a b*, ou bien *c d b*, ou *c e b*, prennent des détours, & par consequent des chemins plus longs. Et même on peut avec Archimede poser pour Principe, que des lignes qui font ainsi des circuits, celles-là sont plus longues, qui dans leur circuit renferment les autres, & qu'ainsi *c d b* est plus longue que *c e b*, & *c a b* que *c d b*, pourvû néanmoins que ces lignes ne rentrent point comme en cette figure, où les lignes *c f f b* peuvent être plus longues que *c a b*, quoi qu'elles soient renfermées dans le circuit de *c a b*.

LIVRE TROISIEME.

Des Quadrilateres, & des Polygones.

LEs figures comprises entre quatre lignes droites, qui font quatre angles, sont appellées *Quadrilateres.*

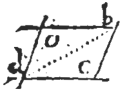
2. Quand les lignes opposées sont paralleles, le Quadrilatere s'appelle *Parallelogramme*, *a*; sinon il s'appelle simplement *Trapeze*, *b*.

3. Quand le parallelogramme à tous les quatre angles droits, il s'appelle *Parallelogramme Rectangle*, *c*, ou, pour abreger, simplement *Rectangle* : & si de plus tous les côtez sont égaux, il s'appelle *Quarré*, *d*.

4. Si tous les côtez étant égaux, les angles néanmoins ne le sont pas; alors le parallelogramme s'appelle *Rhombe*, ou *Losange*.

5. Si le parallelogramme n'a ni les angles, ni les côtez égaux, il s'appelle *Rhomboïde*, *a*.

6. Et en tout parallelogramme les angles opposez sont égaux. Soit le parallelogramme *o b c d*, je dis que l'angle *o* est égal à l'angle *c* : car l'angle *o* est égal à l'angle exterieur *b*, (1. 31.) & *b* est égal à *c*: (1 31.) donc *o* est égal à *c*.



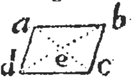
7. La ligne tirée d'un angle à l'autre angle opposé, s'appelle *Diagonale* ou *Diametre*, comme *b d*.

8. Tout parallelogramme est divisé en deux parties égales par la diagonale. La diagonale *b d*

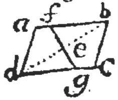
divise le parallelogramme *o b c d* en deux triangles *o b d* & *b c d*. Il faut donc prouver que ces deux triangles sont égaux. 1. L'angle *o* est égal à l'angle *c*. (3. 6.) 2. L'angle *o b d* est égal à l'angle *c d b*; (1. 31.) & par même raison aussi l'angle *o d b* est égal à l'angle *c b d*. Ainsi ces deux triangles ont tous les trois angles égaux réciproquement, chaque angle de l'un à chaque angle de l'autre : & de plus, le côté *b d* est commun à l'un & à l'autre triangle : Donc aussi tout le triangle *o b d* est égal à tout le triangle *c d b*. (1. 14.)

9. En tout parallelogramme les côtez opposez sont égaux, puisque le triangle *o b d* est tout égal à tout le triangle *d o b*, par la précedente : aussi le côté *o d* sera égal au côté *b o*, & le côté *o d* au côté *b c* : ce qu'il faloit prouver.

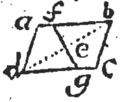
10. Deux diagonales *a c* & *b d* se coupent mutuellement par le milieu *e* : car dans les triangles *a e d* & *b e c*, le côté *a d* est égal au côté *c b*; (3. 9.) l'angle *e a d* est égal à l'angle *e c b*, (1. 31.) & de même l'angle *a d e* est égal à l'angle *c b e*; (1. 31.) & de plus l'angle *a e d* est égal à l'angle *c e b*, (1. 23.) puisqu'il luy est opposé par la pointe : Donc le côté *d e* est égal au côté *b e*, & le côté *a e* au côté *c e*. (1. 14) Ainsi ces deux Diagonales sont divisées également en *e*.



11. Toute ligne droite *f g*, qui passe par le milieu de la diagonale *e*, partage le parallelogramme en deux également. Il faut prouver que la trapeze, c'est à-dire, le quadrilatere irrégulier, *a f g d a* est égal au trapeze *c g f b c* 1. Le triangle *b e f* est égal au triãgle *d e g*: car le côté *d e* est égal à *e b*.



par l'hypothese; l'angle d'*f* est égal à l'angle de *g*; (1. 31.) l'angle en *e* est égal de part & d'autre, puisqu'il est opposé par la pointe, *&c.* Donc le triangle *f e b* est égal au triangle *g e d*. (2. 14.) 2. Tout le triangle *a d b* est égal au tout *c b d*. (3. 8.) Donc, si du triangle *a d b* on ôte le petit triangle *f e b*, & qu'en récompense



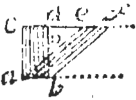
on luy donne le triangle *d e g*, il se fera un trapeze *a f g d* égal au triangle *a d b*, c'est à-dire à la moitié de tout le parallelogramme; ce qu'il falloit prouver.

12. Si dans la diagonale *b d* on prend un point *e*, par lequel passent deux paralleles aux

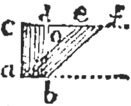
côtez, sçavoir *g e f*, & *h e i*, il se fera quatre parallelogrammes, sçavoir *e f b i*, *e h d g*, (& ces deux s'appellent *Parallelogrammes d'autour du diametre*) & les deux autres parallelogrammes sont *e h a f*, & *e i c g*, & ces deux s'appellent *Complemens* : & les deux complemens avec un parallelogramme d'autour du diametre font la figure qu'on appelle *Gnomon* ou *Esquierre*, comme est ici ce qui est haché ou marqué par des traits.

13. En tout parallelogramme les *Complemens* sont égaux. Il faut prouver que *e h a f* est égal à *e g c i*. Tout le triangle *b a d* est égal au tout *b d c*. (3. 8.) de même le triangle *e f b* est égal au triangle *e b i*, (3. 8.) & aussi *e h d* est égal à *e g d* : (3. 8.) Donc si les deux triangles égaux *b d a* & *b d c*, on ôte choses égales, à sçavoir si on ôte d'une part *e f b*, & *e h d*, & de l'autre *e i b*, & *e g d*, il restera d'une part le parallelogramme *e h a f* égal au parallelogramme *e i c g*, qui restera de l'autre part; ce qu'il falloit prouver.

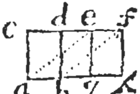
14. Les parallelogrammes qui ont une même base, & qui sont entre les mêmes paralleles, sont égaux. Soit un parallelogramme *a b d c*, & un autre *a b f e*, en sorte que la base *a b* soit commune à tous les deux, & que la ligne *c d* étant continuée, passe par *e f*; si bien



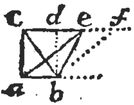
que ces deux parallelogrammes soient ainsi entre deux paralleles, & terminez par elles, à sçavoir, entre la ligne *a b*, & la ligne *c f*, parallele à *a b*: je dis que le parallelogramme *a b d c* est égal à *a b f e* 1. *c d* est égale à *e f*, puisque l'une & l'autre sont égales à *a b*: (3. 9.) Donc si à chacune de ces deux lignes égales nous ajoûtons la ligne *d e*; *c e* sera égale à *d f*. 2. *c a* est égal à *d b*. (3. 9) 3. L'angle *a c e* est égal à l'angle *b d f*: (1. 31.) Donc tout le triangle *a e c* est égal au tout *b f d*. Donc si de chacun de ces deux triangles égaux, on ôte le triangle blanc *d e o* qui est entre les deux parallelogrammes, & qu'on leur ajoûte aussi à chacun le triangle contrehaché, *o a b*; il résultera de tout cela d'une part le parallelogramme *a b d c* égal au parallelogramme *a e f b*, qui sera fait de l'autre part.



15. Les parallelogrammes qui sont entre les mêmes paralleles *a b* & *c f*, & sur des bases égales, l'un sur *a b*, & l'autre sur *g h*, en sorte que *a b* soit égal à *g h*, sont égaux. Car si l'on imagine un troisiéme parallelogramme *a e f b*, celuy cy sera égal à *a b d c*, (3. 14.) puisqu'il est sur la même base *a b*, & entre les mêmes paralleles *a b* & *c f*: & ce même parallelogramme *a e f b* est aussi égal à *g h f e*, puisque l'un & l'autre ont même base, sçavoir *e f*, (il



n'importe de rien que la base soit au haut ou au bas) & qu'ils sont entre les mémes paralleles , sçavoir entre *f e* & *h a*. Donc aussi *h f e g* est égal à *a b d c* , puisqu'ils sont égaux à un troisiéme *a e f b*.



16. Les triangles qui sont sur même base *a b*, & entre mêmes paralleles *a b* & *c e* , sont égaux. Le triangle *a b e* est égal au triangle *a c b* , parce que si l'on imagine une ligne *b d* parallele à *a c*, & une autre *b f* parallele à *a e*, on aura deux parallelogrammes *a c d b* , & *a e f b*, lesquels étant sur même base *a b* , & entre mêmes paralleles , seront égaux. (3. 14.) Or le triangle *a c b* est la moitié du parallelogramme *a c d b*, & le triangle *a e b* est la moitié du parallelogramme *a e f b* : (3. 8.) Donc ces deux triangles sont égaux.

17. Les triangles sur bases égales , & entre mêmes paralleles , sont égaux. La preuve en est aisée.

18. Si un triangle a même base avec un parallelogramme , est entre mêmes paralleles , il sera la moitié de ce parallelogramme. Le triangle *a b e* est la moitié du parallelogramme *a e f b*.

19 Le *Pentagone* est une figure à cinq côtez , & cinq angles. Si tous les côtez sont égaux , & tous les angles aussi ; le Pentagone est *Régulier*.

20. L'*Hexagone* est de six côtez , & de six angles ; l'*Heptagone* de sept, ; l'*Octogone* de huit , *&c.* qui sont aussi *Réguliers*, quand tous les angles & tous les côtez sont égaux entre eux.

21. *Polygone* est generalement toute figure, qui est comprise sous plusieurs côtez , & fait plusieurs angles : mais on ne se sert gueres de ce nom , si les figures n'ont plus de quatre, ou de cinq côtez.

22. tout

22. Tout polygone ſe peut diviſer en autant de triangles qu'il a de côtez. Si au dedans du polygone on prend un point *a* en quelque part que ce ſoit, & que de ce point on imagine des lignes tirées vers chaque angle *ab*, *ac*, *ad*, *&c.* il ſe fera autant de triangles, qu'il y a de côtez dans le polygone.

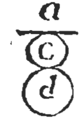
23. Les angles des polygones ſont tous enſemble deux fois autant d'angles droits, moins quatre qu'il y a de côtez. Par exemple, ſi le polygone a ſept côtez, dont le double eſt 14. & ſi en ôtant quatre, il reſte dix : je dis que tous les angles de cet heptagone, ſçavoir l'angle *c b h*, plus *b h g*, plus *h g f*, *&c.* ſont tous enſemble égaux à ces dix angles droits. Car ſi du point *a* on tire vers les angles ſept lignes *a b*, *a c*, *a d*, *&c.* pour faire les ſept triangles, chacun de ces triangles aura trois angles, qui en valent deux droits : (2. 9.) de ſorte que tous les angles enſemble de tous ces ſept triangles valent 14. droits. Or chacun de ces triangles a un angle, qui va aboutir au point *a* ; en ſorte qu'étant tous poſez autour de ce point *a*, ils rempliſſent tout l'eſpace d'alentour : Donc tous ces ſept angles aboutiſſant ainſi au point *a*, valent 4. droits (1. 22.) & par conſequent tous les autres angles qui ſont vers les angles de l'heptagone, valent dix droits ; ce qu'il falloit prouver.

24. Le polygone ſe peut auſſi diviſer en triangles, en tirant des lignes d'angle à angle ; alors le nombre des côtez ſurpaſſera de deux celuy des triangles.

LIVRE QUATRIÉME.

Du Cercle.

1. UNE ligne est dite *Toucher* un cercle, quand elle le touche sans qu'elle entre dedans, quoi qu'elle soit prolongée au-delà du point d'attouchement. La ligne *a* touche ici le cercle *c*, comme aussi le cercle *c* touche le cercle *d* : mais en *b* la ligne entre dans le cercle, & le coupe.



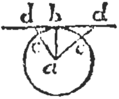
2. Une ligne entrant dans un cercle, le coupe en deux parts qu'on apelle *Segmens*. *e* est le *petit* segment, & *f* est le *grand*, & cette ligne qui coupe, s'appelle *Corde*, & les parties du cercle coupées s'appellent *Arcs*. La corde avec l'arc fait aux deux bouts deux angles mixtes, qu'on appelle *Angles du Segment*, comme *e b f*.

3. Si dans l'arc du segment *a c b* on prend un point *c* en quelque part que ce soit, & que l'on imagine deux lignes *c a*, *c b*, elles feront un angle *a c b*, qui s'appelle l'*angle dans le segment* : & on dit que cét angle *a c b* *insiste* sur l'arc de l'autre segment d'embas.

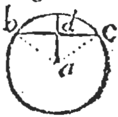
4. *Secteur* du cercle est un triangle mixte compris entre deux demi-diametres *a b*, *a c*, & un arc du cercle *b c*. Le secteur est ici marqué par des traits.

5. Si par l'extrêmité d'un demi-diametre *a b*,

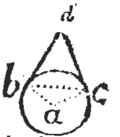
on imagine une perpendiculaire *b d*, elle touchera le cercle en ce seul point *b*, & tout autre point imaginable de la ligne *b d* sera hors le cercle. Par exemple, le point *d* est dehors ; car si on imagine une ligne tirée du centre *a d*, laquelle coupe le cercle au point *c*, cette ligne *a d* sera plus longue que *a b*, (2. 19.) & par consequent plus longue que *a c*, puisque *a c* est égale à *a b* : (1. 14.) Donc le point *d* tombe au-delà du cercle. Ce qu'il falloit démontrer.

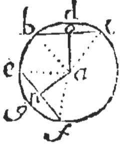


6. Une corde *b c* est divisée en deux également par une perpendiculaire *a d*, tirée du centre *a* : car le triangle *a b c* est isoscele, puisque *a b* est égal à *a c* : (1. 14.) donc la perpendiculaire *a d* coupe la base *b c* en deux également. (2. 16.) L'arc *b c* est aussi divisé également.



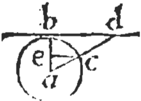
7. Si deux lignes *d b* & *d c* touchent un cercle, elles seront égales. Car imaginant du centre vers les points d'attouchement deux lignes *a b* & *a c*, celles-ci seront perpendiculaires aux touchantes. (4. 5) De plus, si on imagine la ligne *b c*, l'angle *a b c* sera égal à l'angle *a c b* : (2. 15) donc si des choses égales, c'est-à-dire, des angles droits *a b d* & *a c d*, on ôte les choses égales, c'est-à-dire, l'angle *a b c*, d'une part, & de l'autre l'angle *a c b*, les angles qui resteront seront égaux, c'est-à-dire, *c b d* sera égal à *b c d*, & par consequent le côté *d b* sera égal au côté *d c*. (1. 15.)



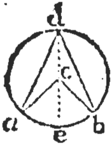


8. Deux cordes égales *b c*, *e f*, font deux segmens *b d c* & *e g f* égaux, & les perpendiculaires *a o* & *a n* seront égales. Ceci est facile à prouver.

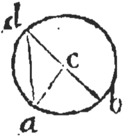
9. Soit le demi diametre *a b*, la perpendiculaire *b d*, une autre ligne *a c d* coupant le cercle en *c*, & la perpendiculaire en *d*, une autre ligne *c e* perpendiculaire au rayon *a b* : toutes ces lignes ont des noms affectez. La ligne *b d* terminée ainsi par *a d*, s'appelle *Tangente* de l'arc *b c*, par exemple de 30. degrez ; la ligne *a d* s'appelle *Secante* du même arc de 30. degrez : la ligne *c e* s'appelle le *Sinus* du même arc ; & enfin *a b*, s'appelle le *Sinus total*, ou simplement le rayon.



10. Si dans une circonference d'un cercle on prend deux points *a* & *b*, desquels on tire deux lignes jusques au centre *c*, & deux autres jusques à un autre point *d* de la circonference ; il se fait deux angles, dont l'un *a c b* s'appelle *Angle au centre*, & l'autre *a d b*, *Angle à la circonference.*

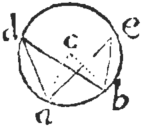


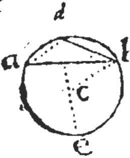
11. L'angle au centre *a c b* est toûjours double de l'angle à la circonference *a d b*. 1. Si l'une des lignes, comme *b d*, passe par le centre *c*, l'angle *a c b* sera externe à l'égard du triangle *a c d* : (2. 10.) & par consequent il sera égal aux deux angles internes opposez, sçavoir à l'angle *a d c*, plus à l'angle *d a c* : (2. 10) Or ces deux angles *a d c* & *d a c* sont égaux (2. 15.) puisque les deux jambes *c a*, & *c d* sont égales ; (1. 14.) Donc



l'angle *a c b* est double d'un de ces deux, sçavoir de *a d c*, ce qu'il falloit prouver. 2. Si aucune des lignes *a d* ou *b d*, ne passe par le centre *c*, soit imaginé *d c e*, en sorte que *e* se trouve hors l'arc *a b* : alors tout l'angle *a c e* sera double de l'angle *a d e*, par ce que je viens de montrer dans la premiere partie de cette proposition ; & de même l'angle *b c e* est double de l'angle *b d e* : Donc si de l'angle *a c e* on ôte *b c e*, & que de l'angle *a d e*, (qui est la moitié de *a c e*) on ôte *b d e*, (qui est aussi la moitié de *b c e*,) ce qui restera *a d b* sera la moitié de *a c b* : parce que c'est une maxime, que si une quantité est double d'une autre, & qu'on ôte de la grande le double de ce qu'on ôte de la petite, ce qui restera de la grande sera encore double de ce qui restera de la petite. 3. Si le point *e* tombe dans l'arc *a b*, alors l'angle *a c e* sera double de l'angle *a d e* : & l'angle *b c e* sera aussi double de *b d e*, par ce qui a été démontré dans la premiere partie de cette proposition : Donc l'angle tout *a c b* est double de *a d b*.

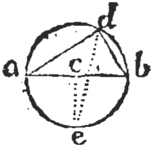
12 Tous les angles qui insistent sur un même arc *a b* sont égaux, en quelque part de la circonference que leur pointe aboutisse. L'angle *a e b* est égal à l'angle *a c b*, parce que l'un & l'autre est la moitié de l'angle *a c b*, qui se feroit au centre *c*. (4. 11.)



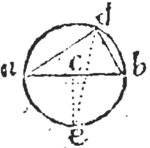


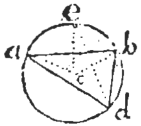
13. L'angle au centre *a c e*, insistant sur la moitié de l'arc *a b*, sur lequel insiste un autre angle à la circonference *a d b*, est égal à ce même angle de la circonference. (.4. 11.)

14. L'angle *a d b*, qui insiste sur la demi-circonference, est droit ; car si *e* partage en deux la demi-circonference *a e b*, l'angle *a c e* sera égal à l'angle *a d b* par la précedente. Or *a c e* est droit.(1. 15.) Donc aussi *a d b* est droit.



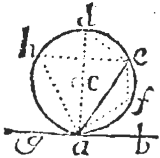
15. L'angle *a d b*, dans le petit segment, est obtus, parce que l'arc *a e b* étant plus de la moitié de la circonference, l'arc *b e*, qui est la moitié de l'arc *a e b*, aura plus de 90. degrez. Ainsi l'angle *a d b*, qui est égal à l'angle *b c e*, (4. 13.) sera de plus de 90. degrez c'est-à-dire, il sera obtus.





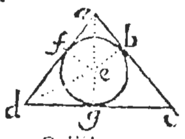
16. L'angle *a d b* dans le grand segment est aigu : car il est égal à l'angle *a c e*. Or l'arc *a e b* étant moindre que la demi circonference, l'arc *a e*, qui est la moitié de *a e b*, aura moins de 90. degrez.

17. Si une droite *g a b* touche le cercle à un point *a*, & qu'une autre ligne *a e* coupe le même cercle, l'angle *b a e* sera égal à l'angle dans le segment opposé *a h e*: & l'angle *e a g* sera égal à l'angle dans l'autre segment *a f e*. Car soit imaginée la perpendiculaire *a d*, qui passera par le centre *c*,



(4. 5.) l'angle *a e d* sera droit : (4. 14.) & par consequent, puisque les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits, (2. 9.) l'angle *e a d* avec l'angle *a d e* sera un droit. Or ce même angle *e a d* avec *e a b* fait aussi un droit, puisque *a d* est perpendiculaire à *a b*: Donc l'angle *e a b* est égal à l'angle *a d e*, & par consequent à tout autre angle qui insistera sur le même arc *a e*, & qui aboutira à quelque autre point de la circonference, comme à l'angle *e b*, puisque tous ces angles sont égaux entre eux ; (4. 12.) & c'est la premiere partie de cette proposition. Maintenant il faut prouver que l'angle *e a g a*, est égal à l'angle *a f e* ; ce qui est l'autre partie. Dans le triangle *a e f*, l'angle *a f e* avec *f a e* & *f e a*, est égal à deux droits, (2. 9.) Or l'angle *f e a* est égal à *f a b*, par ce qui vient d'être prouvé dans la premiere partie de cette proposition, car la ligne *f a* peut être considerée comme coupant le cercle & la tangente *b a*, auquel cas l'angle *f a b* doit être égal à tout autre angle qui seroit fait dans le segment opposé *f d b a*. Or l'angle *f e a* est fait dans ce segment, parce qu'il insiste sur l'arc *f a*, & que sa pointe *e* aboutit à un point de la circonference *f e d b a*, ainsi cét angle *f e a*, est égal à l'angle *f a b*. Donc les deux angles *e a f* & *f a b*, avec *a f e*, sont égaux à deux droits. Mais les mêmes *e a f* & *f a b*, avec *e a g* sont aussi égaux à deux droits : (1. 20.) Donc l'angle *e a g* est égal à l'angle *e f a* ; ce qu'il falloit prouver

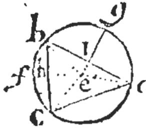
18. Une figure rectiligne est dite *circonscrite* à un cercle, quand tous les côtez de cette figure touchent le cercle sans le couper. Le trian



gle *a c d* est circonscrit au cercle *b g f*, parce que chaque côté de ce triangle touche le cercle en *b*, en *g*, & en *f*.

19. Une figure est *inscrite* au cercle, quand tous les angles aboutissent à la circonference, comme le triangle *a b c* de la figure suivante.

20. Tout triangle *a b c* peut être inscrit dans

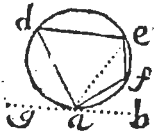


un cercle : car si l'on imagine deux lignes *e i*, & *e b* qui coupent perpendiculairement, & par le milieu les côtez *a b* & *b c*, on pourra tirer un cercle du point *e* comme du centre par le point *b*. Or je dis que ce cercle passera par les points *a* & *c*: car 1. les deux triangles *e i b* & *e i a* seront tous égaux; puisque le côté *i b* est égal au côté *i a* par l'hypothese, le côté *e i* est commun, l'angle vers *i* est droit de part & d'autre : Donc (2. 11.) le côté *e b* est égal au côté *e a*. 2. Par même raison on prouvera que le côté *e c* est égal à *e b* : & par consequent le cercle dont le centre seroit *e*, & le demi-diametre *e b*, passeroit par *a* & par *c*.

21. Tout triangle *a c d* (f. g. de l'art. 18.) peut être circonscrit à un cercle. Car si l'on imagine deux lignes *a e*, & *d e*, qui divisent en deux également les angles *a* & *d*, & puis des perpendiculaires sur les côtez du triangle, sçavoir *e b*, *e f*, *e g* : je dis que si on tire un cercle du centre *e* par *b*, ce cercle touchera les trois côtez du triangle aux points *b*, *f*, *g*. Car 1. les deux triangles *a e b*, *a e f* sont tous égaux : car ils ont un côté *a e* commun, un angle vers *b* & *f* droit, un autre angle vers *a* égal, puisque l'angle *b a f* a été divisé en deux également : Donc le côté *e b* est égal au côté *e f*. (2. 14.)

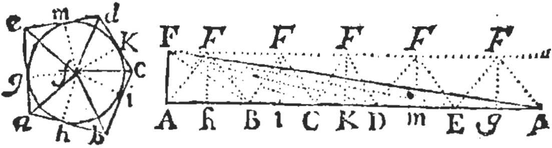
2. Par même raison on prouvera que *e g* est égal à *e f*. Et comme d'ailleurs ces lignes *e b*, *e f*, *e g* sont perpendiculaires sur les côtez du triangle, le cercle *b f g* touchera ces côtez en ces points (4. 5.)

22. Tout quadrilatere *a f e d* inscrit dans un cercle, a les angles opposez égaux ensemble à deux droits Car si par le point *a* on tire une tangente *g a b*, & une diagonale *a e*, l'angle *a f e* sera égal à l'angle *e a g* (4. 17.) & l'angle *a d e* à l'angle *e a b* : (4 17.) & par consequent puisque les deux *e a b* & *e a g* sont égaux à deux droits, ces deux angles opposez *f* & *d* sont aussi égaux à deux droits. De même maniere on prouvera que les angles *f e d*, & *f a d* seront égaux à deux droits, si l'on imagine une autre tangente par le point *f*.



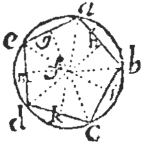
23 La converse de cette proposition est aussi manifeste : sçavoir que tout quadrilatere, dont les angles opposez sont égaux à deux droits, est inscrit dans un cercle ; c'est-à-dire, qu'il peut y avoir un cercle qui touche tous ses quatre angles.

24. Tout polygone circonscrit à un cercle est égal à un triangle rectangle, dont une jambe seroit égale au demi-diametre du cercle, & l'autre à toute la circonference du polygone. Soit la ligne F A égale au demi-diametre *f h*, & la perpendiculaire infinie A B C D, *&c.* sur laquelle soit prise A *h* égale à *a h*, & *h* B égale à *h b*, & B *i* égale à *b i*, & *i* C. égale à *i c*, *&c.*



afin que toute la ligne *A B C D E A* soit égale à toute la circonference du polygone *a b c d e a*. De plus soit F *F F* parallele à A B, afin que toutes les perpendiculaires *h F*, *i F*, *b F*, *&c.* soient égales au demi-diametre *f h* ou *f i*, *&c.* il est clair que le triangle *A F B* sera égal au triangle *a f b*, & le triangle *B F C* au triangle *b f c*, & C F D à *c f d*, *&c.* Ainsi tous ces triangles ensemble seront égaux à tout le polygone. Or le triangle F A A, est égal à tous ces triangles ensemble, à cause qu'en tirant les lignes *B F*, *C F*, *D F*, *&c.* Le triangle F A *B* sera égal à F A *B*, & F *B* C à F *B C*, *&c.* (3. 16.) Donc aussi tout le triangle F A A est égal au polygone ; ce qu'il falloit démontrer.

25. Tout polygone régulier est égal à un triangle rectangle, dont une jambe seroit toute la circonference du polygone, & l'autre, la perpendiculaire tirée du centre sur un des côtez du polygone. La preuve en est la même que celle de la proposition précedente. Car toutes les perpendiculaires *f h*, *f i*, *f h*, *&c.* sont égales, *&c.*

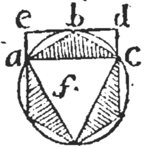


26. Tout polygone circonscrit est plus grand que le cercle, & tout polygone inscrit est plus petit. Cela est manifeste, parce que ce qui contient est plus grand que ce qui est contenu.

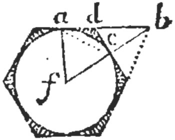
27. *Le perimetre* (ou la circonference) de

tout polygone circonscrit est plus grand que la circonference du cercle, & la perimetre de tout polygone inscrit est plus petit : cela est aussi manifeste par la 21. du second livre.

28. Si dans un petit segment de cercle *a b c*, on inscrit un triangle isoscele, en sorte que *a b* soit égal à *b c*, ce triangle sera plus grand que la moitié du segment. Car si on tire la tangente *e b d*, qui sera parallele à *a c*, car elle est perpendiculaire à *f b*. (4. 5.) à laquelle l'est aussi *a c*; (4. 6.) & si de plus on acheve le parallelogramme rectangle *a e d c*; celuy-cy sera plus grand que le segment du cercle *a b c*. Or le triangle *a b c* est la moitié du parallelogramme *a e d c*: (3. 18.) Donc ce triangle *a b c* est plus grand que la moitié du segment *a b c*.

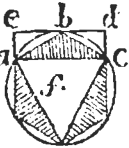


29. Soit la tangente *a b d*, & la secante *f c b*, & la droite *a c*, & une autre tangente *c d*; je dis que le triangle *d b c* est plus de la moitié du triangle mixte, compris entre les droites *a b*, *c b*, & la circulaire *c a*: car dans le triangle *d b c* l'angle en *c* étant droit, (4. 5.) le côté *d b* sera plus grand que *d c*. (2. 17.) Or *d c*, est égal à *d a*; (4. 7.) Donc *d b* est plus grand que *d a*: Donc le triangle *c b d* est plus grand que le triangle *c a d*: (3. 17.) Donc il est plus grand que la moitié du triangle total *c b a*. Or ce triangle *c b a* est plus grand que le triangle mixte compris entre l'arc *a c*, & les droites *b c*, *b a*: Donc aussi le triangle *d b c* est plus grand que la moitié du triangle mixte *a b c*.



30. De ces deux propositions il s'ensuit,

qu'en multipliant les côtez des polygones réguliers, on en peut faire de circonscrits & d'inscrits, en sorte que la difference, dont le circonscrit surpassera le cercle, ou dont le cercle surpassera l'inscrit, soit aussi petite que l'on voudra; parce que si de quelque quantité que ce soit, on ôte plus de la moitié, & du *résidu*, encore plus de la moitié, & derechef plus de la moitié encore du résidu, & ainsi plusieurs fois, on viendra enfin à laisser un residu aussi petit que l'on voudra: ce qui est naturellement connu. Ainsi, aprés avoir inscrit un triangle, qui sera plus petit que le cercle de trois grands



segmens, on peut inscrire un hexagone, qui sera plus grand que n'étoit le triangle; mais qui sera encore plus petit que le cercle de six petits segmens qui sont icy blancs. Or ces six petits segmens tous ensemble ne contiennent pas tant d'espace, que la moitié des trois premiers segmens. (4.28.) Aprés quoy on peut encore inscrire un dodécagone, qui sera surpassé par le cercle de douze petits segmens: mais tous ces douze ensemble ne vaudront pas la moitié des six segmens de l'hexagone; & ainsi on peut, en multipliant les côtez des polygones, diminuer tant que l'on voudra la difference dont le cercle surpassera ce polygone inscrit. De même, aprés avoir circonscrit un triangle, on peut circonscrire un hexagone, & puis un dodécagone, & une figure de ving quatre côtez, *&c.*

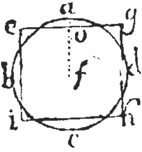
31 Tout cercle est égal à un triangle rectangle, dont une jambe est le demi diametre, & l'autre une ligne droite égale à la circonference du cercle. Car ce triangle sera plus grand que tout polygone inscrit, & plus petit que tout po-

lygone circonscrit : (par la 24. 25. 26. & 27. du 4) Donc il sera égal au cercle. Car s'il étoit plus grand, pour petite qu'en fût la difference, on pourroit faire un polygone circonscrit, dont la difference avec le cercle seroit moindre que la difference du même cercle avec ce triangle rectangle : ainsi ce polygone circonscrit seroit plus petit que ce triangle ; ce qui est absurde. De même, si ce triangle étoit plus petit que le cercle, on pourroit faire un polygone inscrit, qui seroit plus grand que ce triangle ; ce qui est impossible.

Cette sorte de démonstration que nous venons d'employer, & qu'on appelle de l'impossible, *est une des plus belles inventions de l'antiquité ; & toute la Geométrie* indivisibles, *est fondée là-dessus : de sorte qu'il y a sujet de s'étonner, que quelques nouveaux Auteurs l'ayent rejettée comme défectueuse & indirecte. Que si l'on en vient à ce point de délicatesse, que de ne pouvoir souffrir une démonstration, si elle ne prouve directement & positivement ; il sera fort aisé de donner à celle-cy un tour qui la rende reguliere & directe : car on n'a qu'à poser pour principe,* que si deux quantitez déterminées *a* & *b* sont telles, que tout autre quantité imaginable, qui seroit plus grande ou plus petite que *b*, seroit aussi plus grande ou plus petite que *a*, ces deux quantitez *a* & *b* sont égales. *Et ce principe posé, qui est en effet tres-manifeste de soy-même, on prouvera directement que ce triangle est égal au cercle, puisque toute figure imaginable (inscrite) plus petite que le cercle, est aussi plus petite que le triangle ; & que toute figure (circonscrite) plus grande que le cercle est aussi plus grande que le triangle.*

C'est ce qu'on appelle la quadrature du cercle, *qui ne consiste qu'à faire un quarré, ou bien un triangle, ou une autre figure rectiligne égale au cercle; ce qu'on feroit, si l'on pouvoit trouver une ligne droite égale à la circonference, comme il paroit en cette proposition; mais cette égalité n'a jamais été trouvée geométriquement.*

32. Une ligne étant disposée en cercle, tiendra plus d'espace qu'en toute autre figure polygone réguliere que ce soit. Si la circonference du cercle *a b c d* se dispose en quarré, ou en



quelque autre polygone régulier, en sorte que tous les côtez *e g*, *g h*, *h i*, *i e*, ensemble soient égaux à la circonference *a b c d*; je dis que tout ce cercle sera plus grand que le polygone. Car le cercle est égal au triangle, dont un côté est la circonference, & l'autre côté est le demi-diametre *f a*; & le polygone est égal au triangle, dont un côté est aussi la même circonference *a b c d*, ou les côtez *e g h i*, & l'autre côté est *f o*, (4. 25.) Et comme *f o* est plus petit que *f a*, tout ce second triangle égal au polygone sera plus petit que le premier triangle égal au cercle: & par consequent ce polygone sera plus petit que le cercle; ce qu'il falloit prouver.

C'est ce qu'on entend, quand on dit communément, que de toutes les figures Isoperimetres, *ou qui ont les circonferences égales, la plus grande est le cercle.*

LIVRE CINQUIE'ME.

Des Solides.

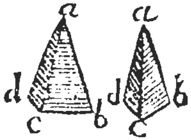
1. Une ligne droite est dite simplement *droite* sur un plan, ou *érigée* sur un plan à *angles droits*, lorsqu'elle n'est point inclinée sur ce plan plus d'un côté que d'un autre, comme une colonne sur le pavé.

2. Deux plans sont paralleles, quand toutes les perpendiculaires ou droites, tirées entre les deux plans, sont égales.

3. Un plan est perpendiculaire ou *droit* sur un autre plan, quand il n'est pas incliné ou panché plus d'un côté que d'un autre, comme une muraille sur le sol.

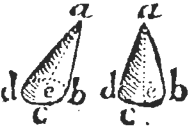
4. *L'Angle solide* se fait quand trois ou plusieurs plans se joignent en aboutissant à un point, comme la pointe d'un diamant bien taillé.

5. Si l'on imagine la ligne *a b*, fixe au point *a*, & qu'elle soit meuë tout le long des côtez d'un polygone *b c d*, cette ligne par ce mouvement décrira une figure qui s'apelle *Pyramide*.

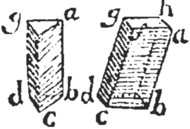


6. Le Polygone s'apelle la base de la pyramide.

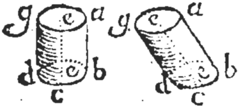
7. Si la ligne *a b* se meut le long d'un cercle *b c d*, elle décrit un *Cone*, dont ce cercle est la *base*; & la ligne tirée de la pointe *a* au centre du cercle *e* est l'*axe*.



8. Si la ligne *a b* se meut uniformement autour de deux polygones *b c d*, *a f g*, qui soient tout-à-fait égaux, ayant leurs côtez & leurs angles égaux mutuellement, & que ces polygones soient paralleles, en sorte que les côtez égaux se répondent parallelement, *a f* à *b c*, *f g* à *c d*, &c. Alors cette ligne par son mouvement fera une figure qui s'appelle *Prismes* & les polygones en sont les *bases*.



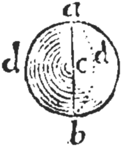
9. Si les bases du prisme sont des parallelogrammes, il s'apelle *Parallepipede*.



10. Si la ligne *a b* se meut uniformement autour de deux cercles égaux & paralleles, elle décrit un *Cilyndre*.

11. La ligne qui joint les centres *e e* des bases, est l'*axe* du Cilyndre.

12. Dans toutes ces figures, lorsque l'axe est perpendiculaire sur la base *d e c*, les figures sont apellées Isosceles : mais si l'axe est incliné, elles sont Scalenes.



13. Si un demi cercle *a d b* tourne autour de son diametre *a b*, il décrit une *Sphere* ou un globe, dont l'*axe* est *a b* : le *centre c*, le meme que celuy du demi-cercle. Toute ligne tirée par le centre *c*, & terminée de part & d'autre par la surface de la sphere,

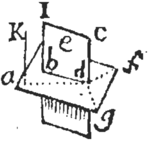
ſpere, s'apelle *Diametre*, & peut être dite *Axe*.

14 Toutes les lignes tirées du centre *c* à la circonference, s'apellent *Rayons*, & ſont égales entre elles.

15. Deux lignes droites qui ſe touchent en ſe croiſant, ſont en même plan, & par conſequent tout triangle eſt auſſi en même plan.

16. Si deux plans *e d b*, & *d a b* ſe coupent, ils ſe coupent en une ligne droite *d b*, qui s'apelle la *commune ſection*.

17. Si une ligne *c d* eſt perpendiculaire à deux lignes *f d* & *g d*, qui ſont dans le plan *f g d*, elle ſera auſſi perpendiculaire au plan.



18 Si une ligne *c d* eſt perpendiculaire à trois *f d*, *g d*, *a d*, ces trois lignes ſont en même plan.

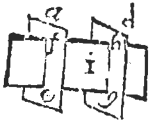
19. Si deux lignes *d c*, *b i*, ſont perpendiculaires au même plan *f d b*, elles ſeront paralleles

20. Si deux lignes *d c*, *b i*, ſont paralleles, & qu'on tire quelque autre ligne droite de quelque point que ce ſoit d'une ligne à l'autre, comme *d b*, ces trois lignes ſeront en même plan.

21. Si deux lignes *d c*, *b i* ſont paralleles à une troiſiéme *a b*, encore qu'elles ne ſoient pas en un même plan, elles ſont paralleles entre elles.

22. Si une même ligne *a b* eſt perpendiculaire à deux plans *c d* & *e f*, ils ſont paralleles.

23. Si deux plans paralle-



les *d h g*, *a f e* sont coupez par un troisiéme *i*, les communes sections *h g*, *f e* seront paralleles.

24. Si un angle solide est fait de trois angles plans, deux de ces angles sont toûjours plus grands que le troisiéme.

Toutes ces propositions sont si manifestes, pour peu d'attention qu'on apporte à les considerer, qu'il n'est pas necessaire de s'arréter à les prouver.

25. Tous les angles plans, qui font un angle solide, sont ensemble plus petits que quatre droits. Car s'ils faisoient quatre droits, ils feroient non un angle solide, mais un même plan. Donc afin qu'ils puissent faire un angle solide, il faut qu'ils soient moindres que quatre droits.

Je conseille de faire avec du carton des angles, & des figures, & par ce moyen on comprendra aisément ces choses.

26. En tout parallelepipede les plans opposez sont égaux : ceci est aisé à comprendre.

Les huit propositions suivantes se démontreront dans la seconde partie de ces Elemens. Elles se peuvent neanmoins ici démontrer, en appliquant aux solides ce qui a été prouvé dans les plans, au 3. & au 4. livre; mais il n'est pas besoin de s'y arréter.

27. Les parallelepipedes qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes plans paralleles, sont égaux. (Voyez 3. 14.)

28. Tout parallelepipede est partagé en deux prismes triangulaires égaux par le plan qui passe par les deux diametres paralleles des deux faces opposées.

29. Les prismes triangulaires, qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

30. Les pyramides qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes paralleles, sont égales.

31. Tous prismes géneralement, tous cylindres, & tous cones qui sont sur des bases, égales, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

32. Les pyramides & les cones qui sont sur des bases égales aux bases des prismes & des cylindres, & qui sont entre les mêmes paralleles, sont le tiers de ces prismes ou de ces cylindres.

33. Toute la sphere est égale à un cone, dont l'axe perpendiculaire est le demi diametre de la sphere, & la base est un plan égal à toute la circonference convexe de la même sphere.

34. De toutes les figures solides que peut renfermer une même surface, la plus grande est la spherique.

35. *Corps régulier* est celuy qui est compris entre des figures régulieres & égales, duquel aussi tous les angles solides sont égaux, comme sont . . .

36. Le *Tetraédre* compris sous quatre triangles égaux & équilateraux, c'est une pyramide, dont la base est égale à chaque face.

37. L'*Hexaédre* ou *Cube* est composé de six quarrez égaux, comme un dé à joüer.

38. L'*Octaédre* est de huit triangles égaux & équilateraux.

39. Le *Dodecaédre*, de douze pentagones égaux & équilateraux.

40. L'*Icoſaédre* de vingt triangles égaux & équilateraux.

41. Outre ces cinq corps réguliers, il n'eſt pas poſſible d'en trouver d'autres; ce qu'on démontre ainſi.

On prend des triangles équilateraux, qui ſont les figures les plus ſimples de toutes les rectilignes. Il en faut pour le moins trois, pour faire un angle ſolide; or ayant joint trois de ces triangles pour en faire un angle, on trouve juſtement le tetraédre: car ces trois angles aboutiſſant en un point, laiſſent une baſe triangulaire ſemblable & égale aux faces, comme l'on voit dans la ſeule compoſition.

Joignant quatre de ces triangles, on fait l'angle de l'Octaédre.

Avec cinq de ces triangles, on fait l'angle de l'Icoſaédre.

Si de ces triangles joints enſemble ne peuvent point faire d'angle ſolide, car ils ſont égaux à quatre droits: Or tout angle ſolide eſt fait par des angles plans, qui tous enſemble doivent être moindres que quatre droits: (5. 25.) ainſi il n'eſt pas poſſible de faire avec des triangles d'autres corps réguliers que ces trois.

Prenant maintenant des quarrez, & en joignant trois enſemble, on aura l'angle du cube; & on ne ſçauroit faire d'autre corps que le cube avec des quarrez, parce que ſi l'on prenoit quatre quarrez, & qu'on les joignit enſemble, on ne feroit plus un angle ſolide, mais un ſeul plan. (5. 25)

Prenant trois pentagones, on fera l'angle du dodecaédre: mais quatre pentagones ne peuvent faire un angle solide.

Enfin trois héxagones joints ensemble remplissant tous les quatre angles droits, ne peuvent faire d'angle solide, & trois heptagones, ou d'autres figures de plus de côtez le pourroient faire encore moins : ainsi en tout on ne peut faire que ces cinq corps réguliers, trois avec des triangles, un avec des quarrez, & un avec des pentagones.

LIVRE SIXIE'ME.

Des Proportions.

1. QUAND on parle de *Grandeur*, & qu'on dit qu'une quantité est *grande*, on fait toûjours quelque comparaison de cette quantité avec quelque autre de même nature, à l'égard de laquelle elle est dite *grande*. Ainsi nous disons d'une montagne, qu'elle est petite, & d'un diamant qu'il est grand, parce que nous comparons cette montagne, avec les autres montagnes en comparaison desquelles elle est *petite* : & que de même nous comparons ce diamant avec les autres diamans, en comparaison desquels nous disons que celuy cy est *grand*.

2. Quand on considere ainsi une quantité en la comparant à une autre, pour voir quelle *grandeur* elle a en comparaison de cette autre ; la grandeur que l'on trouve qu'a cette quantité ainsi en comparaison de l'au-

tre, s'appelle *Raison*, quoy que pour se faire mieux entendre il fallut dire *Comparaison*.

3 La quantité qu'on compare à une autre s'appelle l'*Antecedent*, & cette autre *le Consequent*.

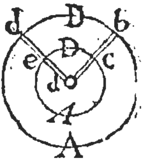
4 Quand de plus on considere quatre quantitez, & qu'on les compare deux à deux *a* 4 avec *b* 2, & *c* 6 avec *d* 3; si l'on trouve que *a* a autant de *grandeur* en comparaison de *b* que *c*, en a en comparaison de *d*: alors on dit que ces raisons sont égales; c'est-à-dire, que la raison d'*a* à *b* est égale à la raison *c* à *d*; & que comme *a* a deux fois autant de grandeur que *b*; *c* aussi a deux fois autant de grandeur que *d*.

5. Mais si l'on trouve que *a* 4 ait plus de grandeur en *a b c d c* comparaison de *b* 2, que *c* 6 n'en a en comparaison de *e* 5: par exemple, si l'on trouve que *a* 4 ayant deux fois autant de grandeur que *b* 2, *c* 6 n'en a pas deux fois autant que *e* 5; alors on dit que ces raisons sont inégales, & qu'*a* a *plus grande raison* à *b*, que *c* à *e*; de sorte qu'*avoir plus grande raison* n'est autre chose qu'avoir plus de grandeur en comparaison d'une seconde quantité, qu'une troisiéme n'en a en comparaison d'une quatriéme.

6. L'égalité de raisons s'appelle *Proportion*; & quand on trouve que de quatre quantitez, la premiere a autant de grandeur à raison de la seconde, que la troisiéme en a à raison de la quatriéme, alors on dit que ces quatre quantitez sont *proportionnelles*.

Pour mieux faire comprendre tous les mysteres des proportions, qui passent pour les *plus difficiles de la Geométrie, comme ils en sont sans contredit les plus importans, je vas les expliquer par un exemple, qui tout seul rendra à mon avis fort intelligibles des choses, qui d'ailleurs paroissent assez embarrassées.*

7. Imaginons le cercle *b A d* décrit par le mouvement de la ligne *a b* autour du point *a*; & de même soit le cercle *c A e* décrit par le mouvement d'un point *c* qui se trouve dans la ligne *a c b*, imaginons derechef que cette même ligne *a c b* tourne encore une autre fois, & se meut jusqu'en *a e d*; l'arc *b B d* soit appellé *B*; l'arc *c D e* soit apellé *D*; tout le cercle *b B* A soit nommé A; tout le cercle *c D A* soit nommé *A*: Maintenant si nous comparons d'une part tout le cercle *A* à l'arc *B*; & de l'autre tout le cercle *D*, nous trouverons manifestement que le cercle A, a autant de grandeur à la raison de l'arc *B*, que le cercle *A* en a à raison de l'arc D; & que si *B* est la quatriéme ou la sixiéme partie du cercle A, *D* aussi sera la quatriéme ou la sixiéme partie du cercle *A*: ce qui s'énonce de la sorte, *comme* A *est* à B, *ainsi A est* à *D*; & pour abreger, nous le marquerons ainsi A. B : D. *A*.

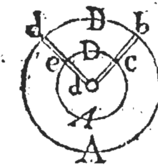


8. Si maintenant nous renversons comparant *B* à A, & *D* à *A*, nous trouverons aussi manifestement que *B*. *A* : : *D*. *A*. de sorte que supposé que A. B : : *A*. *D*, nous tirons incontinent une conclusion qu'on appelle *invertendo* : donc *B*. A : : *D*. *A*.

9. Que si nous faisons un échange en com-

parant un antecedent avec l'autre antecedent, & de même un consequent avec l'autre consequent ; nous concluons *alternando*, donc A. *A* : : B. *D*. Et ceci est bien manifeste : car si tout le cercle A est double ou triple (ou en quelque autre raison que ce soit) du cercle *A*, l'arc *B* sera aussi double ou triple (ou enfin en même raison) de l'arc *D*. Ceci, dis je, est manifeste, puisque les deux cercles A & *A* sont décrits par le mouvement de la ligne *a c b*, en sorte que *b* décrivant tout le cercle A, *c* décrit tout le cercle *A* & *b* décrivant l'arc B, *c* décrit aussi l'arc D ; & cela par un commun mouvement circulaire, sinon que le point *c* se mouvant plus lentement que le point *b*, il décrit aussi un cercle plus petit à proportion de la lenteur : & de même lorsque le point *b* aura décrit l'arc B, le point *c* aura pareillement décrit l'arc D, qui sera plus petit à proportion de sa lenteur.

10. Si nous comparons les differences des antecedens & des consequens avec les consequens ; par exemple, A moins B, avec B, & *A* moins D, avec D, nous trouverons encore qu'il y a proportion, & que A moins B. B : : *A* moins D. D ; car il est bien manifeste que l'arc *b* A *d* (qui est A moins B) est à l'arc B, comme l'arc *c A e* (qui est *A* moins D) est à l'arc D : & ceci s'appelle *Dividendo*.



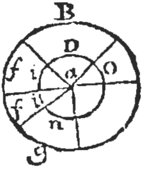
11. Si nous joignons les antecedens avec les consequens, nous trouverons que A plus B. B : : *A* plus D. D ; ce qui s'appelle *componendo*.

12. Que si nous concluons que A. A moins

moins

moins B : : *A*. *A* moins D, cela s'appellera *convertendo*.

13. Si nous prenons plusieurs quantitez qui soient proportionnelles deux à deux comme B *f* : : D. *i*. & *f*. *g* : : *i*. *n*, &c. alors nous pouvons conclure, en prenant les premieres & les dernieres, que B. *g* : : D. *n* ; ce qui s'appelle *ex æquo ordonné*.



La proposition qui suit est un peu embarassée, mais elle n'est pas d'importance, & on peut la laisser.

14. Mais si aprés avoir pris *f*. *g* : : *o*. D, c'est-à-dire, comme la penultiéme à la derniere dans le premier rang : : ainsi quelque autre quantité *o* à la premiere du second rang on conclud : donc B. *g* : : *o*. *i* ; c'est-à-dire, comme la premiere à la derniere dans le premier rang : ainsi cette autre quantité *o* à la penultiéme du second rang : alors cela s'appelle *ex æquo troublé* Or cela se peut toûjours conclure : car puisque *f*. *g*, ou bien *i*. *n* : : *o*. D. il sera aussi *alternando & invertendo* *o*. *i* : : D. *n*, ou bien : : B. *g*.

15. Si l'on prend B. autant de fois que D, par exemple, 3 B & 3 D, nous conclurons que B. D : : 3 B. 3 D. Et de même : : 10. B. à 10 D. ou bien : : 12 $\frac{1}{2}$ B. à 12 $\frac{1}{2}$ D ; & ainsi de quelque autre maniere qu'on multiplie ces deux grandeurs B. & D. pourveu qu'on les multiplie également, il y aura toûjours même raison entre ces grandeurs également multi-

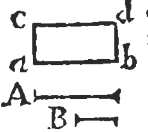
pliées, qu'entre ces grandeurs ſimples. Et ſes grandeurs ainſi également multipliées s'appellent *Equimultiples* des ſimples B. & D, & l'on dit que les *Equimultiples* ſont entre elles comme les ſimples.

16. Si l'on partage B en même façon que D, & qu'on prenne, par exemple, une quatriéme partie de B, & une quatriéme partie de D, ou bien une dixiéme de B, & une dixiéme de D, ou telle autre partie ſemblable; ces parties auront même raiſon entre elles que les totales.

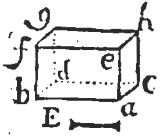
$$B.\ D :: \frac{1}{3}\ B.\ \frac{1}{3}\ D :: \frac{1}{10}\ B.\ \frac{1}{10}\ D.\ \&c.$$

Tout cela eſt naturellement connu.

17. *Multiplier* une ligne par une autre ligne, c'eſt faire un parallelogramme rectangle, qui ait pour les deux côtez contigus ces deux lignes. Par exemple, on multiplie la ligne A par la ligne B, en faiſant le rectangle *a b c d*, en ſorte que *a b* ou *c d* ſoit égal à A, & *b d*, ou *a c* ſoit égal à B.

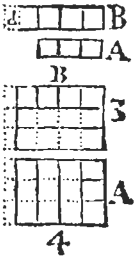


18. Multiplier un rectangle, ou une autre ſurface par une ligne, c'eſt faire un parallelepipede rectangle (5.9.) dont la baſe ſoit cette ſurface, & la hauteur perpendiculaire ſoit cette ligne. Par exemple, on multiplie la ſurface *a b d c* par la ligne E, en faiſant le ſolide *a b f g h*, *&c.* en ſorte que



sa base soit la surface *a d*, & sa hauteur *a e* ou *b f*, égale à E.

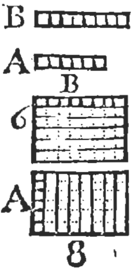
19. Pour bien concevoir ces multiplications, il faut imaginer deux lignes, comme si elles avoient quelque largeur, & diviser toute leur longueur en de petits quarrez, comme vous voyez en ces figures, où A est une ligne, ou plûtôt une regle composée de trois petits quarrez, & B, est une autre regle composée de quatre petits quarrez de même largeur que les trois d'A. Maintenant donc multiplier A par B, ou B par A, c'est prendre la regle B autant de fois qu'il y a de quarrez dans A; ou bien prendre A autant de fois qu'il y a de quarrez en B; ce qui revient au même. Ainsi B pris trois fois fait le premier rectangle, qui comprendra douze quarrez: & A pris quatre fois fera le second rectangle, qui comprendra aussi douze quarrez, & sera tout-à-fait égal au premier.



20. Il faut prendre garde que la même multiplication se fait encore, bien que dans la longueur de la ligne il ne se trouve point précisément un certain nombre de petits quarrez; mais que si dans A, par exemple, il y a trois quarrez, & que dans B il y en ait quatre & demy, ou quatre, & telle autre partie, ou tel autre excez qu'on voudra, marqué icy *d*, on n'a qu'à prendre B trois fois pour multiplier B par A, & l'on aura le premier rectangle composé de douze quarrez, & de trois de ces excés *d*. Et de même multipliant A par B, c'est-à-dire, prenant

A quatre fois & demi, ou bien quatre fois avec tel excés d, on aura le ſecond rectangle composé auſſi de douze quatrez & de trois d.

21. Que ſi l'on imagine que la ligne B ſe retreſſit de la moitié, en ſorte que ſa longueur demeurant toûjours la méme, il ſe trouve qu'elle ait huit petits quarrez, c'eſt-à dire, que ſa longueur ſoit huit fois auſſi grande que la largeur, il ſe trouvera auſſi que retreciſſant de méme la largeur d'A, il y aura dans A ſix petits quarrez : de ſorte que ſi l'on multiplie maintenant B par A, ou A par B, il ſe fera deux rectangles tout-à-fait égaux aux deux precedens. Car B pris ſix fois, fait le premier rectangle composé de quarante-huit petits quarrez ; & A pris huit fois, fait le ſecond rectangle composé auſſi de quarante-huit quarrez : & ces quarante-huit quarrez ne valent ni plus ni moins que les douze des rectangles precedens, parce qu'un de ces douze en vaut quatre de ces quarante-huit, comme il paroît dans la ſigure méme.



Ainſi quelque petite largeur que l'on donne à ces lignes, quand on les retreciroit à l'infini, il eſt manifeſte que les rectangles qu'elles feront, étant multipliées l'une par l'autre seront toûjours les mémes. De ſorte que l'on peut prendre hardiment les lignes comme indiviſibles, & les multiplier, en faiſant d'elles un rectangle, puiſque jamais la grandeur de ce rectangle ne varie, quelque petiteſſe que l'on donne à la largeur des lignes.

22. Il est fort aisé d'appliquer tout ceci à la multiplication des solides : mais au lieu de quarrez, il faut imaginer des cubes : car si l'on pense une surface composée de douze cubes ; & d'un autre côté, si l'on pense de plus une ligne composée de deux cubes, on multipliera la surface douze par la ligne deux, en prenant cette même surface autant de fois qu'il y a de petits cubes dans la ligne, c'est-à-dire, deux fois, & alors il se fera un solide composé de ving-quatre petits cubes.

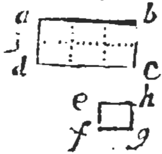
23. De tout ceci il paroît que ces petits quarrez & ces petits cubes sont dans la multiplication des lignes & des surfaces, ce que les unitez sont dans la multiplication des nombres : car multiplier un nombre par un autre, par exemple, 3 par 5, c'est prendre 3, autant de fois qu'il y a d'unitez en 5, ou bien prendre 5, autant de fois qu'il y a d'unitez en 3 ; ce qui produit quinze. Ainsi multiplier une ligne par une autre, c'est prendre une de ces lignes autant de fois qu'il y a de quarrez dans l'autre ; & multiplier une surface par une ligne, c'est prendre cette surface autant de fois qu'il y a de cubes dans la ligne.

Dans un autre endroit on parlera des multiplications de surfaces par des surfaces, ou par des solides, d'où resultent des composez, qu'on appelle de plus de trois dimensions.

24. Toutes grandeurs se peuvent exprimer par des lignes : comme, si une grandeur est double ou triple d'une autre, ou en telle autre raison qu'on voudra, on n'a qu'à prendre deux lignes, dont l'une soit double ou triple de l'autre, ou en telle autre raison semblable à la

raison des grandeurs. Ainsi pour exprimer deux temps, par exemple, une heure & deux heures, ou bien deux vitesses, dont l'une soit double de l'autre, je n'ay qu'à prendre deux lignes, *a* double de *b*, & je pourray dire qu'*a* represente deux heures, ou la grande vitesse, & *b* represente une heure, ou la petite vitesse, & agir sur ces deux lignes comme je ferois sur les heures, *&c.*

25. Pour connoître la proportion des rectangles, il faut connoître la raison de la longueur de l'un à la longueur de l'autre, & de plus la raison de la largeur de l'un à la largeur de l'autre : par exemple, pour connoître quelle raison a le rectangle *a c*, au rectangle *e g*, il ne suffit



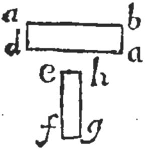
pas de sçavoir que la longueur *a b* est triple de *e h*, mais de plus il faut aussi sçavoir que *a d* est double de *e f* : car si l'on prend *a i* égal à *e f*, le rectangle *b i* sera triple du rectangle *e g*, puisque *a b* est triple de *e h*, & *a i* égal à *e f*. Et de plus, comme *i d* est encore égal à *a i*, ou à *e f*, (puisqu'on suppose que *a d* est double de *a i*, ou de *e f*,) le rectangle *i c* sera aussi triple du rectangle *e g*. Ainsi tout le rectangle *a c* est deux fois triple du rectangle *e g*, c'est-à-dire, sextuple, ou qu'il contient six fois le rectangle *e g*. Ce que j'ay dit de la raison double & triple des largeurs & des longueurs, se doit aussi entendre de toute autre raison que ce soit : car si *a b* est quadruple de *e h*, & *a d* triple de *e f*, le rectangle *a c* sera trois fois quadruple du rectangle *e g*, c'est-à-dire, que *a c* sera dodecuple de *e g*, ou le contiendra douze fois.

Si l'on prend douze fois la troisiéme partie d'un écu, on fait quatre écus : de sorte que quatre écus sont douze fois subtriples d'un écu, c'est-à-dire, sont douze fois la troisiéme partie d'un écu.

17 De là il paroît que si les côtez de deux rectangles sont réciproquement proportionnels, les rectangles sont égaux : car si *a b* est double de *e h*, & que réciproquement *h g* soit double

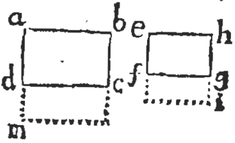
de *b c*, ou bien si *a b* est triple de *e h*, & *h g* triple de *b c*, ou enfin si quelque raison qu'ait *a b* à *e h*, *h g* ait aussi cette même raison à *b c*, il est bien manifeste que d'autant que le rectangle *a c* surpasse l'autre en longueur, d'autant aussi est il surpassé en largeur. Ainsi la longueur compensant la largeur, l'un & l'autre est égal : d'où l'on tire cette proposition tres-importante.

28. S'il y a quatre grandeurs proportionnelles, ce qui provient de la multiplication des deux moyennes, est toûjours égal à ce qui provient de la multiplication des deux extrêmes :



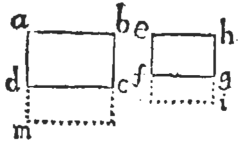
comme si *a b*. *e h* : : *h g*. *b c*, je dis qu'en multipliant les extrêmes *a b*, & *b c*, pour en faire le rectangle *a c*, & en multipliant les moyennes *e h* & *h g*, pour en faire le rectangle *e g*, ces deux rectangles *a c* & *e g* seront égaux. (6. 27.) Ce qui se fait par lignes & par rectangles, se fait aussi par quelque autre grandeur que ce soit, puisque toutes grandeurs se peuvent exprimer par lignes, & toutes multiplications de grandeurs par multiplications de lignes, c'est-à-dire, par des rectangles. (6. 24.)

29. Lorsque les rectangles ont leurs côtez proportionnels, en sorte que *a b. e h : : a d. e f*, on dit alors que le rectangle *a c* est au rectangle *e g*, en *raison doublée* de la raison de leurs côtez : car la raison de *a c* à *e g*, est composée de la raison de *a b* à *e h*, & de la raison de *a d* à *e f*. (6. 26.) Or la raison de *a b* à *e h* est ici (par l'hipothese) la même que la raison de *a d* à *e f* : ainsi pour avoir la raison du rectangle *a c* au rectangle *e g*, il suffit de prendre deux fois la raison de *a b* à *e h*. Par exemple, si *a b* est double de *e h*, & *a d* est double de *e f*, le rectangle *a c* sera deux fois double, c'est-à dire, quadruple du rectangle *e g* : & si *a b* est triple de *e h*, *a d* triple de *e f* ; *a c* sera trois fois triple de *e g*, c'est-à-dire, nonecuple : & si *a b* est quadruple de *e h*, *a c* sera quatre fois quadruple, c'est-à-dire, sexdecuple de *e g*.



30 Si l'on prend une troisiéme ligne *n o* proportionnelle, en sorte que *a b. e h : : e h, n o.* les deux rectangles *a c*, & *e g*. seront comme les lignes *a b*, & *n o*. Car *a b* à *n o*, est en raison doublée d'*a b* à *e h*. Et si *a b* est double, ou triple, ou quadruple d'*e h* ; *a b* sera deux fois double ou trois fois triple, ou quatre fois quadruple, de *n o*.

31. Ces rectangles qui ont ainsi leurs côtez proportionnels *a b. e h : : a d. e f* : s'appellent *semblables* : dont les côtez *homologues* sont ceux qui se répondent dans la proportion,



comme *a b* & *e h*, ou bien *a d* & *e f* : car si *a b* est le plus grand côté du rectangle *a c*, *e h* sera aussi le plus grand côté du rectangle *e g*.

32. Tous les quarrez sont des rectangles semblables : car il est bien manifeste que si *a b* est double ou triple, &c. de *e h* : *a m* sera aussi double ou triple de *h i*, puisque *a m* est égal à *a b*, & *h i* à *e h*.

33. Tous les rectangles semblables sont entre eux, comme les quarrez bâtis sur leurs cotez homologues. Je dis que le rectangle *a c* est au rectangle *e g*, comme le quarré *b m* au quarré *e i* : car tant ces quarrez que ces rectangles, sont entre eux en raison doublée de *a b* à *e h*. (6. 29. 32.)

34. Pour connoître la raison de deux solides parallelepipedes rectangles, il faut connoître la raison de la base de l'un à la base de l'autre, & de plus la raison de la hauteur de l'un à la hauteur de l'autre : parce que la raison de tout un solide à l'autre est composée des raisons des longueurs, largeurs & hauteurs ; ce qui est aisé à comprendre, si l'on a compris ce qui a été dit des raisons des rectangles. Car si un parallelepipede a sa base double de la base d'un second parallelepipede, & la hauteur triple de la hauteur, le premier parallelepipede sera deux fois triple, ou trois fois double, ou en un mot sextuple du second.

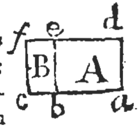
35. Si les bases de deux parallelepipedes rectangles sont reciproquement comme leurs hauteurs, les parallelepipedes sont égaux ; cela se

trouve comme la vingt septiéme de ce livre : car d'autant que l'un surpasse l'autre en largeur & en longueur, d'autant est-il surpassé en hauteur.

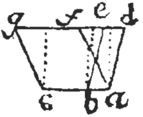
36. Lorsque les parallelepipedes rectangles ont tous leurs côtez proportionnels, on les appelle *semblables*, & ils sont en *raison triplée* de leurs côtez, comme on dit des parallelogrammes, qu'ils sont en *raison doublée*.

37. Les parallelepipedes rectangles semblables sont entre eux comme les cubes bâtis sur les côtez homologues : car tant les cubes que les parallelepipedes, sont entre eux en raison triplée de leurs côtez homologues.

38. Les rectangles qui ont même hauteur sont entre eux en raison de leurs bases. Soient les rectangles A & B entre les paralleles *d f* & *a c*, en sorte que *a d* soit égal à *c f* : je dis que A B : : *a b*. *b c*, c'est à dire, que le rectangle A est au rectangle B, comme la base *a b* est à la base *b c*. Que si, par exemple, *a b* est double de *b c*, A sera aussi double de B ; & si *a b* est triple ou quadruple de *b c*, A aussi sera triple ou quadruple de B : car A n'est que la ligne *a b* multipliée par *a d*, (6 17.) & B n'est que la ligne *b c*, multipliée par la même *a d* ou *b e* qui luy est égale. Donc (6 15.) A. B : : *a b*. *b c*.



39. Tous parallelogrammes, qui sont entre même paralleles, sont entre eux comme leurs bases. Je dis que le parallelogramme *a d e b* est au parallelogramme *a f g e*, comme *a b* à *a c* : car ayant fait des rectangles pointillez sur les mêmes bases, ces re-

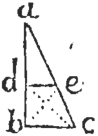


ctangles sont égaux parallelogrammes. (3.14) Or ces rectangles sont comme leurs bases : (par la précedente.) Donc les parallelogrammes aussi sont comme leurs bases, c'est à sçavoir, *a d e b*, *a f g c* : : *a b*. *a c*.

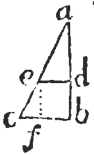
40. Les triangles qui sont entre mêmes paralleles sont comme les bases, car ils sont la moitié des parallelogrammes.

41. Quand les triangles ont leurs bases sur une même ligne droite, & que leur sommet aboutit à un même point, ils sont censez être entre mêmes paralleles, comme *a d c*, & *c d e*, ou bien *a d c*, & *b d e*.

42. Si dans un triangle on tire une ligne parallele à la base, cette ligne coupera les jambes proportionnellement. Soit le triangle *a b c*, & la



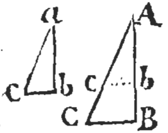
ligne *d e* parallele à *b c*, je dis que *a d*. *a e* : : *a b*. *a c*. & : : *d b* *e c*. Car si l'on imagine les lignes *c d* & *e b*, le triangle *c e d* sera au triangle *e a d*, comme *c e* à *e d* : (6.40. 41.) de même le triangle *b d e* au triangle *d a e*, est comme *b d* à *d a*. Or le triangle *c e d* est égal au triangle *b d e* : (3 16.) donc aussi le triangle *b d e* ou *c e d* est au triangle *e a d* : : comme *b d* à *d a*, ou comme *c e* à *e a* : donc encore *b d*. *d a* : : *c e*, *e a*, puisque tant la raison de *b d* à *d a*, que celle de *c e* à *e a*, expriment une même raison du triangle *b e d* ou *c e d* au triangle *e a d*.



43. Si dans un triangle *a c b*, on tire une ligne *d e*, parallele à la base *c b*, je dis que *e d*. *c b* : : *a d*. *a b*, ou : : *a e*. *a c*. car tirant *e f* parallele à *a b*, on aura *f b* égale à *e d*. (3.9.) Or par

la précedente *f b. c b* : : *e a. c a*::donc *e d*,*c b*:: *e a. c a* : : ou *d a. b a.*

44. On appelle *Triangle semblables* ceux qui ont tous les trois angles égaux, c'est-à-dire, ceux de l'un à ceux de l'autre, encore que les triangles soient inégaux. Par exemple, si l'angle A est égal à l'angle *a*, & l'angle B à l'angle *b*, & l'angle C à l'angle *c* tout le triangle A B C sera semblable au triangle *a b c.*

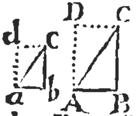


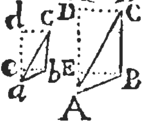
45. Quand on a trouvé que deux triangles ont deux angles égaux chacun à chacun, on aura aussi trouvé que le troisiéme angle sera égal, & que les triangles seront semblables: car puisque les trois angles dans chaque triangle font la valeur de deux droits, (2. 9.) si les deux angles d'un triangle sont égaux aux deux d'un autre triangle, il faut que le troisiéme angle de l'un, soit égal au troisiéme de l'autre.

46. Tous les triangles semblables ont leurs côtez (autour des angles égaux) proportionnels. Je dis que A B. *a b* : : A C. *a c* : : B C. *b c*. Car si dans le plus grand triangle A B C on prend A b égal à *a b*, & A c égal à *a c*, le triangle A b c sera tout égal au triangle *a b c*; (2. 11.) ainsi l'angle A b c est égal à l'angle *a b c*: (2.11.) donc aussi il est égal à l'angle B, lequel par l'hypothese l'est à l'angle b : donc la ligne *b c* est parallele à la ligne B C : (1. 31.) donc (6. 42. 43.) A b. A B : : A c. A C : : b c. B C.

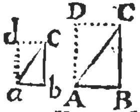
47. Tous les triangles semblables sont entre eux en raison doublée de leurs côtez ho-

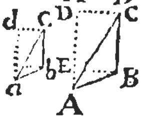
mologues, ou comme les quarrez bâtis sur leurs côtez homologues. Soit *a b c* sembla-





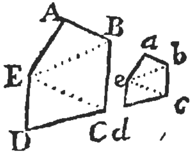
ble à A B C, en sorte que *a b*. A B : : *b c*. B C. Premiérement, si *b* & B sont angles droits, soient achevez les rectangles *b c d a*, & B C D A, ces rectangles *b d* & B D seront entre eux en raison doublée du côté *b c*, au côté homologue B C, ou comme le quarré bâti sur *b c*, au quarré bâti sur B C. (6. 29. 33.) Or le triangle *a b c* est la moitié du rectangle *b c d*, (3. 8.) & le triangle A B C est la moitié du rectangle B C D : (3. 8.) donc aussi ces deux



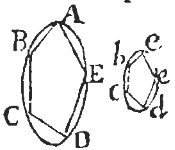


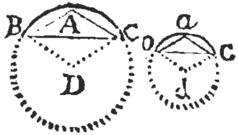
triangles sont entre eux en raison doublée des côtez homologues, &c. Secondement, si les triangles ne sont point rectangles, comme dans les secondes figures, soient tirées les paralleles *a d* & A D, & puis soient faits les rectangles *b c d e* & B C D E, 1. les triangles *a d c*, & A D C seront semblables, à cause que l'angle *d* est égal à l'angle D, étant tous deux droits. Et de plus, l'angle *d a c* est égal à l'angle D A C, à cause qu'ils sont égaux aux angles *a c b*, & A C B : (1. 31.) Donc *a c*. A C : : *c d*. C D. (6. 46.) Or *a c* A C : : *b c*. B C : (par l'hypothese) donc *c d*. C D : : *b c*. B C : & par consequent aussi les rectangles *b d* & B D sont semblables, (6. 31.) & sont entre eux comme les quarrez de leurs côtez homologues : (6. 33.) donc aussi leurs moitiez, c'est-à-dire, (3. 18.) les triangles *a b c* & A B C sont en raison doublée de leurs côtez homologues, ou comme les quarrez, *&c.*

48. Les *Polygones semblables* sont ceux qui ont autant de côtez les uns que les autres, en telle sorte que chaque angle d'un polygone soit égal à chaque angle de l'autre, & que tous leurs côtez autour des angles égaux soient proportionnels, comme si l'angle A est égal à l'angle *a*, & l'angle B à l'angle *b*, *&c.* & de plus que A B. *a b* : : C D. *c d*, *&c.* Ces deux polygones sont semblables.



49. Et parmi les curvilignes, ou les mixtes, *figures semblables* sont celles dans lesquelles on peut inscrire, & autour desquelles on peut circonscrire des polygones semblables : en sorte que quelque polygone qu'on ait inscrit ou circonscrit en l'une, on en puisse inscrire ou circonscrire un semblable en l'autre. Par exemple, si ayant inscrit quelque polygone qu'il m'a plû, comme A B C D E, dans la grande curviligne, j'en puis inscrire un autre tout semblable dans la petite curviligne, *a b c d e*, ces deux curvilignes seront semblables. De même, si ayant pris deux mixtes, comme deux segmens de cercle A B C, & *a b c*, & ayant inscrit en l'un un triangle tel qu'il m'a plû, A B C, j'en

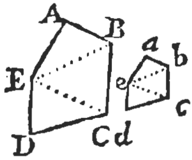




puis inſcrire en l'autre un autre ſemblable *a b c*, ces deux ſegmens ſeront ſemblables ; & ayant achevé les cercles, ces ſegmens ſeront égales portions de ces cercles, en ſorte que ſi l'arc B A C eſt la troiſiéme partie de ſon cercle, l'arc auſſi *b a c* ſera la troiſiéme partie de ſon cercle : & ſi vers le centre on tire des lignes B D, C D, *b d*, *c d*, les angles D & *d* ſeront égaux. (Voyez 4. 11. & ſuivans.)

50. Tous les cercles ſont figures ſemblables.

51. Tous polygones ſemblables ſe peuvent diviſer en un égal nombre de triangles ſemblables. Soient les polygones ſemblables A B C D E, & *a b c d e* ; le premier ſoit diviſé en ſes triangles par les lignes B E, C E : (3 24.) je dis que l'autre étant auſſi diviſé en triangles par les lignes *b e*, & *c e*, tous les triangles de l'un ſeront ſemblables aux triangles de l'autre. Par exemple, *a b e* à A B E, car l'angle *a* eſt égal à l'angle A, (par l'hypotheſe. & de plus A B. *a b* : : A E. *a e* : (auſſi par l'hypotheſe) donc le triangle A B E eſt ſemblable à *a b e*, (6. 46.) On prouve enſuite que l'angle E B C eſt égal à l'angle *e b c*, à cauſe que l'angle A B C a été ſuppoſé égal à *a b c*, & que par ce qui vient d'être prouvé, l'angle *a b e* eſt égal à l'angle

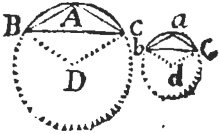


A B E:

ABE : donc, des choses égales ôtant choses égales ; l'angle E B C est égal à l'angle *e b c*. De même, on prouve que l'angle *e c b* est égal à l'angle E C B, & par conséquent (*6. 45.*) tout le triangle *e b c* sera semblable au triangle E B C, ainsi de tous les autres.

52. Tous polygones semblables sont entre eux en raison doublée de leur côtez homologues, ou comme les quarrez bâtis sur leurs côtez homologues Je dis que comme le quarré d'A B est au quarré d'*a b*, ainsi tout le polygone A B C D E est au polygone *a b c d e* : car tous les triangles d'un polygone étant semblables à ceux de l'autre, (*6. 51.*) tous ceux de l'un sont à tous ceux de l'autre en raison doublée de quelques-uns de leurs côtez homologues quels qu'ils soient, c'est-à dire, comme le quarré d'A B, au quarré d'*a b*

53. Toutes figures semblables, même les curvilignes, sont entre elles comme les quarrez bâtis sur quelque côté de quelque figures semblables que ce soit qu'on y auroit inscrites ou circonscrites Soient par exemple les cercles dans lesquels ont ait inscrit deux triangles semblables *b a c* & B A C, je dis que tout le cercle A B C est au cercle *a b c*, comme le quarré de B C au quarré de *b c*, ou ce qui est le même, comme le quarré du demi-diametre D B, au quarré du demi diametre *d b* : car dans le cercle *a b c* on peut (du moins par la pensée.) inscrire ou circonscrire tel polygone qu'on voudra. (4. 30.) Or tout polygone inscrit dans *a b c* aura plus petite raison au cercle A B C, que le quarré sur

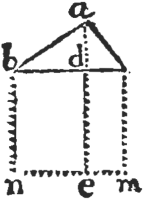


b c au quarré sur B C, & tout circonscrit dans *a b c* aura plus grande raison au cercle A B C comme on prouvera aisément par la précedente, & par ce qui a été dit du cercle, au livre quatriéme : donc, *&c.*

54. Tout cecy s'applique aux solides. *Solides semblables* sont ceux qui ont les angles égaux, & les côtez proportionnels, ou dans lesquels on inscrit ou circonscrit, *&c.*

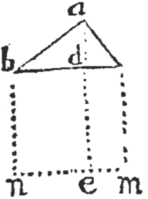
55. Les solides semblables sont entre eux comme les cubes, *&c.* Voyez 6. 36. 37. *&c.*

56. Si dans un triangle rectangle *a b c*; on tire du sommet de l'angle droit *a* une perpendiculaire *a d* sur *l'hypotenuse* (ou grand côté) *b c*, on aura trois triangles rectangles tous semblables, sçavoir, *a d c*; *a d b*, & le total *b a c* : car 1. tous ces trois triangles ont chacun un angle droit ; 2. les triangles *a b c* & *a d* ont l'angle *b* commun : donc ils sont semblables ; (6 45.) 3. les triangles *a b c* & *a d c* ont l'angle *c* commun : donc ils sont semblables.



57. La perpendiculaire *a d* est moyenne proportionnelle entre *c d* & *d b*, c'est-à-dire, que *c d. d a : d a. d b.* Car les triangles *c d a* & *a d b* étant semblables par la précedente, *c d*, (qui est la petite jambe du triangle *c d a*) sera à *d a* (qui en est la grande jambe) comme *a d* (qui est la petite jambe du triangle *a d b*) à *d b* qui en est la grande jambe. (6. 46.)

58. Le quarré d'*a d* est égal au rectangle fait de *c d* & de *d b*: car puisque *c d. d a : : d a : d b*, (par la précedente) le rectangle des extrêmes *c d* & *d b* sera égal au rectangle des moyennes *d a*



& *d a*, (6. 28.) Or les deux côtez de ce rectangle étant égaux, puisque ce n'est que *d a* pris deux fois, il faut que ce rectangle soit le quarré de *d a*; & ainsi on peut mettre pour proposition génerale, que ....

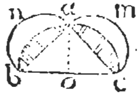
59. Le quarré de la moyenne proportionnelle est toûjours égal au rectangle fait des deux extrêmes.

60. Pour exprimer un rectangle, il suffit de nommer trois lettres Par exemple, quand on met le *rectangle b d c*, cela veut dire le rectangle, dont un côté est *b d*, & l'autre *d c*; & si l'on disoit *le rectangle b c d*, cela voudroit dire le rectangle, dont un côté seroit *b c*, & l'autre *c d*.

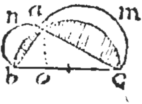
61. Dans tout triangle rectangle le quarré fait sur l'*hypotenuse* (ou sur le grand côté) est égal aux deux quarrez faits sur les *jambes*. (ou sur les autres côtez) Soit le quarré *b c m n* divisé par la perpendiculaire *a d e* en deux rectangles *d e m*, & *d e n*: je dis que le rectangle *d e m* est égal au quarré d'*a c*, & le rectangle *d e n* au quarré d'*a b*; & que par consequent tout le quarré *b c m n* est égal aux quarrez de *a c* & de *a b*; car 1. les deux triangles *a d c* & *b a c* étant semblables, (6. 56.) *d c* à *a c* (dans le petit triangle *a d c*) sera comme *a c* à *b c*: (dans le grand triangle *b a c*) donc *a c* est moyenne proportionnelle entre *d c* & *b c*, ou *e m*, ainsi le quarré *a c* est égal au rectangle *d c m*. (6. 59.) 2. Par même raison, on prouve que *b a* est moyenne proportionnelle entre *b d* & *b c*, ou *b n*, *&c.*

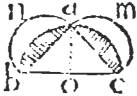
62. Si sur les trois côtez du triangle rectangle on bâtit trois figures semblables posées semblablement, la plus grande sera égale aux

deux autres ; car ces figures semblables étant comme les quarrez faits sur leurs côtez homologues, (6. 53.) la figure A sera aux figures B & C, comme le quarré de *b c* est aux quarrez de *c a* & de *a b*. Or le quarré de *b c* est égal aux deux autres : (par la précedente) donc, &c.

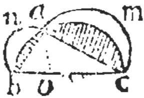


63. Si sur le grand côté *b c* on fait un demi-cercle *b a c*, & sur les autres côtez deux autres demi-cercles *b n a* & *a m c*, ce grand demi-cercle sera égal aux deux autres. (par la précedente) Que si de part & d'autre on ôte ce qui est commun, qui sont les segmens hachez *b a*, & *a c*, ce qui restera de part & d'autre sera égal ; c'est-à-dire, le triangle *b a c* d'une part sera égal aux deux lunes *b n a* & *a m c* de l'autre : & c'est-là la quadrature des *Lunes d'Hippocrate de Scio.*



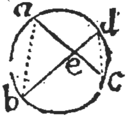


64. Lorsque le triangle *b a c* est isoscele, les lunes sont égales : de sorte que le triangle *b a o*, qui est la moitié de *b a c*, sera égal à chaque lune: mais lorsque le triangle est scalene, comme dans la seconde figure, les lunes sont inégales, & il est aussi difficile de partager le triangle *b a c* en deux par la ligne *a o*, en sorte qu'on démontre que le triangle *b a o* est égal à la lune *b n a*, & le triangle *o a c* à la lune *c m a* : il est, dis-je, aussi difficile de faire cela, que de trouver la quadrature du cercle.

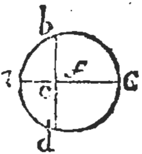


65. Deux cordes qui se croisent dans un cercle, ont leurs segmens *reciproques*, c'est-à-dire, réci-

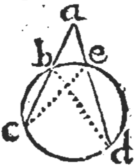
proquement proportionnels Je dis que $a\,e.\ b\,e$: : $e\,d.\ e\,c$: & que par consequent le rectangle $a\,e\,c$ est égal au rectangle $b\,e\,d$: car si l'on imagine les lignes $d\,c$ & $b\,a$, on aura deux triangles semblables $a\,e\,b$ & $d\,e\,c$. Car 1. ils ont un angle vers e opposé par la pointe, & par consequent égal : (1. 23.) 2. l'angle d est égal à l'angle a (4. 12.) comme insistant sur le même arc $b\,c$, & aboutissant à la même circonference : donc ces deux triangles sont semblables ; ainsi $a\,e.\ b\,e$: : $e\,d.\ e\,c.$ (6. 46.)

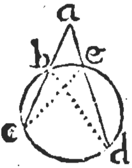


66. Si $a\,c$ est diametre du cercle, & $d\,b$ perpendiculaire, $d\,e$ ou $b\,e$ sera moyenne proportionnelle entre $a\,e$ & $e\,c$, à cause que $d\,e$ sera égale à $e\,b$: (4.6.) ainsi $a\,e.\ d\,e$: : $b\,e$ ou $d\,e.\ e\,c$ & le quarré $d\,e$ sera égal au rectangle $a\,e\,c$.



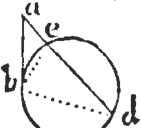
67. Deux lignes tirées d'un point exterieur vers un cercle, à la circonference duquel elles sont terminées, sont entre elles réciproquement comme leurs segmens exterieurs : je dis que $a\,c.\ a\,d$: : $a\,e\ a\,b$; & que par consequent le rectangle $c\,a\,b$ est égal au rectangle $d\,a\,e$: car si l'on imagine les lignes $b\,d$ & $e\,c$, on aura deux triangles semblables $a\,b\,d$ & $a\,e\,c$: car 1. ils ont un angle commun a ; 2. l'angle d est égal à l'angle c, (4. 12.) comme insistant sur un même arc $b\,e$: donc les triangles $a\,b\,d$ & $a\,e\,c$ sont semblables ; (6. 45.) ainsi $a\,d.\ a\,c$: : (qui sont



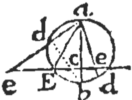


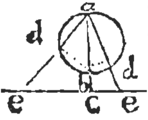
les grands côtez des deux triangles) : : *a b. a e.* qui sont les petits côtez des mêmes triangles.)

68. Si l'une de ces lignes *a b* touche le cercle en *b*, tandis que l'autre le coupe en *e* & en *d*, alors *a b* est moyenne proportionnelle entre *a e* & *a d* : car ayant tiré les lignes *b e* & *b d*, les triangles *a b d* & *a e b* seront semblables, à cause que 1. ils ont un angle commun en *a*; 2. l'angle *a b e* est égal à l'angle *b d e*: (4. 17.) donc ces deux triangles étant semblables, *a e. a b* : : (qui sont les deux côtez du petit triangle *a b e*) : : *a b. a d* (qui sont les côtez homologues de l'autre triangle *a d b.*)



69. Soit le diametre *a b* coupé en *c* par la perpendiculaire infinie *e e*, ou au dedans du cercle, comme en la premiere figure, ou à la circonference, comme en la deuxiéme figure, ou hors le cercle, comme en la troisiéme figure : soit de plus du point *a* tirée telle ligne droite que l'on voudra, coupant la perpendiculaire en *e*, & le cercle en *d* ; je dis que toûjours *a d. a c* : : *a b. a e.* Car si l'on tire la ligne *b d*, on aura deux triangles semblables *e a c* & *d a b*, à cause que 1. ils ont un angle commun *e a c* & *d a b* ; 2. ils en ont un autre droit, car l'angle *a c e* est droit, (par l'hypothese) & l'angle *b d a* est aussi droit : (4. 24.)

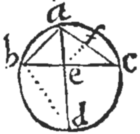




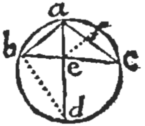
donc ces deux triangles étant ſemblables, *a d. a c : : a b. a e.*

70. Dans la deuxiéme figure, *a. b* eſt toûjours moyenne proportionnelle entre *a d* & *a e*; & dans la premiere, la moyenne eſt *a c*, où le cercle coupe la ligne *c e*.

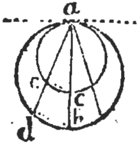
71. Si dans le triangle inſcrit, l'angle *b a c* eſt partagé en deux également par la ligne *a e d*, je dis que *b a. a e : : a d. a c* : car ayant tiré la ligne *b d*, on aura deux triangles ſemblables *a b d* & *a e c*, à cauſe que 1. l'angle *d* eſt égal à l'angle *c*, (4. 12.) comme inſiſtant ſur le même arc *a b*, & aboutiſſant à la même circonference; 2. l'angle *b a d* eſt égal à l'angle *e a c*, par l'hypotheſe : donc ces deux triangles ſont ſemblables : & partant *a b. a d : : a e. a c*.



72. Lorſque l'angle du ſommet eſt ainſi partagé en deux également, les ſegmens de la baſe ſont proportionnels avec les côtez, *b a. a c : : b e. e c* : car imaginant *e f* parallele à *b a*, nous aurons *b a. a c : : e f. f c*. Or *e f* eſt égal à *a f*, à cauſe que l'angle *a e f* eſt égal à l'angle *e a b*, (1. 31.) & par conſequent à l'angle *e a f* : ainſi le triangle *a f e* eſt iſoſcele; (2. 15.) ainſi au lieu de mettre *b a. a c : : e f. f c : :* nous pouvons mettre *b a. a c : : a f. f c : :* ou bien (6. 42.) *b e. e c* : ce qu'il falloit prouver.



73. Si deux cercles ſe touchent l'un dans



l'autre, & que du point d'attouchement *a* on tire une tangente, & la perpendiculaire *a c b*, laquelle passera par les centres des deux cercles, (4 5.) & que de plus on tire telle autre ligne que l'on voudra, coupant les deux cercles en *e* & *d*, je dis que toûjours *a e*. *a d* : : *a c*. *a b*. : car ayant tiré les lignes *e c* & *d b*, les triangles *a e c* & *a d b* seront semblables ayant un angle commun en *a*, & un autre droit en *e* & en *d*. (4. 14.)

74. L'arc *e c* sera aussi à l'arc *d b*, comme tout le cercle *a e c* au cercle *a d b*. (6 49. & 4. 11. &c.)

LIVRE SEPTIÉME.

Des Incommensurables.

1. UNE petite quantité est dite en *mesurer* une autre plus grande, lorsque la petite étant prise un certain nombre de fois, égale précisément la plus grande. Par exemple, supposé qu'une toise contienne six pieds; un pied *mesurera* la toise, parce qu'un pied pris six fois, égale précisément la toise.

2. La quantité qui en mesure une plus grande, s'appelle *Partie* de la grande, & la grande s'appelle *Multiple* de la petite : ainsi un pied est partie de la toise, & la toise est multiple du pied.

3. Si l'on prend une grandeur d'un pas qui contienne deux pieds & demi, qu'on veüille essayer d'en mesurer la toise, on ne pourra pas le faire, parce que si l'on prend ce pas seulement deux fois, on ne fera que cinq pieds, qui ne valent pas la toise : & si l'on prend ce même pas trois fois, on aura sept pieds & demi, qui surpasseront la toise ; ainsi cette quantité de deux pieds & demi ne mesure pas la toise, & n'est pas à proprement parler *partie* de la toise: neanmoins on peut dire, que c'en sont *des parties*, parce que cette quantité contient cinq demi-pieds : or un demi-pied est partie de la toise, parce qu'étant pris douze fois, il la mesure ; ainsi ce pas contient des parties de la toise, puisqu'il

contient cinq demi-pieds, qui sont $\frac{5}{12}$, c'est-à-dire, cinq douziémes parties d'une toise.

4. Lorsque deux quantitez sont telles, qu'on peut trouver une troisiéme quantité qui soit partie de l'une & de l'autre, c'est-à-dire, qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *commensurables*; ainsi cette quantité d'un pas d'une part, & une toise de l'autre, sont deux quantitez commensurables, parce que l'on peut donner une troisiéme quantité, sçavoir un demi-pied, laquelle mesurera la toise & ce pas; car le demi-pied pris cinq fois égale ce pas, & ce même demi-pied pris douze fois égale la toise.

5. Mais s'il n'est pas possible de trouver une troisiéme quantité qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *incommensurables*.

6. Les grandeurs commensurables sont *comme nombre à nombre*, c'est à dire, qu'on peut exprimer ces grandeurs par de certains nombres, en sorte que comme une grandeur est à l'autre grandeur, ainsi un certain nombre soit à un autre certain nombre. Par exemple, si une ligne est d'une toise ou de six pieds, & une autre ligne d'un pas de deux pieds & demi, ces deux lignes seront comme nombre à nombre: car puisque le demi pied mesure l'une & l'autre, l'une par cinq, & l'autre par douze, il est clair que l'une contenant cinq demi-pieds, & l'autre en contenant douze, ces deux lignes seront comme cinq à douze, & par conséquent comme nombre à nombre.

7. Si deux grandeurs ne sont point comme

nombre à nombre, c'eſt à-dire, s'il n'eſt pas poſſible d'exprimer leurs grandeurs par deux nombres, elles ſeront incommenſurables : cela paroît par la precedente.

8. Il faut donc voir maintenant s'il y a en effet des grandeurs qui ſoient telles qu'on ne puiſſe point les exprimer par des nombres : car ſi cela eſt, il faudra dire qu'il y a des grandeurs incommenſurables.

9. *Un nombre plan* eſt celui qui peut provenir de la multiplication de deux nombres. Par exemple, ſix eſt nombre plan, parce qu'il provient de la multiplication de trois & de deux : car deux fois trois font ſix. De même, quinze eſt un nombre plan, parce qu'il provient de cinq multiplié par trois. De même, neuf eſt un nombre plan parce qu'il provient de trois par trois.

10. Les nombres, qui étant ainſi multipliez l'un par l'autre, produiſent un plan, s'apellent *côtez* de ce plan, comme 2. & 3. ſont les côtez de 6. de même 3, & 5. ſont les côtez de 15.

11. Si l'on imagine les unitez comme de petits quarrez, ces quarrez ſe pourront ranger en rectangle, quand leur nombre ſera plan. Par exemple, 12. quarrez ſe rangent en un rectangle, dont un côté ſera ſix, & un autre côté ſera deux ; & de même 48. ſera un rectangle, dont un côté eſt 12. & l'autre 4. Voyez les figures ſuivantes B & C.

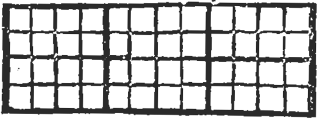
12. *Nombre quarré* eſt un plan, dont les côtez ſont égaux, comme 4. provenant de deux multiplié par deux, comme 9. provenant de trois par trois, comme 16. provenant 4. par 4. *&c.*

13. Un nombre quarré se peut ranger en quarré ; & le nombre qui se peut ranger en quarré, est quarré, & celui qui ne sçauroit se ranger en quarré, n'est pas nombre quarré.

14. Nombres. *Plans semblables* sont ceux qui peuvent se ranger en rectangles semblables, c'est-à dire, en des rectangles, dont les côtez sont proportionnels, comme

B 

A 

C 

12. & 48. car les côtez de 12. sont 6. & 2. comme l'on voit dans la figure B. & les côtez de 48. sont 12. & 4. comme l'on voit dans la figure C. or 6. 2 : : 12. 4.

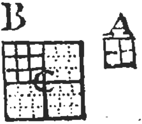
15. Tous les nombres quarrez sont plans semblables. (6. 32)

16. Tout nombre peut se ranger en ligne droite, & en cet état il peut passer pour plan : de sorte que 3. dans la figure A, sera un plan semblable à 12. car les côtez du plan de trois sont 3. & 1. parce qu'une fois trois c'est trois, & les côtez de 12. sont 6. & 2. or 3. 1 : : 6. 2.

17. Il y a des nombres qui ne sont pas plans semblables, comme depuis 1. jusqu'à 10. il y a 1. 4. 9. qui sont semblables étant quarrez ; puis il y a 2. 8. qui ont un côté double de l'autre : les autres ne le sont pas, comme 2. 3. 4. 5. 6. 7.

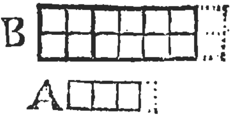
18. Si un nombre quarré, multiplie un autre

nombre quarré il, produira un troisiéme quarré. A. 4. & B. 9. étant nombres quarrez, se multiplient, & produisent un nombre C; sçavoir 36. Je dis



que ce troisiéme nombre est un nombre quarré: car multiplier B par A, c'est prendre B autant de fois qu'il y a d'unitez dans A. Or je puis considerer tout le nom B. 9 comme un quarré unique, & puis le prendre autant de fois qu'il y a d'unitez ou de petits quarrez en A: & comme ces unitez d'A sont rangées en quarré; aussi je pourrai ranger en quarré tout autant de quarré B comme autant d'unité: de sorte qu'ici il y aura 4. B. qui feront le quarré total C. 36.

19. Si deux nombres plans sont semblables, le grand se peut partager en autant de quarré qu'il y aura d'unité dans le petit. A 3. & B. 12. sont plans semblables: en sorte que le côté 3. est au côté 6. comme le côté 1. est au côté 2. Je puis partager ce plan B 12. en trois quarré rangé de même que les trois petits quarrez du plan A, & chacun de ces deux quarrez de B en vaudra 4 de ceux d'A. De même, si les plans sont 8. & 72. je puis diviser 72. en 8. quarrez, dont chacun en comprendra 9. de ceux du petit plan 8. La même chose arrivera encore, bien qu'un de ces nombres, ou même tous deux soient rompus, comme si A contient 3. & demi, & B 14 je puis partager 14. en trois quarrés & demi, disposés comme ceux d'A, comme l'on voit par les petits quarrez ponctuez, qui ont été ajoûtez à ces figures De même, si les plans sont B 12.



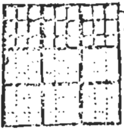
D 

& D 27. je puis partager 27. non seulement en trois quarrez rangez comme ceux d'A, mais aussi en 12. rangez comme ceux de B. ce que l'on voit ici par les lignes ponctuées. Pour cela il ne faut que partager les côtez du grand plan en autant de parties que sont partagés les côtés homologues du petit plan Les figures feront aisément comprendre tout ceci.

20. Les nombres plans qui se peuvent ainsi partager, en sorte qu'il y ait autant de quarrez dans le grand plan, que d'unitez dans le petit, sont semblables : c'est la converse de la precedente.

21. Deux nombres plans semblables multipliés l'un par l'autre produisent un nombre quarré. Car ayant partagé le grand plan en autant de quarré qu'il y a d'unitez dans l'autre plan, (7. 19.) on multipliera un plan par l'autre, en prenant les grands quarrés du grand plan autant de fois qu'il y a d'unité ou de petits quarrés dans le petit plan, c'est à dire, autant de fois qu'ils sont eux-mêmes Or multiplier un nom-

A 

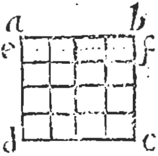
 B

bre de quarrés par ce même nombre, c'est faire un quarré de ces quarrés. Par exemple, A 3. & B 27. étant plans semblables, je considere B 27. comme un plan composé de trois grands quarrés, comme A 3. est un plan composé de trois unités, ou de 3. petits quarrés. Ainsi je prens ces trois grands quarrés autant de fois qu'il y a d'unités en A, c'est à-dire, trois fois, je ferai trois fois trois de ces grands quarrés de B, c'est à dire, 9.

quarrés, dont chacun en vaudra 9. de ceux qui sont dans A, & tous ces 9. quarrés de B. en vaudront 81. de ceux d'A, de sorte qu'A 3. multipliant B 27. produit 81. qui est un nombre de petits quarrés rangés en quarré, & par consequent (7.13.) ce nombre 81. est quarré : De même, si les plans sont 12. & D 27. je partage 27. en 12. quarré, que je multiplie par 12. & il provient 144. grands quarrés rangés en quarré, qui en vaudront 324. de ceux du petit plan.

22. Si deux nombres plans sont semblables, de quelque façon que l'on range l'un, on pourra ranger l'autre de même. Soient 3. & 12. plans semblables comme dessus. Qu'on range 12. en ligne droite pour faire un rectangle, dont un côté soit 12. & l'autre 1. je dis qu'on pourra ranger 3. en un rectangle semblable, qui aura pour un côté 6. & pour l'autre, la moitié d'un, &c.

23. Si un nombre divise un autre nombre quarré, il produira un troisiéme nombre, qui sera plan semblable au diviseur.



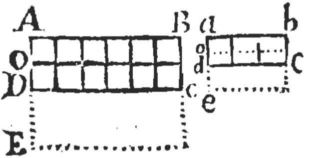
Soit le quarré *a c* 16. & qu'on le divise par quelque nombre que ce soit, par exemple, par 8. ce qui se fait en prenant la huitiéme partie du côté *a d*, sçavoir *a e*, & tirant la parallele *e f*; car on aura le plan *a f*, qui sera la huitiéme partie du quarré *a c*. Or diviser un nombre ou un plan par 8. c'est prendre la huitiéme partie de ce nombre ou de ce plan. Je dis que *a f* est un plan semblable à 8. Car 8. étant rangé en ligne droite pour faire un rectangle, dont un côté soit 8. & l'autre 1. le rectangle *a f* lui sera semblable, puisque *a e* a été pris la huitiéme partie de *a d* ou de *a b*: Donc comme 8 à

1. (qui sont les côtez du plan 8. diviseur) ainsi *a b* à *a c* : qui sont les côtez du plan provenant du quarré *a c* divisé par 8.) donc, &c. ce qu'il falloit prouver.

24. Si deux plans se multipliant produisent un quarré, ils sont semblables.

25. Deux nombres plans non semblables se multipliant, ne sçauroient produire un nombre quarré Ces propositions sont des suites des precedentes.

26. Si deux nombres sont plans semblables, leurs équimultiples quelconques, & leurs parties pareilles quelconques, sont aussi plans semblables.

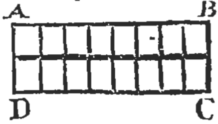


Soient les plans *a b c d* 3. & A B C D 12. sẽblables, en sorte qu'*a b*. A B : : *b c*. B C. Je dis que si l'on prend le double de l'un & le double de l'autre, (ou tel autre équimultiple qu'on voudra) ces doubles seront semblables : car ayant pris *a e* double d'*a d*, & A E double d'A D, pour avoir le plan *b e* double du plan *b d* & le plan B E, double du plan B D, il est clair que *a d*. A D : : *a e* A E. Or *a d*. A D : : *a b*. A B. donc aussi *a e*. A E : : *a b*. A B ; & par conséquent les plans *b e* & B E sont semblables. De même en sera-t-il, si l'on prend leurs moitiés *b o*, B O, ou telles autres parties pareilles que l'on voudra.

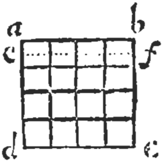
27. Si deux nombres sont plans non-semblables, leurs équimultiples quelconques, & leurs parties pareilles quelconques seront aussi non-

ſemblables. Ceci ſuit de la precedente.

28. Entre deux nombres plans ſemblables quelconques, il tombe un nombre moyen proportionnel. Soient les nombres plans ſemblables 2. & 8. je dis qu'il eſt poſſible de trouver un troiſiéme nombre qui ſera moyen proportionnel : car ſi l'on



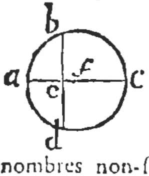
imagine le plan 8. rangé en ligne droite A B, & le plan 2. rangé auſſi en ligne droite A D, & que de ces deux lignes on en faſſe le plan A C 16. ce plan A C 16. proviendra de la multiplication des deux nombres 2. & 8. (6. 17. & ſuivans) & par conſequent le nombre des petits quarrez de tout ce plan A C 16 ſera un nombre quarré, (7. 21.) & ſe pourra ranger en quarré; (7. 13.) Qu'il ſoit donc rangé dans le quarré *a c*; ainſi le quarré *a c* ſera égal au plan A C, puiſque ce n'eſt qu'un même nombre rangé autrement. Donc (6. 59.) le côté *a b* 4. ſera moyen proportionnel entre A D 2. & A B 8.



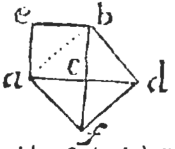
29. Entre deux nombres non-ſemblables, il ne ſçauroit tomber un nombre moyen proportionnel. Soient les nombres 4. & 6. rangez chacun en droite ligne, & que ſe multipliant, ils produiſent le plan 24 ce plan 24. n'eſt point un nombre quarré : (7. 25.) & par conſequent il ne ſçauroit ſe ranger en nombre quarré. Donc il ne ſçauroit y avoir de nombre moyen entre 4. & 6. car ce nombre pretendu moyen multiplié par ſoi-même, produiroit un nom-

bre quarré, & d'ailleurs égal au plan fait de 4. & de 6. (6 59.) ce qui est impossible, puisque ce plan 24. fait de 4.& de 6. n'est point nombre quarré.

30. Soient deux lignes *a e* & *e c*, comme un nombre à un autre nombre non-semblable : par exemple, comme 1. à 2. Soit de plus *e b* moyenne proportionnelle, en sorte que *a e. e b : : e b. e c* : je dis que *e b* est incommensurable aux deux extrêmes *a e* & *e c* : car *a e* & *e c* étant comme 1. & 2. c'est à-dire, comme nombres non-semblables, (par l'hypothese) aussi bien que leurs équimultiples quelconques, (7. 27) il ne sera jamais possible de trouver un nombre moyen proportionnel entre *a e* & *e c*, (par la precedente) & par consequent *e b* ne sera pas à *a e* ou à *e c* comme nombre à nombre : Donc elle est incommensurable.



31. La diametre d'un quarré *a b* est incommensurable au côté *a c*. Car prenant *a d* double d'*a c*, & faisant le triangle *a b d* qui sera semblable à *a b c*, à cause que *c d* étant égal à *c b*, l'angle *c d b* est égal à l'angle *c d b* est égal à l'angle *c b d*; (2. 15.) ainsi l'angle *c d b* est la moitié d'un droit, aussi bien que *c a b* : donc *a b d* est droit, *&c.* Ainsi *a c. a b : : a b. a d.* Donc *a b* est moyenne proportionnelle entre *a c* 1. & *a d* 2. & par consequent (par la precedente) incommensurable.



32. On appelle *Puissance* d'une ligne le quarré que l'on fait sur cette ligne. La puissance

de *a c* est le quarré *a c b e*, & la puissance de la ligne *a b* est le quarré *a b d f*. Et l'on dit que la ligne *a b peut deux fois la ligne a c*, (*bis potest lineam* a c) qui est une façon de parler prise du Grec & reçüë en Geometrie.

33. Le diametre *a b* est commensurable *en puissance* au côté *a c*, c'est-à-dire, que le quarré *a b d f* est commensurable au quarré *a c b e*, l'un étant double de l'autre.

34. Mais si l'on prend *a o* moyenne proportionnelle entre *a b* & *a c*, cette moyenne *a o* sera incommensurable en puissance, c'est-à-dire, que le quarré d'*a o* sera incommensurable au quarré d'*a c*, ou au quarré d'*a b* : car le quarré d'*a c* au quarré d'*a o* est en raison doublée d'*a c* à *a o*, (6. 29.) c'est à dire, comme *a c* à *a b*, (6. 30.) Or *a c* est incommensurable à *a b* : (7. 31.) Donc aussi le quarré d'*a c* est incommensurable au quarré d'*a c*.

a —— *o*

35. *Seconde puissance* d'une ligne est le cube, qui a pour côté cette ligne.

36. Si l'on prend *a n* & *a m*, deux moyennes proportionnelles entre *a c* & *a b*, en sorte que *a c*. *a n* : : *a m*. *a b*. la ligne *a m* sera incommensurable en seconde puissance à *a c*, c'est-à-dire, que le cube d'*a c* sera incommensurable au cube d'*a n*, parce que le cube d'*a c* est au cube d'*a n* en raison triplée du côté *a c* au côté *a n*, c'est-à dire, comme *a c* à *a b*. Or *a c* & *a b* sont incommensurables, *&c.* Mais aussi *a c* & *a m* sont commensurables en seconde puissance; car le cube d'*a m* est double du cube d'*a c*.

a —— *n*

a —— *m*

37. Il eſt aiſé d'appliquer aux nombres ſolides ce qui a été dit des nombres plans. On appelle *nombres ſolides* ceux qui proviennent de la multiplication d'un nombre plan par quelque nombre que ce ſoit : Par exemple, 18. eſt nombre ſolide fait de 6. (qui eſt un nombre plan) multiplié par 3. ou de 9. multiplié par 2.

38. Nombres *ſolides ſemblables* ſont ceux dont les petits cubes peuvent ſe ranger, enſorte qu'ils faſſent des parallelepipedes rectangles ſeblables.

39. Nombres *cubiques* ſont ceux qui ſe peuvent ranger en cubes, comme 8 ou 27. dont les *côtez* ſont 2. & 3. les *baſes* ſont 4 & 9.

40. Tout nombre cubique multipliant un autre nombre cubique, produit un troiſiéme nombre cubique.

41. Entre deux nombres ſolides ſemblables, il tombe deux nombres moyens proportionnels

On n'a qu'à appliquer aux ſolides ce qui a été démontré à l'égard des plans.

42. Ces démonſtrations par leſquelles on prouve qu'il y a des lignes & des grandeurs incommenſurables, prouvent auſſi que le *Continu* n'eſt pas compoſé de points finis: car ſi le diametre auſſibien que le côté d'un quarré étoient compoſez de points finis, le point meſureroit le côté, & le diametre : car le point ſe trouveroit un certain nombre de fois dans le côté, & un autre certain nombre de fois dans le diametre; ce qui eſt impoſſible par les démonſtrations precedentes.

43. Comme dans un triangle rectangle le quarré du grand côté eſt égal aux deux quarrez faits ſur les deux autres côtez, (*6. 61.*) on s'eſt toûjours ſervi de ce triangle pour trouver des incommenſurables : car ſi tous les trois côtez ſont commenſurables, ils pourront être

tous trois exprimez par trois nombre, & alors le quarré du plus grand nombre sera égal aux quarrez des deux autres nombres. Comme si le grand côté est de 5. pieds, le petit de 3. le mediocre de 4; le quarré de 5. sera 25. & les autres quarrez seront 9. & 16. & ces deux ensemble 9. & 16. font le troisiéme 25: Mais si le petit côté est 2. & le mediocre 3. le grand côté ne pourra point s'exprimer par nombres, parce que le quarré du petit côté 4. joint avec le quarré du mediocre 9. fait 13. qui exprime le quarré fait sur le grand côté: or comme ce nombre 13. n'est point nombre quarré, aussi ne sçauroit-il avoir de côté ou de racine exprimée par aucun nombre.

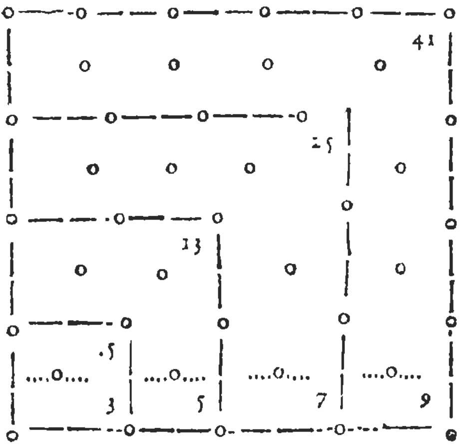
44 De tout tems on s'est appliqué à rechercher quelque methode pour trouver divers nombres propres à exprimer tous les trois côtez du triangle rectangle, pour être assurez que tous ces trois côtez sont commensurables. Voici une methode par laquelle on trouve tous les nombres possibles propres à cet effet.

45. Si l'on prend deux nombres quelconques, (même l'unité) qui ne different que de l'unité, & qu'on joigne ensemble les deux quarrez de ces deux nombres; on aura un nombre qui sera racine d'un quarré égal à deux quarrez, & ce nombre exprimant le grand côté d'un triangle rectangle, le côté mediocre sera exprimé par un nombre moindre de l'unité; & le petit côté par les deux premiers nombres joints ensemble. Par exemple, ayant pris 1. & 2. & quarré l'un & l'autre, pour avoir 1. & 4. je joins ensemble ces deux quarrez 1. & 4. & je fais 5. je dis que 5. pourra exprimer le grand côté, & 4. le mediocre, & 3.

le petit, en sorte que 25. quarré du grand côté sera égal à 16. & à 9. quarrez des deux autres côtez. De même, si je prens 2. & 3. & que joignant leurs quarrez 4. & 9. je fasse 13. je dis que j'aurai 13. & 12. & 5. pour côtez d'un triangle rectangle, ensorte que 169. quarré de 13. sera égal à 144. & 25. quarrez de 12. & de 5. De même, prenant 3. & 4. & joignant leurs quarrez 9. & 16 je fais 25. je dis que 25. sera le grand côté du triangle, 24. le côté mediocre & 7. le petit.

Tout cela se trouve plus facilement en cette sorte.

46. Si l'on range les unitez en sautoir, tous



les nombres qui feront une figure quarrée seront des nombres propres à exprimer le grand côté. Le petit côté sera le nombre compris dans les deux premiers rangs de la figure quarrée, & le côté médiocre sera d'une unité moindre que le plus grand.

47. Cette figure continuée donnera tous les nombres possibles : mais il faut remarquer que les équimultiples des trois nombres trouvez auront le même effet ; comme ayant trouvé 5. 4. & 3. leurs doubles 10. 8. & 6. representeront les trois côtez du triangle, en sorte que 100. quarré de 10. est égal à 64. & 36. quarrez de 8. & de 6. & de même leurs triples 15. 12. 9. feront la même chose : mais l'on voit bien que tous ces nombres ayant toûjours les mêmes proportions, n'expriment jamais qu'un même triangle, sçavoir, celui qui est exprimé par 5. 4. & 3. & qu'ainsi tous ces nombres doivent être censez les mêmes.

LIVRE HUITIE'ME.

Des Progressions & des Logarithmes.

1. UNE *Progression* est une suite de quantitez qui gardent entre elles quelque sorte de rapport semblable ; & chacune de ces quantitez s'appelle *Terme.*

2. Lorsque les termes qui se suivent ainsi les uns aprés les autres, augmentent ou diminuent également : la Progression s'appelle *arithmetique*, comme sont les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. *&c* ou bien les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. *&c.* ou bien encore comme 4. 8. 12. 16. ou comme 20. 15. 10. 5. 0.

3. La Progression arithmetique peut augmenter à l'infini, mais non pas diminuer.

4. Si dans une Progression arithmetique on prend quatre termes, dont les deux premiers soient éloignez l'un de l'autre autant que le sont les deux derniers ; ces quatre termes sont dit proportionnels en proportion arithmetique, comme dans la Progression des nombres naturels 1.2.3.4.5.6.7.8.9.*&c.* Si nous prenons 2 3 : : : 9. 10.(cette marque : : : nous servira de signe pour la proportion arithmetique)il y aura même proportion arithmetique entre 2.& 3. qu'entre 9.& 10. c'est-à-dire, que 10. surpasse 9. de tout autant que 3. surpasse 2. De même 3. 5 : : :8. 10. sont en proportion arithmetique. Comme aussi repeté deux fois, est le moyen arithmetique 1. 5. : : : 5. 9. ou 5. étant entre 1. & 9.

5. Dans la proportion arithmetique l'aggregé des

des deux extrêmes est égal à l'aggregé des deux moyens, comme dans 2.3 : : : 9.10. l'aggregé de 2. & de 10. est 12. & l'aggregé de 3 & de 9. est aussi 12. De même, dans 3.5 : : : 8. 10. l'aggregé de 3. & de 10. est 13. & l'aggregé de 5. & de 8. est aussi 13. Et la raison de ceci est assez claire d'elle-même; car si 10. surpasse 8. aussi ce qu'on ajoûte à 8. sçavoir, 5. surpasse de tout autant ce qu'õ ajoûte à 10. sçavoir, 3 ainsi on fait l'égalité.

6. L'aggregé ou la somme du premier & du dernier terme est égal à la somme du 2. & du penultiéme, ou du troisiéme de l'antepenultiéme, *&c.* comme dans le premier exemple 1. & 9. font 10. & de même 2. & 8 ou bien 3. & 7. ou 4. & 6. font toûjours 10. & il reste au milieu 5. qui étant pris deux fois comme équivalent à deux, (puisqu'il est également éloigné du premier & du dernier) fait aussi 10.

7. Si l'on ajoûte le premier au dernier terme, & que l'on multiplie leur somme par la moitié du nombre des termes, le produit sera égal à l'aggregé de tous les termes ensemble, comme ici ajoûtant 1. à 9. pour avoir 10. & multipliant 10. par 4. & $\frac{1}{2}$ (car il y a 9. termes) on fera 45. qui est la somme de tous les termes depuis 1. jusqu'à 9. Ceci est manifeste par la precedente.

8. Lorsque les termes de la progression sont continuellement proportionnels; c'est-à-dire, que le 1. est au 2. comme celui-ci est au 3. & comme le 4. au 5. *&c.* alors la Progression s'appelle *Geometrique*, comme 1. 2. 4. 8. 16. 32. ou bien 1. 3 9 27. 81. ou bien 3. 12. 48. 192. 768. ou bien 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. *&c.*

9. La Progression geometrique peut augmenter & diminuer à l'infini.

10. Lorsque la Progression commence par 1. le second terme s'appelle *Racine* ou *Costé* : le 3e s'appelle *Quarré* ou 2e degré : le 4e *Cube* ou 3e degré : le 5e *Quarré-Cube* ou 4e degré, le 6e *Sursolide* ou 5e degré, le 7e *Quarré-Cube*, *&c.*

11. Si l'on prend quatre termes, dont les deux premiers soient autant éloignez l'un de l'autre dans la progression, que le sont les deux derniers, ils seront simplement proportionnels, & le produit des extrêmes sera égal au produit des moyens. (*6. 28.*)

12. Soit la quantité A B divisée en C, en D, en E, en F, *&c.* en sorte que A B. A C : : A C. A D : : A D. A E, *&c.* je dis que B C. C D. D E. E F, *&c.* seront en progression geometrique continuellement proportionnels, & même que

G F E D C B
A———————————————

A B. A C : : B C. C D : : C D. D E, *&c.* car puisque A B. A C : : A C. A D, il sera *dividendo* A B moins A C. (c'est-à-dire, C B.) A C : : A C moins A D, (c'est-à dire, D C.) A D. & par consequent *alternando* C B. D C : : A C. A D. ou : : A B. A C. ainsi de toutes les autres, on prouvera : : D C. E D : : F E : : G F, &c.

13. Soit une progression de quantitez en ligne droite B C, C D, D E, E F. *&c.* soit prise C *d* égale au second terme C D, afin d'avoir *d* B, la difference du premier & plus grand terme au second, & que l'on fasse comme B *d* à B C : : ainsi B C. à une 4. ligne, sçavoir, B A. je dis que si le nombre des termes B C, C D, D E, *&c.* est fi-

ni, pour grand que soit d'ailleurs ce nombre, tous ces termes pris ensemble, quand il y en auroit cent mille millions, seront plus petits que B A. Que si l'on supposoit que ces termes fussent

infinis en multitude; alors ces termes tous ensemble seroient précisément égaux à B A : car puisque par l'hypothese *B d* (c'est à dire B C moins C *d* ou C D.) est à E C : : comme B C. (c'est à dire A B moins A C) est à A B; on trouvera aisément que comme B C. C D : : A B. A C : : A C. A D, *&c.* & par consequent tous les termes C D, D E, E F, *&c.* se trouveront toûjours par deçà le point A, duquel on s'approchera toûjours d'autant plus près, qu'on augmentera le nombre des termes; ainsi l'on voit bien que tous ces termes, (qui sont ce qu'on appelle dans l'Ecole *Parties proportionnelles*) quand ils seroient actuellement infinis, ne feront pas une longueur infinie, puisqu'ils sont tous renfermez dans B A.

14. Cette démonstration se rend sensible dans un exemple d'une progression particuliere, dont les termes sont en raison double. Par exemple, B C. double de C D. & C D. double D

E, *&c.* car si le nombre des termes est fini, quand il y en auroit cent millions, qu'on prenne le dernier & plus petit terme; par exemple F E, ajoûtons à ce dernier F E une autre quantité qui lui soit égale, sçavoir, F A; il est clair que E A sera égal au penultiéme terme E D : car ce penultiéme E D est double du dernier F E, par l'hypothese; or E A est aussi double de F E, puisque nous posons F A égal à E F. De même A E avec D E, c'est-à-dire, A D, sera égal au suivant terme C D : & ensuite A C sera égal à B C. De sorte que l'on voit par là que le premier & plus grand terme est toujours égal à tous les autres ensemble, pourvû qu'on y ajoûte une quantité égale au dernier & plus petit terme ; mais que si on n'y ajoûte rien, le premier est toûjours plus grand que tous les autres pris ensemble. Si l'on suppose que ces termes soient actuellement infinis, alors le plus grand terme B C sera précisément égal à tous les autres infinis pris ensemble, C D, D E, E F, *&c.* Car l'on voit bien que plus on ajoûte de termes, plus aussi on avance vers A, en retranchant toûjours la moitié de ce qui reste. Or retranchant ainsi continuellement d'une quantité la moitié, & de ce qui reste encore la moitié, & puis encore la moitié de ce qui reste, il est manifeste que si l'on supposoit qu'on eût retranché actuellement une infinité de fois ainsi la moitié, il ne resteroit plus rien. Cela se peut aussi démontrer par la réduction à l'impossible, en montrant que tous ces termes infinis pris ensemble ne sont ni plus grands, ni plus petits que B A.

15. Par là on peut résoudre des difficultez que l'on fait dans les Écoles contre la divisibilité du continu, & que ceux qui ne sçavent pas la Geometrie pensent être insolubles, mais qui au fond ne sont que de purs paralogismes.

16. Si l'on met deux Progressions, l'une geometrique, commençant par 1. & l'autre arithmetique, commençant par *o.* ensorte que les termes de l'une répondent vis-à-vis des termes de l'autre, les termes de l'arithmetique s'appelleront *Logarithmes*, & *Exposans*, comme.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1.	2.	4	8.	16	32.	94	128.	256.

17. Ce qui se fait par multiplication & par division dans la Progression geometrique, se fait par addition & par soustration dans les logarithmes : comme si ayant les trois nombres 2. & 8 : : 64. on veut chercher le qua-

0	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1.	2.	4.	8	16.	32.	64.	128.	256.

triéme nombre proportionnel dans la progression geometrique, il faut multiplier le 8. par 64. (qui sont les deux termes moyens.) car le produit 512. sera égal (6. 28.) au produit de 2. & de cet autre quatriéme nombre, qui doivent être les extrêmes des 4. proportionnels : ainsi pour trouver ce quatriéme nombre, il faut seulement diviser 512. par 2. & l'on aura 256. ainsi 2. 8 : : 64. 256. de sorte que 64. & 256. seront autant éloignez l'un de l'autre dans l'ordre de la progression que le sont 2. & 8. (8. 11.) mais si au lieu des nombres geometriques 2. 8. : : 64. on avoit pris les logarithmes qui leur repondent, sçavoir, 1. 3. : : 6. & qu'on eût voulu trouver le quatriéme logarithme, il auroit fallu ajoûter 3. à 6. pour avoir 9. & ôter 1. de 9. pour avoir 8. qui seroit le logarithme qui repond au nombre geometrique 256.

18. De même, si l'on prend deux nombres geometrique 4. & 8. sur lesquels repondent les logarithmes 2. & 3. en multipliant 4. par 8. on aura 32. qui sera sous le logarithme 5. lequel provient de l'addition de 2. & de 3.

19. De même prenant 16. & le multipliant par lui-même, on aura 256. qui sera sous

le logarithme 8. lequel provient de 4. ajoûté à soi-même.

20. Ainsi, si l'on veut trouver le nombre geometrique qui seroit sous le logarithme 16. il faudroit prendre 256. qui est sous 8. & le multiplier par soi-même, & on auroit 65536.

21. Que si encore on veut avoir le nombre geometrique qui devroit repondre au logarithme 23. il faut prendre deux logarithmes, qui joints ensemble fassent 23. comme 7. & 16. & multiplier les nombres geometriques qui leur repondent l'un par l'autre, sçavoir, 128. (qui est sous 7.) par 65536. (qui doit être sous 16.) & le produit 8388608. sera celui qui doit être sous le 23. logarithme, c'est-à dire, qui doit être à la vingt-quatriéme place, aprés le premier nombre 1.

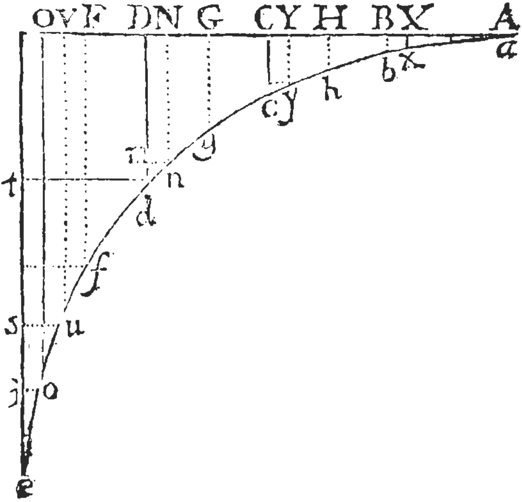
22. D'où l'on voit comment on peut aisément repondre à la demande qu'on fait ordinairement, à combien reviendroit un cheval qu'on acheteroit à cette condition, que pour le premier clou du fer on donneroit un double, & pour le second clou deux doubles, pour le troisiéme quatre doubles, pour le quatriéme huit, & ainsi jusqu'au vingt-quatriéme; car le vingt-quatriéme coûteroit 8388608. doubles, c'est-à dire, 69905. livres 8. doubles, & en doublant cette somme (suivant 8. 14.) on trouvera que tout le cheval aura coûté 139810. livres.

23. Si l'on avoit dans de grandes tables d'un livre deux longues progressions toutes faites, qui se repondissent ainsi, l'une geometrique, & l'autre arithmetique, on s'épargneroit bien de la peine à calculer, pour trouver les nom-

bres geometriques ; car si l'on nous donnoit ces trois nombres 32. 64. 128. & qu'on demandât le quatriéme geometrique : au lieu de multiplier 64. par 128. & de diviser le produit par 32. (ce qui est fort ennuyeux dans les grands nombres) il ne faudroit que prendre le logarithme des trois nombres donnez, sçavoir, 5. 6. 7. ajoûter 6. à 7. & du produit 13. ôter 5. & il resteroit 8. qui seroit le logarithme du quatriéme geometrique : de sorte que consultant la table pour voir quel nombre repond à 8. je trouverois 256.

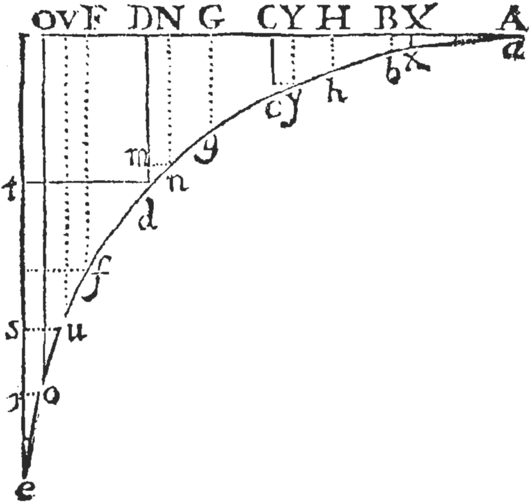
24. Mais parce que dans une progression geometrique, comme celle-ci, tous les nombres ne se trouvent pas, on a trouvé le moyen de faire deux progressions, dont l'une, qui contient tous les nombres 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* & qui semble être la progression arithmetique, a neanmoins les proprietez de la geometrique ; & l'autre, qui contient des nombres en apparence plus irréguliers, est neanmoins la progression arithmetique. Voici une ligne qui fait comprendre parfaitement tous ces mysteres.

25. Soit la ligne droite A E divisée par



parties égales A B, B C, C D, D E, *&c.* Par les points A, B, C, *&c.* soient imaginées les lignes droites *A a*, *B b*, *C c* paralleles entre elles, qui soient en Progression geometrique : par exemple, qu'*A a* étant 1. *B b* 10. *C c* soit 100. D *d* 1000. E *e* 10000 *&c.* nous aurons deux Progressions de lignes l'une arithmetique, & l'autre geometrique ; car les lignes A B, A C, A D, A E, seront en Progression arithmetique, comme 1. 2. 3. 4. & ainsi representeront les logarithmes, ausquels repondront les lignes geometriques A *a*, B *b*, C *c*, *&c.*

26. Chacune



26. Chacune des parties E D, D C, *&c.* soit divisée également en F, G, H, *&c.* & soient tirées les paralleles *F f*, *G g*, *&c.* moyennes proportionnelles entre leurs collaterales, c'est-à dire, *E e*. *F f* : : *F f*. *D d*. *G g*, *&c.* Derechef soient encore tirées d'autres moyennes proportionnelles par le milieu de chaque partie E F, F D, D G, *&c.* & ainsi de suite jusqu'à ce que ces lignes paralleles soient fort près les unes des autres, & qu'enfin on imagine une ligne courbe qui passe par les extrêmitez de toutes ces paralleles *e f d g*, *&c.* on aura une ligne, dont les proprietez sont très-considerables, & les usages très grands, comme l'on verra en son lieu.

27. Si cette figure avoit été formée sur

une fort grande table, & avec toute la justesse requise, on pourroit diviser chaque partie A B, B C, *&c.* non-seulement en 100. ou en 1, 000. mais en 10, 000. ou en 100, 000. ou en davantage. De sorte que A B étant de 100,000. A C. seroit de 200, 000. & A D. de 300, 000, *&c.* ce qui est toûjours en progression arithmetique.

28. La ligne E *e* étant supposée de 10, 000. parties, imaginons que par chacune de ces parties soient tirées des paralleles à la ligne A E, qui coupent la courbe en autant de points. Par exemple, soit la ligne *i o* tirée par la partie 9, 900. de E *e* qui coupe la courbe au point *o*. Soit encore la parallele *o* O, qui coupe la ligne A E, au point O dans la 399, 563. partie, & l'on connoîtra par-là que 399, 563. est le logarithme de 9, 900. De même, si S *u* passoit par la partie 9,000. de la ligne E *e*, & que *u* V coupât la ligne A E dans la 395, 424. ce nombre-ci seroit le logarithme de 9, 000. *&c.*

29. Ainsi l'on pourroit faire une table de logarithmes depuis 1. jusqu'à 10, 000. & même encore plus avant, si l'on vouloit allonger la ligne A E.

30. Remarquez qu'il suffit, pour avoir tous ces logarithmes depuis 1. jusqu'à 10, 000. de trouver les logarithmes depuis 1, 000. jusqu'à 10, 000. c'est-à-dire, (après avoir tiré la parallele *d t*) en prenant les logarithmes de toutes les parties depuis *t* jusqu'à *e*, dont les logarithmes sont terminez entre E & D : car avec cela on aura les logarithmes de toutes les autres parties qui sont depuis *t* jusqu'à E, & dont les logarithmes sont entre D A. Par exemple, O *o* étant de 9, 900.

parties, & son logarithme 399, 563. ce même nombre servira aussi de logarithme pour n N. 99. & pour y Y, 99. en changeant seulement le premier chifre 3. parce que, suivant la composition de cette ligne, O N, ou N Y, doivent être égales à E D ou D C; ce que chacun pourra aisément démontrer. Ainsi O N, ou N Y, contiendront 100, 000. & puisque A O, est 399, 563. ôtant O N 100, 000. il restera 299, 563 pour A N, duquel ôtant encore 100, 000. il restera 199, 563. pour A Y, & de même façon ayant A V 395, 424. pour logarithmes de V u 9, 000. on aura aussi 095. 424. pour logarithmes de X x 9. ou 195. 424. pour logarithmes de 90. ou 295, 424. pour logarithmes de 900.

31. Tout ceci se peut aussi reduire en pratique par le calcul, sans faire en effet ces figures, mais seulement en se les imaginant toutes faites: car par l'arithmetique on peut trouver un nombre moyen proportionnel F f entre les deux D d & E e, & après cela encore des moyens entre D d & F f, ou entre E f & E e, &c. Mais ce que nous venons d'expliquer est suffisant, pour donner toute la connoissance que nous devons avoir de la nature & de l'artifice des logarithmes: car on ne doit pas se mettre en peine de les calculer en effet, & de les trouver, puisque tout cela est déja tout fait; Dieu, pour le bien public, ayant suscité des personnes, à qui il a donné assez de patience, pour surmonter l'ennui d'un travail qui devoit paroître insupportable: car nous sçavons que plus de 20. personnes gagées pour cela ont passé plus de 20. ans à calculer avec une assiduité infatigable.

32. Outre ces deux Progressions, il y en a une troisiéme, qu'on appelle *Harmonique*, lors qu'en prenant trois termes qui se suivent immediatement, on trouve que le plus grand est au plus petit, comme la difference du plus grand & du moyen est à la difference du moïen du plus petit, comme 30.20.15.12.&c. sont en Progression harmonique; car en prenant 30. 20. 15. la difference de 30. & de 20. est 10. la difference de 20. & 15. est 5. Or 10. 5 :: 30. 15.

33. Cette Progression peut diminuer à l'infini, mais non pas augmenter.

Tout ce que l'on a dit jusqu'à present de cette progression, n'est pas de grand usage, & je ne veux pas m'engager à dire ici des choses extraordinaires.

On verra dans la suite de cette Geometrie quelques proprietez assez considerables de cette progression, qui pourront donner quelque éclaircissement, pour entendre ce que nous avons de la Musique des Anciens, dont l'obscurité n'a pas encore été penetrée. On y démontrera le rapport que l'Hyperbole a avec cette progression; car comme l'angle rectiligne sert pour trouver entre deux données tant de moyennes que l'on voudra en raison arithmetique; & que cette ligne courbe que nous venons de décrire pour les logarithmes, sert pour trouver aussi entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison geometrique; de même l'on fera voir que l'Hyperbole sert pour trouver entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison harmonique.

34. Il y a encore la Progression des quarrez, & celle des cubes, des quarré-quarrez, sursolides, quarrecubes, &c. comme 1. 4. 9. 16. 25. 36. &c. qui sont tous les quarrez

dont les racines sont les nombres naturels 1. 2. 3 4. 5. 6. &c. De même, 1. 8. 27. 64. 125. 216 qui sont les cubes des mêmes nombres. De même, 1. 16. 81. 256. 625. 1296. qui sont les quarré-quarrez des mêmes nombres, &c.

35. Dans la Progression des quarrez mettant o pour premier terme, ainsi o. 1. 4. 9. 16. &c. la somme de tous les termes est plus grande que le tiers du dernier terme multiplié par le nombre des termes; & cet excès qui est au-dessus du tiers, est toûjours d'autant plus petit, que le nombre des termes est plus grand. De même, dans la Progression des cubes, cette somme des termes est plus grande que le quart; & dans les quarré-quarrez, elle est plus grande que la cinquième partie, & ainsi consécutivement des autres. Pour prouver ceci, il suffit d'en faire une induction, comme l'on voit dans cette table, où le second rang contient la Progres-

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

ſion des quarrez depuis o. Le troiſiéme rang contient les ſommes des termes. Par exemple, l'on y voit que la ſomme depuis o juſqu'à 9. eſt 14. Le quatriéme rang contient le produit de chaque terme multiplié par le nombre des termes qui ſont depuis o juſqu'à lui; lequel nombre eſt marqué dans le premier rang, comme 36. eſt le produit de 9. multiplié par 4. Le cinquiéme rang contient des fractions, qui marquent la proportion des nombres du troiſiéme & du quatriéme rang, comme vis-à-vis de 14. & de 36. on trouve $\frac{7}{18}$; ce qui veut dire que 14. eſt à 36. comme 7. à 18. & qu'ainſi la ſomme des termes 14. eſt au produit de 9. multiplié par 4. ſçavoir, à 36. comme 7. à 18. Davantage, dans ce même cinquiéme rang, aprés $\frac{7}{18}$ on voit encore ces caracteres; (ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$) ce qui qui veut dire que $\frac{7}{18}$ valent autant qu'un tiers, & de plus une dix-huitiéme partie, parce qu'en effet $\frac{7}{18}$ valent autant que $\frac{6}{18}$ plus $\frac{1}{18}$ c'eſt-à-dire que $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$ de ſorte que la ſomme 14. eſt le tiers du produit 36. & outre cela encore il contient de plus une dix-huitiéme partie de 36. De même, on trouve que 30. qui eſt la ſomme des termes juſqu'à 16. eſt plus du tiers de 80. qui eſt le produit de 16. par 5. & que

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ no $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

l'excès eſt $\frac{1}{24}$: Car $\frac{30}{80}$ valent autant que $\frac{3}{8}$ ou que $\frac{9}{24}$ ou que $\frac{8}{24} + \frac{1}{24}$ ou enfin que $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$ Or $\frac{1}{24}$ n'eſt pas tant que $\frac{1}{18}$; ainſi l'on voit dans la ſuite de cette table que ces excès qui ſont au deſſus du tiers, vont toûjours en diminuant, à meſure que le nombre des termes croît : car ces excès ſont $\frac{1}{24} \frac{1}{30} \frac{1}{36} \frac{1}{42} \frac{1}{48}$, &c. le dénominateur de la fraction augmentant toûjours de ſix.

36. Si l'on fait une table ſemblable pour

les cubes, on trouvera que les fractions qui seront au-dessus du quart diminueront toûjours en valeur, leur dénominateur augmentant de 4. à chaque nouveau terme qu'on ajoûtera à la Progression ; & de même, à l'égard des autres Progressions, on trouvera, par de semblables tables, ce qui a été dit generalement dans la proposition precedente.

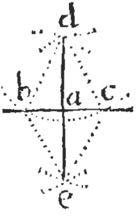
Tout ceci sera très utile dans la suite de cette Geometrie, où l'on traitera encore de plusieurs autres progressions.

LIVRE DERNIER.

Problèmes, ou la Geometrie Pratique.

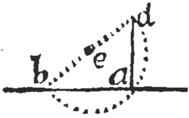
1. ON appelle *Problême* en Geometrie, une proposition qui enseigne à faire quelque chose, & qui en démontre la pratique, au lieu que les *Theoremes* sont des propositions speculatives, dans lesquelles on considere les proprietez des choses toutes faites.

2. *D'un point donné* a *dans la ligne* b a c, *tirer une perpendiculaire.* Prenez avec le compas deux parties égales de part & d'autre *a c*, & *a b* : il n'importe point que ces parties soient grandes ou petites, pourveu qu'elles soient égales. Ouvrez le compas un peu davantage, & des points *b* & *c*, comme des centres, tirez l'un aprés l'autre, deux petits arcs semblables, qui se croisent au point *d*. Puis apliquant la regle sur les points *a* & *d*, tirez la ligne *a d*, & ce sera la perpendiculaire requise. (2. 16.)



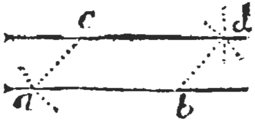
3. *D'un point donné* d *tirer une perpendiculaire vers la ligne* b a c. Du centre *d* faites un arc de cercle, qui coupe la ligne en deux endroits *b* & *c* : puis de ces deux points *b* & *c* tirez avec la même ouverture du compas, deux petits arcs qui se croisent en *e*, la ligne *d e* sera la perpendiculaire requise. (2. 16.)

4. Lorsque les points donnez *a* ou *d* sont vers les extrêmitez du papier ou de la surface où l'on doit faire la figure, & qu'on ne peut pas prendre une distance raisonnable au-delà du point *a*, suivant les pratiques precedentes ; alors il faut faire ainsi. Quand



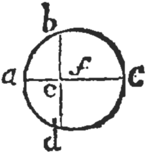
le point *a* est donné dans la ligne, prenez tel point que vous voudrez vers *e*, & de là comme du centre tirez un cercle qui passe par *a*, & qui coupe la ligne en *b* : puis de *b* tirez la ligne *b e*, qui, étant continuée, aille couper le cercle en *d*, la ligne *d a* sera perpendiculaire sur *b a*. (4. 14.) Que si le point *d* est donné hors la ligne, & non pas le point *a*, tirez une ligne telle que vous voudrez *d b*, & du milieu de cette ligne *e* faites un cercle *b a d*, qui coupe *b a* en *a* ; la ligne *d a* sera la perpendiculaire requise. (4. 14.)

5. *D'un point donné tirer une parallele à une ligne donnée.* Soit la ligne donnée *a b*, & le point *c*, par lequel il faut tirer une parallele : du point *c* comme d'un centre, faites un arc de cercle, qui coupe la ligne donnée en *a* : dans la même ligne donnée, prenez un point *b* tel



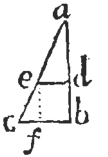
que vous voudrez, le plus éloigné neanmoins qu'il se pourra du point *a*, & de ce point *b* à la même ouverture de compas faites un autre arc de cercle *d* : prenez avec le compas la distance *a b* ; & à cette même ouverture, du point *c* comme du centre, faites un arc qui coupe l'autre en *d*, appliquant la regle sur les deux points *c* & *d*, vous aurez la ligne *c d* parallele à *a b* : car le quadrilatere *c a b d*, a les côtez opposez égaux par l'operation, & par consequent il est parallelogramme, par la converse de la 9. proposition du livre 3.

6. *Entre deux lignes données* a e *&* e c, *trouver la moyenne proportionnelle.* Après avoir mis les deux lignes l'une après l'autre en ligne droite, pour en faire la ligne totale *a c*, prenez en le milieu *f*, & de ce point *f* décrivez le cercle *a b c* : levez la perpendiculaire *e b* qui coupe la circonference du cercle au point *b*, la ligne *e b* sera moyenne, en sorte que *a e. e b : : e b. e c.* (6. 66.)

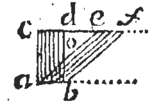


7. *Faire un quarré égal à un rectangle donné.* Prenez la moyenne entre les côtez du rectangle, & le quarré sur cette moyenne sera le requis. (6. 59.)

8. *Trois lignes étant données, trouver la quatriéme proportionnelle.* Soient les lignes données *a d*, *d e*, *a b*, après avoir mis *a d* & *a b* l'une sur l'autre, & *d e* de travers, pour faire un triangle *a d e*, continuez le côté *a e* vers *c*, & du point *b* tirez la parallele *b c*, je dis que *b c* sera la quatriéme proportionnelle requise, & que *a d. d e : : a b. b c.* (6. 43.)

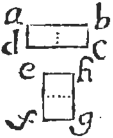


9. *Faire un parallelogramme rectangle égal à un triangle donné* a c b. Par le som-



met *e* tirez *e c* parallele à la base *a b*, le rectangle *a b c d* sera double du triangle *a c b* : (3. 18.) ainsi en partageant la base *a.b* en deux également, & élevant un perpendiculaire, on fera un rectangle égal au triangle.

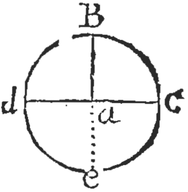
10. *Un rectangle étant donné, faire un autre rectangle qui lui soit égal, & qui ait la longueur donnée.* Soit le rectangle donné *a b c*, & qu'il en faille faire un autre égal, qui ait pour côté la longueur *e f*. Ici nous avons trois lignes données, sçavoir *a b*, *b c*, (qui sont les côtez du rectangle donné) & *e f* qui doit être un côté de l'autre rectangle que l'on veut faire. On doit chercher maintenant une quatriéme ligne, pour être le deuxiéme côté de ce rectangle. Ayant ces trois lignes données, trouvez en la quatriéme proportionnelle. (9. 8.) qui soit *e h*, ensorte que *e f. a b* : : *b c. e h* : je dis que le rectangle *f e h* sera le requis égal au rectangle *a b c*. (6. 27.)



11. *Quarrer quelque polygone que ce soit.* Reduisez le polygone en triangles, (3. 22.) ou 24. faites autant de rectangles égaux à ces triangles, (9. 9.) en sorte que tous ces rectangles ayent une même longueur : (9. 10.) joignez tous ces rectangles ensemble, pour en faire un rectangle total, & faites un quarré (9. 7.) égal à ce rectangle, & vous aurez ce que vous prétendiez.

12. *Diviser un cercle en quatre & en six, & tous les arcs en deux parties égales.* Pour les diviser en 4. il faut tirer deux perpendicu-

laires par le centre, comme *d a c* & B *a e*. Si on veut le diviser en 8. on n'a qu'à diviser en deux chaque arc B *c*, *c e*, &c. ce qui se fait en décrivant des points B & *c*, deux arcs de cercles à la

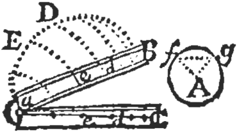


même ouverture du compas : car du point où ces deux arcs se croisent, on tirera vers le centre *a* une ligne qui divisera l'arc B *c* en deux également : ainsi faut-il faire à l'égard des autres arcs. Pour diviser le cercle en six, il ne faut que prendre avec le compas le dimi-diametre : car l'appliquant six fois tout autour sur la circonference, il la mesurera parfaitement : ainsi on peut ensuite diviser le cercle en 12. & en 24. & en 48. &c.

13. *Diviser un cercle en cinq, en quinze, & en d'autres parties égales.* Cela se peut faire geometriquement en cette maniére, que je démontre dans l'Algebre. Faites un triangle rectangle, dont une jambe soit le demi-diametre du cercle, & l'autre la moitié du demi-diametre. De l'hypotenuse de ce triangle ôtez la moitié du demi-diametre, ce qui restera sera la corde de 36. d. & le côté d'un décagone. En doublant cet arc, on aura l'arc de 72. d. qui est la cinquiéme partie du cercle ; & la corde de ces 72. d. sera l'hypotenuse d'un triangle rectangle, dont une jambe est le demi diametre, & l'autre le côté du décagone. Or comme d'ailleurs on a aussi trouvé 60. d. on aura encore la difference de 36. à 60. sçavoir, 24. d. qui est la quinziéme partie du cercle. Mais pour la pratique, le plus court

& le plus seûr, c'est de chercher avec le compas, à diverses reprises, une ouverture, qui étant appliquée cinq fois tout autour du cercle, le mesure précisément : après cela chacune de ces parties se divisera de même façon en trois, en cherchant avec le compas,& revenant quand on n'a pas bien trouvé juste du premier coup : ainsi on aura le cercle divisé en 15. Que si chacune de ces 15. parties se divise encore en quatre, & chacune de ces quatre en six, on aura tout le cercle divisé en 360. degrez. Et cette division est très-commode pour l'usage. Remarquez qu'on n'a pas trouvé le moyen de diviser geometriquement un arc en trois parties égales, ni en cinq, ni en sept, ni en d'autres nombres impairs, je dis geometriquement, en n'emploïant que la ligne droite & le cercle.

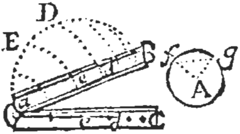
Cette division du cercle en 360. degrez est encore plus utile, quand on sçait se servir du Compas de proportion : *c'est une sorte de compas, qui a les branches plates,* a B, a C, *sur lesquelles il y a diverses lignes & diverses divisions ; dont celles qui sont le plus en usage se reduisent à deux : car sur un côté du compas il y a une ligne, en chaque branche* a e B, *&* a e C, *qui sert à diviser tout d'un coup un cercle en 360. & pour en prendre tout autant de degrez que l'on voudra. Cette division du compas se fait de cette sorte....*



14. *Marquer un compas de proportion pour la division du cercle.* Imaginez le demi-cercle *a* E D B, qui soit parfaitement divisé en ses 180. degrez; si du point *a* par chaque degré on tiroit

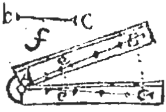
des arcs qui coupassent la ligne *a e* B. par exemple, si du 60. degré E on tiroit l'arc E *e* & si du 90. degré D on tiroit l'arc D *d*, *&c.* il faudroit marquer 60. dans la branche du compas, vis-à-vis de *e*, & 90. vis-à-vis de *d*, *&c.* Que si l'on en faisoit autant dans l'autre branche *a* C, on auroit ce côté du compas divisé comme il faudroit.

15. *Expliquer l'usage du compas de proportion pour diviser le cercle.* Soit le cercle donné A *f*, prenez avec le compas ordinaire le demi-diametre A *f*, & puis appliquant une pointe de ce même compas ordinaire sur le point *e*, c'est-à-dire, sur le 60. degré d'une branche du compas de proportion, écartez ou approchez l'autre branche, en sorte que l'autre pointe du compas ordinaire tombe précisément sur le point *e* de l'autre branche du compas de proportion, afin que la distance *e e* soit égale au demi-diametre A *f*; alors si vous voulez trouver tout d'un coup 90. degrez du cercle donné, mettez les deux points du compas sur les deux points *d*, *d*, & transportez cette distance sur *f g*, & vous aurez l'arc *f g* de 90. degrez. Que si vous vouliez prendre 35. degrez, vous n'auriez de même qu'à appliquer les pointes du compas ordinaire sur les points des lignes *a* B, *a* C, dans lesquels est le 35. degré, & transporter cette distance sur le cercle donné, & ainsi faudroit-il faire pour tout autre degré que ce soit. Tout cela est fondé sur les propositions 42. 43. 49. 50 du livre sixiéme ; car comme tous les cercles sont figures semblables, (6. 50.) la corde *f g* sera au demi-diametre A *f* comme la

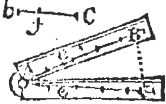


corde *a* D au demi-diametre *e* D, c'eſt-à-dire comme *a d* à *a e*. D'ailleurs, les triangles *a d d* & *a e e* ſont ſemblables, & ainſi *d d*. *e e* : : *a d*. *a e*. Or *d d* a été fait égal à *f g*, *e e* à A *f*: dont *f g*. A *f* : : *a d*. *a e*.

16. *Marquer le compas de proportion pour la diviſion des lignes droites.* Du centre du compas ſoient tirées deux lignes droites ſur les branches vers B & vers C, leſquelles ſoient diviſées chacune en 100. ou en 200. parties égales: & cela

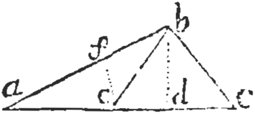


ſervira pour diviſer tout d'un coup une ligne donnée en autant de parties que l'on voudra. Par exemple, ſoit la ligne donnée *b c*, & qu'il en faille prendre $\frac{25}{97}$, c'eſt-à-dire, 25. nonante-ſeptiémes parties ; il faudroit pour cela diviſer toute la ligne *b c* en 97. parties égales, pour en prendre enſuite 25. ce qui ſeroit bien long à faire; mais avec le compas de proportion on le fait fort aiſément. Prenez avec le compas ordinaire la longueur de la ligne *b c*, & appliquant une pointe ſur la quatre-vingt-dix-ſeptiéme partie B d'une branche du compas de proportion, aprochez ou écartez l'autre branche, en ſorte que l'autre pointe tombe préciſément ſur la

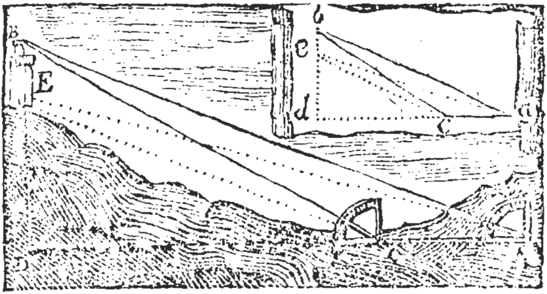


97e partie C de l'autre branche; alors mettés les deux pointes ſur la 25e partie *e e* de l'une & de l'autre branche, & tranſportez la diſtance *e e* ſur *b f*, & *b f*, ſera juſtement $\frac{25}{97}$ de toute la ligne *b c* : ce qui eſt auſſi fondé ſur ce que les triangles A B C & A *e e* ſont ſemblables.

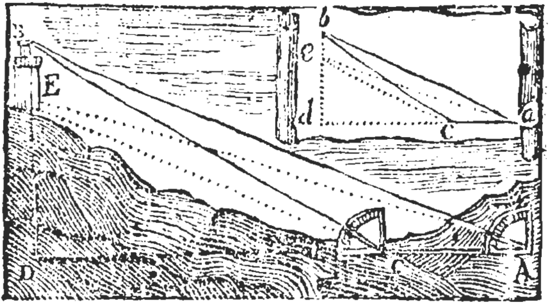
17. *Sur une ligne donnée faire un angle de tant de degrez que l'on voudra.* Soit la ligne donnée *a c*, & qu'il faille y faire un angle de 30. degrez. Du point *a*, comme du centre, faites un cercle *c f*, dans lequel vous prendrez avec le compas de proportion, ou autrement, 30. degrez depuis *c* jusqu'à *f*, & par ce 30. degrez vous tirerez la ligne *a f*, qui avec la ligne *a c* fera un angle de 30. d.



18. *Connoissant les angles d'un triangle, & un côté, trouver les autres côtez.* On vous dit qu'il y a un triangle dans le monde, dont la base A C a dix toises, & les deux angles d'autour de la base sont l'un A C B. de 150. degrez, &



l'autre C A B de 20. (& par consequent le troisiéme angle vers la pointe sera de 10. afin que tous trois 150. 20 10. ensemble fassent 180. c'est-à-dire, deux droits,) & on vous demande combien de toises doit avoir chacun des deux autres côtez A B, C B. Faites sur du papier, ou plûtôt sur du carton fin, un triangle semblable *a c b*, en cette sorte: prenez une base à discretion *a c* de 10. pouces, ou de dix autres parties telles qu'il vous plaira: sur *c a* faites deux angles, l'un *c a b* de 20 degrez, & l'autre *a c b* de 150. degrez (9.17.) les deux lignes *a b*, *c b* se croiseront en quelque part, sçavoir en *b*. Mesurez donc combien de pouces il y a dans *a b* ou



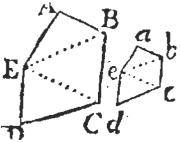
dans *c b*: car vous serez asseuré que tout autant de pouces que vous aurez trouvé en *a b* il y aura aussi tout autant de toises dans A B; & de même dans C B, autant que dans *c b*. Car puisque les triangles sont semblables, aïant les angles égaux, *a c* sera à *a b*:: comme A C à A B.

19. *Mesurer les distances, les hauteurs, les profondeurs, & generalement toutes les grandeurs des lieux éloignez & inaccessibles.* Si au haut d'une montagne qui paroît de loin, il y a une tour B E, & qu'on veüille en observer la distance & la hauteur; il faut avec quelque sorte d'instrument, (comme est un Quart-de-nonante, c'est-à-dire, un quart de cercle divisé en 90. degrez garni d'une regle qui roule autour du centre, laquelle s'appelle *Alidade*:) il faut, dis-je, avec cet instrument, prendre deux angles de

deux divers endroits en cette maniere. Si vous êtes en A, placez l'instrument en telle sorte, qu'un côté reponde justement à la ligne horizontale A D, sans hausser, ni baisser de part ou d'autre: mettez l'œil en A, c'est-à dire, vers le centre de l'instrument, & tournez la regle en telle sorte, qu'elle soit dirigée vers la pointe de la tour B; si-bien que cette regle rase ainsi vôtre raïon visuel, par lequel vous regardez la pointe B; alors cette regle vous marquera dans la circonference, de combien de degrez est l'angle B A D: car les degrez sont marquez dans cette circonference de l'instrument. Aprés cela changez de place, & dans un lieu bien plein & uni, avancez-vous de 10. toises (ou de telle autre distance qu'il vous plaira) jusqu'à C, & là, prenez derechef un autre angle B C D, par le moyen duquel vous aurez l'angle de suite B C A, puisque ces deux ensemble sont égaux à deux droits. ainsi dans le triangle A C B vous connoissez la base que vous avez prise de 10. toises: vous connoissés encore les deux angles qui sont sur la base; & par cõséquent vous avés de quoi connoître le côté C B, ou le côté A B. (9 18.) Vous connoîtrés encore la hauteur B D, ou la distance A D, si dans le petit triangle semblable vous tirés du point *b* une perpendiculaire *b d*: car B D ou A D auront autant de toises que *b d*, ou *a d* auront de pouces. Que si aprés avoir pris la hauteur B D, on prend encore par la même methode la hauteur E D, on aura aussi la grandeur B E depuis le haut jusques au bas de la tour.

Quelquefois au lieu d'avancer vers la tour, & de faire les observations de haut en bas, ou des angles que font les lignes visuelles avec la ligne horizontale; il est bon de faire les deux *stations à côté l'une de l'autre : mais cela revient toûjours au même, & la pratique n'en est point au fond differente. L'on voit bien aussi que par ce moyen on peut mesurer toutes les grandeurs imaginables, pourvû qu'on en puisse observer les extrémitez de deux endroits differens. On ne s'arréte pas ici à décrire les pratiques particulieres, ni les avantages que l'on retire des lunettes que l'on a trouvée le moyen de mettre à l'Alidade de l'instrument, qui est une commodité inestimable.*

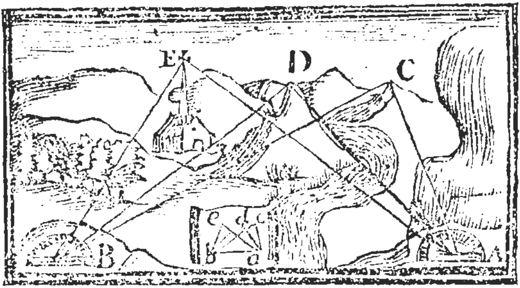
20 *Prendre le plan d'une Place.* Soit une Ville ou autre Place A B C D E, & qu'on vous ordonne d'en prendre le plan, & d'en faire la figure ; prenés toutes les distances des côtés & des lignes tirées d'angle à angle, & rapportés-les à proportion dans une figure sur du papier : par exemple, ayant trouvé qu'A B est de 30. toises, B C de 59. C D de 50. B E de 67. A E de 49 *&c.* aprés avoir fait une échelle sur du papier, divisee en 100. petites parties, faites une ligne *a b* de 30. parties, *b e* de 67. *a e* de 49. ces lignes jointes ensemble font le triangle *a b e* tout semblable au triangle A B E, & continuant ainsi à faire *b e c* semblable à B E C, *&c.* vous aurés une figure totale *a b c d e* semblable à la place A B C D E.



21. Que si on ne peut pas entrer dans la place, ou la percer pour mesurer la distance des angles B E, E C, il faut prendre les angles de la place, & les rapporter sur la figure, en sorte que si l'angle B A E est de 66. degrés, l'angle *b a e* soit aussi de 66. degrés : ainsi des autres.

22. *Faire la carte d'une Ville ou d'un païs.*

Montés sur deux lieux élevés A & B, d'où l'on puisse découvrir la Ville ou le païs dont vous voulés faire la carte : ayés un quart de 90. ou un cercle tout entier, ou bien un demi-cercle seulement divisé par degrés avec son alidade au centre; placés premierement l'instrument sur A, ensorte qu'un de ses côtés reponde d'A vers B : l'instrument étant ainsi placé & affermi, regar-



dés les clochers, les maisons extraordinaires, ou les montagnes, & autres endroits considerables, comme E, D, C, *&c.* & prenés tous ces angles avec l'alidade, & écrivés tout cela pour vous en souvenir ; l'angle C A B, par exemple, est de 50. degrés 30'. l'angle D A B de 45. degrés 8'. *&c.* puis faites en autant de dessus B. & écrivés, l'angle A B C est de 40. d. 10'. l'angle A B D de 47. d. 28'. *&c.* Aprés quoi prenés sur du papier une ligne à discretion *a b*, & faites des angles égaux à ceux que vous avés trouvés: *c a b* égal à C A B, *d a b* égal à D A B, *a b c* à A B C, *&c.* & ainsi vous aurés les points *c*, *d*, *e*, *&c.* qui seront dans la même disposition que les clochers ou les autres endroits considerables, C, D, E, *&c.* Or ayant une fois ces endrois principaux, tout le reſte ſe peut tracer à vûë d'œil. Pour faire une operation plus juſte, il eſt bon de prendre les angles encore d'un troiſiéme lieu, & même d'un quatriéme; afin que tout s'accordant, on ſçache que l'operation eſt bien faite.

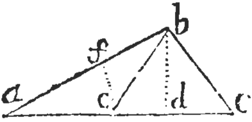
23. *Connoiſſant deux côtez d'un triangle, & l'angle d'entre deux, trouver le troiſiéme côté & les deux autres angles. . . . .*

24. *Connoiſſant deux côtez & un angle opposé à un de ces côtez, connoître le troiſiéme côté & les deux autres angles*, pourveû qu'on ſçache ſi l'angle qu'on cherche eſt aigu ou obtus. . . . .

25. *Connoiſſant les angles & un côté, connoître les autres côtez. . . . .*

26. *Connoiſſant les trois côtez, connoître tous les angles.* Tout cela ſe trouve parfaitement, en faiſant des triãgles ſemblables ſur du carton fin.

27. *Meſurer* l'aire, (*c'eſt-à-dire, la grandeur ou la capacité interieure*) *d'un triangle donné* a b c. Du ſommet *b* tirés la perpendiculaire *b d* ſur la baſe *a c* prolongée, s'il en eſt beſoin; diviſés *a c* en 10. (ou en tant d'autres parties qu'il vous plaira) & voyés combien de ces parties ſont contenuës dans *b d*: car en multipliant la moitié de *b d* par 10. vous aurés l'aire du triangle,



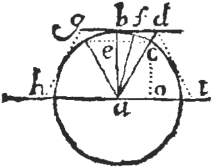
(3.18.) Comme ſi *b d* contient 12. parties de celles dont *a c* en contient 10. il faut multiplier 6 par 10 pour avoir 60. qui eſt la grandeur du triangle *a b c*, c'eſt-à-dire, que ce triangle contient autant d'eſpace qu'en contiendroient 60. petits quarrés, dont le côté de chacun ſeroit la dixiéme partie de *a c*.

Ayant égard à la pratique, il n'y a point de *methode plus facile, ni méme plus exacte, que celle-ci : mais en de certains cas, il est bon de sçavoir mesurer ces choses avec une certaine précision qui ne peut se trouver que par le moyen du calcul. Voici donc les principes d'où l'on tire tout l'artifice du calcul.*

28. *Dans un triangle rectangle* a b d, *connoissant deux côtez ; connoitre le troisiéme côté par le calcul.* Soit la jambe *b d* de 3. toises, & la jambe *a d* de 4. toises ; multipliez 3. par 3. & 4. par 4. pour faire les deux quarrez 9. & 16. ces deux quarrez joints ensemble seront égaux au quarré de l'hypotenuse *a b* : (6.61.) & par consequent je voi que le quarré de *a b* est 9. plus 16. c'est à-dire 25 ainsi pour sçavoir la grandeur de *a b*, je n'ai qu'à prendre le côté ou la racine quarrée de 25. qui est 5. d'où je conclus que *a b* est de 5. toises. Si l'hypotese *a b* 5. est connuë avec une jambe *a d* 4. il faut soustraire le quarré 16. du quarré 25. & il restera 9 dont la racine 3. est la grandeur de l'autre jambe *b d*. Quelquefois il arrive que les deux quarrés des jãbes joints ensemble ne font pas un nombre quarré, ou que le quarré d'une jambe soustrait du quarré de l'hypotenuse ne laisse pas un nombre quarré : comme si les jambes sont 2. & 3. leurs quarrés serout 4. & 9. qui joints ensemble font 13. Or 13. n'est point nombre quarré, & par consequent n'a point de racine précise : mais neanmoins il y a des nombres qui en approchent, comme ici $3\frac{3}{5}$ est à peu près la racine de 13. car $3.\frac{3}{15}$ multiplié par soi-méme, fait 13. moins $\frac{1}{25}$ ainsi le côté *a b* est de $3\frac{3}{5}$, & d'un peu davantage.

On ne donne pas la methode d'extraire ces racines quarrées, parce que c'est une regle d'Arithmetique, de quoi on ne traite pas ici.

29. *Calculer la Tangente, la Secante, & le Sinus de 30. degrez.* Soit, par exemple, *b a* le rayon ou sinus total, *a d* la secante de 30. degrez, *b d* la tangente, *c e* le sinus; il est aisé de voir que *b d* est la moitié de *a d*: car en tirant *a g* une autre secante de



30. degrez, le triangle *g a d* sera équilateral: car chacun des angles *g*, *d*, & *g a d* sera de 60. degrez: ainsi *b d* étant la moitié de *d g*, elle sera aussi la moitié de *a d*: par même raison *c e* sera la moitié de *a c*. Supposant donc dans le triangle rectangle *a e c*, que l'hypotenuse *a c* est de 2. & la jambe *e c* d'1. & ôtant le quarré 1. du quarré 4. nous aurons 3. égal au quarré du côté *a e*, égal à *c o*, (qui est le sinus de l'arc *c i* de 60. degrez.) Mais si au lieu de prendre 2 & 1. pour *a c*, & *c e*, nous prenons 1, 000, 000, & 500,000, le quarré de *c e*, sçavoir 250,000,000,000 ôté du quarré 1, 000, 000,000,000, laissera 750,000,000,000, dont la racine à peu prés est 866, 025. pour *a e*, ou *c e* sinus de 60 degrez.

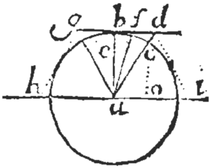
30. *Connoissant* c e, *le sinus d'un angle quelconque, connoître* c o, *le sinus du* complement *de cet angle. Le complement* d'un angle est celui qui reste pour faire 90 degrez. Par exemple, ayant l'angle *c a b* de 30. degrez, son complement est *c a i* de 60. degrez; car 60. avec 30. font 90. d. Cette proposition est démontrée

démontrée dans la precedente.

31. *Connoissant* e c *le sinus d'un angle, & le sinus de son complement, sçavoir* c o *ou* a e; *connoître la tangente* b d, *& la secante* a d. Comme les triangles *a e c* & *a b d* sont semblables, il s'ensuit que *a e. e c : : a b. b d : :* & *a e. a c : : a b. a d : :* & ainsi par la regle de trois d'Arithmetique, on trouve que l'arc *c b* étant de 30. degrez, la tangente *b d* est de 577. 350. & la secante *a d* de 1. 154. 700.

32. *Connoissant le sinus, la tangente & la secante d'un arc quelconque* b c *: trouver le sinus, la tangente & la secante de la moitié de cet arc.* Tirant *a f* par le milieu de l'arc *b c*, on aura *d f. f b : : a d. a b.* (*6. 72.*) & par conséquent on trouvera la tangente *b f* de 15. degrez, & ensuite le sinus & la secante des mêmes 15. degrez : aprés quoi encore, partageant derechef en deux l'arc *b f*, on trouvera le sinus, la tangente & la secante de 7. degrez 30'. & puis de 3. de 45'. & ainsi à l'infini.

33. *Trouver le sinus* c e *de 45. degrez.* Il est égal au sinus du complement des mêmes 45. degrez, sçavoir, à *e a*, & par conséquent on trouve encore la tangente & la secante de 45. degrez, aussi bien que des moitiez 22. degrez 30'. 11. degrez 15'. *&c.*



34. *Trouver le sinus de 36. d.* ayant inscrit un pentagone régulier dans le cercle, on sçait la proportion qu'a le côté de ce pentagone avec le rayon (*9. 13.*) Or, ce côté est la cor-

I.

de 72. degrez, & la moitié de cette corde est le sinus de la moitié de 72. sçavoir de 36. Ainsi le sinus de 36. d. est connu, & par conséquent la tangente & la secante aussi bien que des moitiez 18. degrez, 9. degrez, 4. degrez 30'. 2. d. 15'. *&c.*

35. *Trouver le sinus, la tangente, & la secante de* 12. *degrez, & des moitiez* 6. *degrez*, 3. *degrez*, 1. *degré* 30'. 45'. *&c.* Puis qu'on connoît la corde de 24. degrez, qui est le côté d'un polygone régulier de 15. côtés. (*9.* 13.) on connoîtra, *&c.*

36. Combinant ainsi toutes ces choses, on aura le sinus, tangentes & secantes des angles de 45'. d'1. degré 30'. de 2. degrez 15'. de 3. degrez 45'. de 4. 30' ainsi de tous les autres de 45'. en 45'.

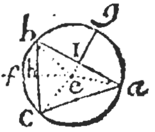
37. *Trouver les sinus de tous les arcs qui sont entre deux de ces arcs ainsi trouvés de* 45'. en 45'. Il faut faire une regle de proportion. Par exemple, le sinus de 45'. étant 1308. le sinus de 1'. sera 29. parce que 45. 1' : : 1308. 29. de même, le sinus de 20'. sera 581. De même, pour avoir le sinus de 3. degrez 30'. ayant le sinus de 3. degrez 5233. (*9.* 35.) & puis le sinus de 3. degrez 45'. 6540. (*9.* 32.) on trouve que ces 45'. qui sont depuis 3. degrez jusques à 3. degrez 45'. portent 1307. d'augmentation de sinus : car 5233. sinus de 3. degrez, ôtez de 6540. sinus de 3. degrez 45'. laissent 1307. Voulant donc trouver le sinus de 3. degrez 30'. je dis ainsi : Si 45'. qui sont depuis 3. degrez jusqu'à 3. degrez 45'. portent 1307. d'augmentation dans le sinus, combien d'augmentation porteront 30'. qui sont depuis 3. degrez jusques à 3. degrez 30'. & je trouve 871. il faut donc ajoûter 871. à 5233. & on aura 6104. pour

ſinus de 3. degrez 30'. ainſi de tous les autres.

Par ce moyen on peut faire des tables où ſoient le ſinus, les tangentes & les ſecantes de tous les angles de minute en minute depuis o. juſqu'à 90. degrez.

Remarquez que par cette derniere regle on ne trouve pas à la rigueur le ſinus juſte, parce que les ſinus n'augmentent pas à même proportion que les arcs ; mais ce défaut eſt ici ſi petit, qu'on ne doit pas ſe mettre en peine d'une plus exacte précision.

38. Par le moyen de ces tables on calcule les triangles, parce qu'on eſt aſſeuré que dans tout triangle, les côtez ſont entre eux comme les ſinus des angles opoſez: par ex. dans le triangle *a b c*, tirant le cercle circonſcrit du



centre *e*, les perpendiculaires *e h*, *e b*, partageront en deux également les coſtez *a b* & *b c*. (4. 6.) ainſi *a b*. *b c* : : *a i*. *b h*. Or *a i* eſt le ſinus de l'angle *a e i* ou *a c b*, qui (4. 13.) lui eſt égal; & de même *b h* eſt le ſinus de l'angle *b c h* ou *b a c*: donc, &c.

39. Et ſur ce principe, *connoiſſant deux angles & un coſté, ou deux coſtez & un angle, trouver tout le reſte.* Faites par une regle de proportion, comme un coſté connu au ſinus de l'angle opposé connu ; ainſi l'autre coſté connu a un quatriéme nombre qui ſera le ſinus de l'angle opposé à cet autre coſté. Ou bien ſi deux angles ſont connus avec un coſté, il faut faire comme le ſinus d'un angle connu au coſté opposé à ce même angle : ainſi le ſinus

de l'autre angle connu à un quatriéme nombre, qui sera le costé opposé à cet autre angle, &c.

40. Ces operations sont beaucoup abregées par les logarithmes : car on a eu soin de mettre dans les tables, non-seulement les sinus & les tangentes, mais aussi leurs logarithmes, qui leur repondent vis-à-vis. De sorte qu'au lieu des multiplications & des divisions qu'il faudroit faire avec une peine insupportable, en se servant des sinus & des tangentes, il ne faut que faire des additions ou des soustraçtions, en employant les logarithmes : comme si dans le triangle A B C, (9.18.) dont le costé A C est connu de 10. toises, l'angle A B C de 10. degrez, l'angle C A B de 20. on demande le costé B C, il faudroit dire comme le sinus de l'angle B, (qui est dans les tables 17364.) au costé A C, qui est connu de 10. toises ; ain-

Sin.angl.A.20.d. A C. 10.toises.	9. 5340517. 1. 0000000.
Somme. Sin.angl.B.10.d.	10.5340517. 9. 2396702.
Reste, qui est C B. 19. $\frac{7}{10}$ toises.	1. 2943815.

si le sinus de l'angle A (qui est dans les tables 34202.) est au costé qu'on cherche C B. pour trouver ce quatriéme C B par une regle-de-trois, il faudroit multiplier le second terme 10. par le troisiéme 34202. & diviser le produit 342020. par le premier 17364. ce qui est bien long. Mais si au lieu de ces nombres nous prenons leurs logarithmes, ajoûtant le logarithme de 20. degrez au logarithme de 10. toises, & de la somme ôtant le logarithme de 10. degrez, il reste le logarithme 1. 2943. &c. qui dans la table repond entre 19. & 20. de sorte que le costé C B doit être de prés de 20. toises.

Les livres qui traitent des sinus & des logarithmes expliquent ceci plus en particulier. Je croi pourtant en avoir dit autant qu'il en faut sçavoir pour pouvoir trouver de soi-même toutes ces choses. On ajoûtera quelques autres propositions sur ce sujet dans la suite de cette Geometrie.

41. *Trouver une ligne droite, qui soit égale à la circonference d'un cercle à si peu prés que l'on voudra.* Prenant douze fois la tangente de 30. degrez qui est *b d*, & rangeant ces 12. tangentes autour du cercle, en sorte qu'elles soient jointes deux à deux en ligne droite, comme on voit en la figure de l'art. 27. où *d g* sont deux tangentes opposées, chacune de 30. degrez, & de même *g h.* & *d i*, &c. On fera ainsi un polygone circonscrit de 6. côtez, dont la circonference est plus grande que celle du cercle (4. 27.) Que si on prend douze fois le sinus *c e*, on fera un polygone inscrit de 6. côtez, dont la circonference est

plus petite que celle du cercle. De sorte que donnant au rayon *a b*, 1, 000, 000; *b d*, qui est 577, 350. pris douze fois, c'est-à-dire, 6, 928. 200. est plus grand que la circonference du cercle, & *e c* 5000,000 pris douze fois, sçavoir, 6, 000, 000, est plus petit que la circonference du même cercle.

42. Mais si au lieu de prendre douze fois la tangente & le sinus de 30. degrez, l'on prend 360. fois la tangente & le sinus d'un degré, sçavoir 17455. & 17452. on fera deux polygones, l'un circonscrit 6, 283, 800. plus grand, & l'autre inscrit 6, 282, 720, plus petit que le cercle.

43. Enfin donnant au rayon 100, 000, 000, 000, & prenant la tangente & le sinus d'une minute 21600 fois (car il y a autant de minutes dans un cercle) on aura 628, 318, 512,000, plus petit, (car le sinus d'1. est 29, 088, 820.) & 628,318,533,600 plus grand. (Car la tangente d'1. est 29,088,821.) Que si ces trois nombres du rayon, du polygone circonscrit, & de l'inscrit, sont divisez par 100, 000, il restera pour le rayon 1, 000, 000: & le perimetre du polygone circonscrit sera de 6, 283, 185 $\frac{336}{1000}$: & le perimetre de l'inscrit sera de 6, 283, 186 $\frac{12}{100}$. De sorte que ces deux perimetres, dont l'un est plus grand que la circonference du cercle, & l'autre plus petit, ne differant pas neanmoins entre eux d'une millionniéme partie du rayon. Si l'on vouloit prendre juste le sinus & la tangente d'une seconde, on s'approcheroit encore incompara-

blement davantage de l'égalité entre les deux perimetres du polygone circonscrit & de l'inscrit.

44. Pour la pratique, on pose que le diametre est à peu prés la circonference comme 7. à 22. c'est-à-dire, que si le demi diametre ou le rayon est divisé en 7. la circonference en contiendra 44. presque : & cela s'accorde assez avec ce qui vient d'étre expliqué. Car 7. 44. : : 100. 628. $\frac{4}{7}$.

45. *Trouver l'aire d'un cercle donné.* Si le rayon ou demi diametre est partagé en 1000. la circonference sera à peu prés de 6283. Ainsi multipliant la moitié de cette circonference 3141. par le rayon 1000. on fait 3141000. pour toute l'aire du cercle : (4. 31.) mais si le demi-diametre est de quelque autre mesure, par exemple de 9. pouces, il faut faire 1000. 3141 : : 9. 16. $\frac{269}{1000}$. & puis multiplier ce dernier nombre (qui doit être la demi circonference) par 9. (qui est le demi diametre) & on a 173. $\frac{421}{1000}$. pour l'aire du cercle.

Il est plus commode, ce me semble, de se servir de cette proportion de 1000. *à* 3141. *que de celle dont on se sert communément de* 7. *à* 22. perpendiculaire.

46. *Mesurer la grandeur d'un parallelepipede ou d'un cylindre.* Multipliez sa base par sa hauteur perpendiculaire.

47. *Mesurer une pyramide ou un cone.* Multipliez la troisiéme partie de sa base par sa hauteur.

48. *Mesurer une sphere.* Multipliez la troisiéme partie de sa surface par le demi-diametre, ou bien les deux tiers de son plus grand cercle par son diametre.

Fin des Elemens de Geometrie.

TABLE
DES MOTS EXPLIQUEZ en cette Geometrie.

Le premier chifre signifie le livre, & les autres l'article.

A

C

M

N

O

P

Q

R

Fin de la Table de la Geometrie.

DISCOURS
DU
MOUVEMENT
LOCAL.

Avec des Remarques sur le Mouvement de la Lumiere.

PREFACE DU DISCOURS DU MOUVEMENT LOCAL.

JE ne pretends pas faire ici l'éloge des Mechaniques, & étaler les avantages que nous donne la science du mouvement. On sçait assez que toutes les productions qui viennent ou de l'industrie des hommes ou des causes de la nature, ne se font que par le mouvement. De sorte qu'il n'est pas possible de penetrer dans les secrets de la Physique, ni de réüssir dans l'invention & dans la pratique des Arts, dans le secours des Mechaniques, c'est-à-dire, sans la connoissance des loix du mouvement. Je n'entreprens pas non plus de traiter ici toute cette matiere. Elle est trop vaste pour être comprise dans un si petit discours. Je me suis restraint à ce qui *peut être appellé les élemens de cette science, & j'insiste particulierement à considerer la communication qui se fait du mouvement dans les percussions. Il est vrai que ce sujet a été traité par de très-grands hommes; mais je m'y prens, ce me semble, tout autrement qu'ils n'ont fait; car sans faire aucune hypothese particuliere, je m'attache à rechercher dans les sources mêmes de la nature les causes de tous les effets que nous voyons dans les mouvemens, & je tâche d'en faire des demonstrations, qui ne supposant aucune experience, ne sont fondées que sur des principes incontestables de la pure Metaphysique. Ce dessein, sans doute, paroîtra hardi à ceux qui sçavent la difficulté qu'il y a de prevenir ainsi l'experience, & de prescrire à la nature des loix qu'elle doive ensuite observer. Peut-être aussi que la difference qui se trouve entre les regles que je tâche d'établir ici, & celles que Monsieur Descartes a posées dans ses Principes, servira de sujet à la curiosité de ceux qui aiment la Philosophie de cet Auteur, pour rechercher en quoi consistent mes paralogismes, puisque les raisonnemens que je fais, sont si opposez à ceux que plusieurs ont tenu jusques ici pour de veritables démonstrations. Car j'avouë que de sept regles du mouvement que donne Monsieur Descartes, il n'y en a qu'une seule qui s'accorde avec les miennes: de sorte qu'il faut ou que ce Philosophe n'ait pas rencontré en ce point, ou que je sois tombé moi-même en des fautes considerables.*

Au reste, je ne puis pas ignorer ce qui a eté publié par toute la France, touchant les Regles de Percussion, qu'ont proposé quelques celebres Mathematiciens des Academies Royales de Paris & de Londres. S'il y a de la gloire à inventer quelque chose de nouveau dans les sciences, je ne conteste point à ces Messieurs celle qu'ils pourront pretendre pour avoir trouvé le secret des loix du mouvement. Je la leur cede volontiers toute entiere, & je n'y pretends rien. Je puis dire neanmoins qu'il y a déja trois ans que j'ai donné publiquement tout ce que je mets ici dans ce Discours; & que si l'on compare mes regles avec les leurs, on y trouvera bien peut-être assez de conformité, pour croire que j'ai rencontré avec eux la verité; mais aussi on y verra assez de difference, pour juger que ce n'est pas d'eux que je l'ai apprise. Outre qu'ils n'ont fait que proposer simplement leurs regles sans les prouver, au lieu que je tâche de démontrer toutes celles que j'avance. Et quoique Monsieur Hugens nous ait fait esperer qu'il publieroit bien-tôt un livre où il prouveroit toutes ses regles; neanmoins sans me vouloir en aucune façon comparer à un si grand homme; j'ose bien dire que sa methode sera toute differente de la mienne, puisqu'il s'est déja suffisamment expliqué, & qu'il nous a fait entendre que ses démonstrations sont appuyées sur des hypotheses particulieres. Quoiqu'il en soit, je me suis déja declaré sur le peu de pretention que j'ai à la gloire de passer pour l'inven-

teur de ces choses : je la laisse toute entiere à ces Messieurs ; & s'ils ont la bonté de m'en faire part, je la recevrai comme une grace, & tiendrai à faveur, s'ils veulent seulement reconnoitre que j'ai touché leur pensée, ou que du moins je ne m'en suis pas fort éloigné.

DISCOURS DU MOUVEMENT LOCAL.

I. Le corps est de soi indifferent pour le repos ou pour le mouvement.

SI nous nous imaginons qu'il n'y ait au monde rien de corporel qu'une ou deux boules, & que de ces boules nous séparions tout ce qui pourroit causer quelque sorte de sympathie ou de secrette communication, par laquelle l'une attireroit ou chasseroit l'autre; en un mot, si nous considerons ces boules libres de toute sorte de détermination particuliere, sans legereté, sans pesanteur, dans le vuide, ou du moins dans un espace tout uniforme, où il n'y eût rien qui les portât plus d'un côté que d'un autre, ou qui les pût empêcher de se mouvoir librement: si elles venoient à être poussées vers quelque endroit, alors nous concevrions que ces boules seroient tout-à-fait indifferentes pour se toucher, ou pour être séparées, pour être ici, ou pour être là; puisqu'elles ne trouvent rien en un endroit plus qu'en un autre; & par conséquent elles seront aussi également indifferentes, pour être en repos, où pour être en mouvement.

II. Si le corps est une fois en repos, il y demeure toûjours.

Ainsi si nous concevons de plus, qu'une de ces boules est en repos en quelque endroit, y ayant été mise par quelque cause, qui ait le pouvoir de remüer ou d'arrêter les corps; nous concevons en même-tems qu'elle y demeurera éternellement en repos, s'il n'y a quelque nouvelle cause qui viennent la pousser, & la tirer de là, en lui donnant du mouvement: parce que cette boule étant d'elle même indifferente au repos ou au mouvement, & étant une fois déterminée au repos, il est impossible qu'elle se détermine elle même à quitter ce repos pour prendre le mouvement. Ainsi il faut qu'elle demeure éternellement dans ce repos, s'il ne vient rien d'ailleurs qui l'en ôte.

III. Et s'il est une fois dans le mouvement, il continuë aussi de se mouvoir toûjours.

Par la même raison nous devons concevoir, que si une de ces boules est dans le mouvement, Dieu ou quelque Ange l'ayant poussée, & ayant commencé à la faire mouvoir: nous devons, dis je, concevoir que cette boule ayant ainsi commencé à se mouvoir, elle continuera de le faire éternellement, s'il n'y a quelque nouvelle cause qui vienne l'arrêter; parce que cette boule étant d'elle-même indifferente au mouvement & au repos, & étant une fois déterminée au mouvement, il est impossible qu'elle se détermine elle-même à quitter ce mouvement pour prendre le repos. Ainsi il faut qu'elle demeure toûjours dans ce mouvement, s'il ne vient rien d'ailleurs qui l'en ôte.

IV. Que le repos n'est pas une pure negation.

Je voi bien que nous sommes portez naturellement à considerer le repos comme une cessation d'action, & le mouvement comme une action positive, laquelle nous experimentons en nous-mêmes, quand nous nous mouvons, ou que nous voulons mouvoir un autre corps : au lieu que nous concevons qu'un corps demeure en repos dès lors que personne n'y touche, & qu'il n'y a aucune autre cause qui lui imprime effectivement cette qualité ou cette action necessaire pour le mouvement. Ainsi il semble qu'encore que le corps étant une fois en repos, y demeure éternellement : il ne s'ensuit pas, que s'il est une fois dans le mouvement, y persiste aussi éternellement, puisque pour se mouvoir, il est besoin d'une action positive, & que le repos n'est rien qu'une negation ou une cessation d'action ou de mouvement.

V. Qu'il y a autant d'action positive dans le repos, que dans le mouvement.

Mais si la pesanteur de nos corps qu'il nous faut porter, la roideur des membres qu'il nous faut plier, l'agitation des esprits qu'il nous faut employer, & beaucoup d'autres choses, nous font experimenter quelque resistance, & nous obligent d'user de quelque violence pour surmonter ces empêchemens : on ne peut de là tirer aucune conséquence contre nôtre hypothese, où nous supposons qu'il n'y a aucun empêchement, ni de gravité, ni d'inclination particuliere, ni de corps qui puisse resister au dehors. En ce cas, il est manifeste qu'il ne faut pas plus d'action pour le mouvement que pour le repos ; & qu'afin qu'un corps se repose, il n'est pas moins besoin qu'il ait été mis en repos : qu'il est necessaire, afin qu'il se mouve, qu'il ait été mis dans le mouvement. Et en effet, si nous considerons bien la nature du repos ou du mouvement, nous trouverons que le mouvement peut aussi bien être appellé *Une cessation de repos*, que le repos est appellé *Une cessation de mouvement* ; ou plûtôt nous trouverons que l'un & l'autre est effectivement quelque chose de positif, puisque le mouvement est *un état par lequel un corps correspond successivement à divers lieux* ; ou bien *une presence passagere*, ou *une suite de diverses presences en divers endroits* : comme le repos est *un état, par lequel un corps correspond toûjours à un même lieu* : ou bien *une même presence en un même endroit.* De sorte que le repos, aussi bien que le mouvement, est *un état*, ou bien *une presence* : avec cette difference, que le repos est un état de consistance & une presence constante, qui est toûjours conservée la même ; au lieu que le mouvement est un état changeant, &

une presence passagere. Or, de quelque façon que l'on considere ces presences constantes ou passageres ; s'il y a quelque action ou quelque sortes de cause dans le corps, qui doive produire cette suite de diverses presences dans le mouvement ; il n'est pas moins besoin d'action ou de force dans le repos pour conserver une même presence ; parce que conserver une chose, c'est la produire continuellement. Il est donc manifeste, qu'après que la presence aura été produite par le corps dans le premier instant, (je parle dans le sens de ceux qui veulent qu'il y ait une veritable production de ces presences ;) il faut qu'elle soit encore produite de nouveau dans l'instant suivant par le même corps, afin qu'il demeure en repos. Or, il me semble qu'en cela il y a autant d'action, & autant de force, que pour produire dans ce second instant une seconde presence, au lieu de reproduire la premiere ; & l'on peut en ce sens servir du vers d'un Ancien :

Non minor est virtus, quàm quærere, parta tueri.

Ainsi, soit qu'il faille produire à chaque instant une nouvelle presence pour le mouvement ; soit qu'il faille aussi à chaque instant reproduire la même presence pour le repos : cela reviendra toûjours au même, & le corps n'aura pas moins à faire pour se conserver cette même presence, & se tenir en repos, que pour produire de nouvelles presences, & se conserver dans le mouvement. D'où enfin il faut conclure, que comme le corps, dès la même qu'il a été déterminé une fois au repos, est suffisamment déterminé à se conserver toûjours la même presence : aussi dès-lors qu'il a été une fois déterminé au mouvement, il est suffisamment déterminé à produire toûjours de nouvelles presences, & à se mouvoir ainsi sans cesse.

V I. Objections.

Je ne veux pas m'amuser à repondre à toutes les difficultez chicaneuses, que l'on peut faire sur ce sujet, parce qu'il est assez aisé de les resoudre. On dit par exemple, qu'une cause finie ne peut pas produire un effet infini, & que ce mouvement seroit infini, puisqu'il dureroit éternellement. On dit que celui qui meut un corps, lui imprime une certaine qualité, qui s'appelle *Impetuosité*, & que tandis que cette qualité dure, le mouvement dure aussi ; mais que cette qualité venant à cesser, le mouvement cesse de même : & ils ajoûtent que cette qualité ne peut durer toûjours, étant de sa nature si imparfaite, qu'elle n'exige point de durer long-tems. On dit encore que l'experience fait voir que tous les mouvemens cessent peu à peu : comme l'on remarque dans une roüe qu'on aura agitée avec violence, dans une boule qu'on fait rouler sur un billard, dans une bale suspenduë, & en d'autres corps, dont les mouvemens diminuent peu à peu, & s'éteignent enfin entierement.

VII. Une cause finie peut avoir un effet qui dure toûjours.

Je dis qu'il est fort aisé de repondre à toutes ces difficultez, & à beaucoup d'autres semblables. Si l'on veut que ce mouvement soit un effet infini, parce qu'il dure éternellement; il faut aussi dire que le repos sera un effet infini, s'il dure ainsi éternellement; & que par consequent une cause finie ne pouvant avoir un effet infini, il faudra dire qu'après qu'un homme aura mis un corps en repos, ce corps ne pourra pas demeurer éternellement dans ce repos, mais qu'il faudra enfin que ce repos cesse, & que le corps commence à se mouvoir; ce qui n'est pas raisonnable. Il y a grande difference entre un effet infini, & un effet qui dure éternellement: & s'il est vrai qu'une cause finie ne puisse produire un effet infini; aussi est-il veritable qu'une cause, pour bornée qu'elle soit, peut produire un effet qui subsiste éternellement, s'il n'est détruit par quelque nouvelle cause: car si je fais une figure quarrée sur de la cire, cette figure durera toûjours, si rien ne vient à le gâter, ou à détruire la cire même. Ainsi il n'y a nul inconvenient de dire, que si une fois le repos ou le mouvement sont produits dans un corps, ce repos ou ce mouvement dureront sans fin, si rien ne vient à les détruire.

VIII. Cette qualité qu'on appelle Impetuosité, dure toûjours.

Pour ce qui est de cette qualité, que l'on pretend être produite dans le corps, par celui qui le pousse;il m'est fort indifferent qu'on le croye ainsi, ou qu'on ne le croye pas : mais je dis que si cette qualité est necessaire , elle durera éternellement , après avoir été une fois produite , & qu'elle ne cessera jamais d'être , que lorsque quelque nouvelle cause la détruira. Et en cela le sentiment de * Vasqués est fort raisonnable,lorsqu'il assure generalement de toutes les formes tant substantielles qu'accidentelles , & en particulier du mouvement & de l'*Impetuosité* ; que si elles peuvent subsister un moment sans avoir besoin de l'influence de leur premiere cause efficiente , elles durent aussi toûjuurs jusques à ce qu'elles soient détruites par la production d'une nouvelle forme contraire. Que si l'on veut encore persister dans ce sentiment , & dire que cette qualité est si foible de sa nature, qu'elle se détruit d'elle-même:avec cela, je soûtiens qu'après que cette qualité aura été détruite , il faut neanmoins que le mouvement dure, par les raisons que j'ai déja dires : parce que le mouvement ne peut cesser , sans que le repos ne soit produit de nouveau.Or,il faut toûjours une cause positive pour produire de nouveau quelque effet que ce soit:au lieu qu'il n'en est pas besoin pour faire subsister ce qui est déja:& c'est la veritable raison pour quoi une figure quarrée , qui aura été faite sur de la cire , dureroit éternellement, si Dieu empêchoit tous les agens exterieurs de rien détruire dans cette cire , parce que cette cire quarrée ne sçauroit perdre cette figure , sans qu'une autre figure soit produite. Et comme une figure ne peut commencer d'être de nouveau, sans qu'il y ait quelque cau-

* *Vasqués* 1. 2. *D.* 81. *c.* 2. *&* 3.

se positive qui la produite, & que nous supposons qu'il n'y en a ici aucune ; il faut necessairement que cette premiere figure qui a déja été produite, subsiste toujours en possession de son existence. Il en est de même du mouvement ; & quoique cette impetuosité pretenduë cesse d'être, le mouvement neanmoins qui a déja été produit, ne doit pas cesser pour cela ; puisqu'il n'y a aucune nouvelle cause qui produise le repos, & que le mouvement ne peut cesser, que le repos ne soit produit.

IX. Les corps que nous mouvons, cessent de se mouvoir, parce qu'ils sont empêchez.

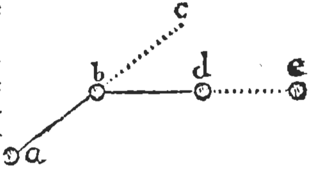
Enfin, ce que nous voyons que les corps poussez cessent dans peu de tems de se mouvoir, ne prouve rien contre nous ; puisqu'il est certain que ces corps trouvent des empêchemens à leur mouvement. Aussi voyons-nous que d'autant plus on ôte ou on diminuë ces empêchemens, d'autant plus aussi durent les mouvemens des corps. Ainsi une boule roule bien plus longtems sur une allée bien polie, que dans un chemin raboteux. Une rouë tourne bien mieux, si son essieu est fort petit, & bien tourné, que s'il est gros & irrégulier ; une pierre est jettée bien plus loin dans l'air, que dans l'eau. Mais je tâcherai dans la suite de ce discours, d'expliquer comment tous ces empêchemens font cesser peu à peu le mouvement des corps.

X. Demande pour la seureté des démonstrations suivantes.

Tout ce que je viens de dire touchant la nature & la perpetuité du mouvement, est en quelque façon necessaire pour l'intelligence de ce que je prétends démontrer dans la suite de ce discours. Mais comme cette question ne peut jamais être traitée si clairement, qu'elle ne soit toûjours sujette aux chicanes de la dispute : je voi bien que sans doute aprés tous mes raisonnemens, tous ne seront pas convaincus de ce que j'ai voulu prouver. Et d'ailleurs, ne voulant me broüiller avec personne, ni laisser sujet de croire que j'appuye mon discours sur un principe douteux; je declare que pour la fermeté de mes démonstrations, je n'ai pas besoin qu'on pense que le mouvement seroit en effet perpetuel, pourveu qu'on m'accorde, ce que personne du monde ne sçauroit nier, que le mouvement ayant une fois commencé, dure du moins quelque-tems, & se continuë d'autant plus uniformement, qu'il y aura moins d'empêchemens qui l'arrêtent ou le diminuent. Qu'on explique cette continuation du mouvement par la production d'une *qualité impresse*, ou par une simple determination, ou par tout ce que l'on voudra : cela m'est indifferent Je demande seulement qu'il me soit permis de poser comme un *Postulatum* de Geometrie, qu'aprés qu'un corps a été une fois poussé, il continuë de se mouvoir pendant quelque-tems, & que même ce tems est assez notable, lorsqu'au dehors il n'y a rien qui puisse arrêter ou diminuer le mouvement. Moyennant quoi j'espere que les démonstrations suivantes auront toute leur force.

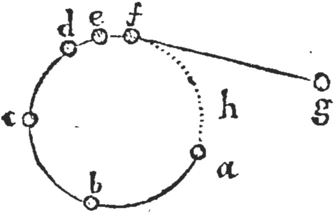
XI. Un corps recevant successivement plusieurs déterminations, demeure affecté seulement de la derniere.

Non-seulement le corps persevere dans le repos ou dans le mouvement, suivant qu'il a une fois commencé d'y être; mais aussi il persevere dans la même espece de mouvement, & dans le même degré de vîtesse, où il à été mis. Par exemple, s'il a commencé de se mouvoir sur une ligne droite vers l'Orient avec un degré de vîtesse, il continuë de se mouvoir avec un pareil degré, sans jamais se départir d'un seul point de cette même ligne. Ce qui est manifeste par les mêmes raisons que j'ai apportées pour prouver que le mouvement dure toûjours. Mais il faut remarquer que lorsqu'un corps a reçû successivement plusieurs déterminations differentes, il reste affecté de la derniere, sans que les precedentes fassent aucune impression sur lui. Par exemple, si une boule a été poussé avec la main ou autrement d'*a* en *b*, & qu'ensuite on porte cette même boule de *b* en *d*, & que là on l'abandonne: je dis que la boule continuera de se mouvoir vers *e* sur une même ligne *b d e*, & avec la vîtesse qu'elle aura euë de *b* en *d*; & cette premiere détermination qu'elle avoit reçûë d'*a* en *b*, & qui l'auroit portée vers *c*, ne sert de rien maintenant, non plus que si elle n'avoit jamais été: parce qu'elle est détruite par cette seconde détermination.



XII. Un corps libre ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe, ni d'une vîtesse inégale.

De là il s'ensuit qu'un corps ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe, ou d'une vîtesse inégale ; mais que tout corps libre continuë de se mouvoir en ligne droite & avec une vîtesse uniforme. Par exemple, qu'un corps soit meu sur une ligne courbe d'*a* par *b c d e* jusques à *f*, (comme l'est une pierre dans une frô. de) & qu'on



laisse ensuite ce corps en *f* pour voir ce qu'il deviendra : je dis qu'il ne continuera pas de se mouvoir sur la ligne courbe vers *h*, mais qu'il ira vers *g* sur une ligne droite qui touchera la courbe au point *f*. Car que le corps ait été premierement meu d'*a* en *b*, cela ne fait rien pour cette derniere détermination, & il se mouvroit maintenant de même, quand il n'auroit commencé de se mouvoir que depuis le point *b*, ou depuis *c*, ou depuis *d* ou *e*, ou encore de plus prés, pourveu qu'il eût toûjours en *f* le même degré de vîtesse : parce que tous ces premiers mouvemens sont autant de détermination differentes, dont les dernieres détruisent les premieres ; ainsi le corps demeure affecté de la derniere détermination. Or cette derniere détermination le portoit vers *g*, c'est-à-dire, qu'il faut prendre l'inclination qu'à la ligne courbe au point *f* ; & cette inclination se mesure par la tangente, comme sçavent les Geometres : ainsi c'est suivant cette tangente que le corps a été déterminé pour la derniere fois ; & par conséquent c'est ſuivant cette ligne qu'il continuë de ſe mouvoir.

XIII. Tout corps qui ſe meut autour d'un centre, fait effort pour s'en éloigner.

On voit par là que cet axiome eſt très-veritable, *que tout corps qui eſt meu en rond, fait effort pour s'éloigner du centre de ſon mouvement* : comme fait une pierre dans une fronde, qui fait reſſentir à la main l'effort qu'elle fait pour aller en ligne droite, & s'écarter par conſéquent de la main qui eſt le centre de ſon mouvement : comme font encore les gouttes d'eau ou les grains de ſable qui jailliſſent en ligne droite dès auſſi tôt qu'ils ſe peuvent détacher de la rouë d'un coutelier, ou d'une pirouëtte où ils rouloient fort vîte.

XIV. Les Aſtres ne peuvent ſe mouvoir d'eux-mêmes.

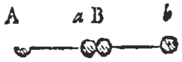
On voit encore que ceux là ſe trompent, qui mettant la matiere celeſte liquide & immobile, croyent que le Soleil & les autres Aſtres peuvent avoir reçû une premiere impetuoſité qui dure toûjours, & qui les faſſe mouvoir circulairement à l'entour du centre du monde. Car il eſt manifeſte, que ſi un Ange, ou quelque autre cauſe que ce ſoit, avoit meu une étoile ainſi en cercle à l'entour du centre du monde ; auſſi-tôt que cet Ange ou cette autre cauſe viendroit à abandonner ſon étoile, celle ci ceſſeroit en même tems de ſe mouvoir en cercle, & s'enfuiroit en ligne droite vers les extrémitez du monde.

XV. Comme quoi un corps peut être meu circulairement.

Mais si un corps est lié, comme seroit une boule suspenduë par un filet ou une rouë appuyée sur son essieu, ou bien s'il est liquide & renfermé dans un vaisseau, comme seroit de l'eau dans un bassin: alors cette boule ou cette rouë étant une fois agitée avec assez de violence, ou cette liqueur étant aussi émuë; tous ces corps continueront de se mouvoir en cercle, la boule à l'entour du clou où elle est suspenduë, la rouë à l'entour de son essieu où elle est attachée, & la liqueur à l'entour du centre du vaisseau où elle est renfermée. De même si deux corps étant attachez ensemble, sont également agitez vers des endroits differens; il faut necessairement que ces corps opposez se meuvent circulairement à l'entour du point qui est au milieu d'eux: & c'est ainsi qu'un fuseau ou une pirouëtte continuent de se mouvoir circulairement; parce que les parties opposées étant attachées & unies entre elles, & de plus étant meuës par les doigts, en deux sens differens, l'une d'un côté, l'autre de l'autre; il faut que ce fuseau se meuve à l'entour de soi-même. Que si de plus, ces parties opposées sont poussées inégalement; en sorte que l'une soit portée un peu plus vîte vers un côté; alors ce corps, outre son mouvement circulaire à l'entour de soi-même, aura un autre mouvement qui le portera tout entier sur quelques lignes differentes, suivant la diversité & la combinaison de ces déterminations. Et c'est ainsi qu'une pirouëtte décrit par son essieu sur la table diverses figures entrelassées, tandis qu'elle se meut avec une vîtesse incroyable à l'entour de son propre centre.

XVI. Un corps se mouvant contre un autre corps, lui donne tout son mouvement.

Pensons maintenant qu'un corps se mouvant sur une ligne droite, vient à en rencontrer un autre ; & voyons ce que doivent devenir ces deux corps. Premierement, comme les corps sont impenetrables, il est impossible que le corps A se meuve, sans que le corps B



qui se rencontrent au devant, se meuve aussi ; parce qu'autrement ces deux corps se penetreroient. Et comme d'ailleurs je suppose que le corps B est là tout-à-fait indifferent, ou à demeurer en repos ou à prendre le mouvement qu'on lui pourroit donner ; dès lors que le corps A viendra à se mouvoir contre lui, il déterminera aussi à un pareil mouvement : ainsi, n'y ayant aucun empêchement, ce corps B prendra tout autant de mouvement qu'en avoit le corps A, & ira vers les mêmes endroits sur la même ligne avec la même vîtesse, & tout cela par la même raison ; c'est-à-dire, parce que les corps étant impenetrables, & le corps *a* tendant à se mouvoir vers *b* ; & de plus, le corps B se rencontrant là avec une indifference totale & libre de tout empêchement, il est clair que le corps B doit se mouvoir vers *b* avec la même vîtesse que le corps *a* se mouvoit vers le même endroit. Ainsi il semble qu'il n'y a pas plus de peine à comprendre que naturellement un corps peut mouvoir un autre corps ; qu'il y en a de concevoir que deux corps sont impenetrables, & qu'un corps en se mouvant peut en rencontrer un autre.

XVII. Dans la rencontre de deux corps il se fait une percussion, qui est mutuelle & également reçûë dans l'un & dans l'autre corps.

Ensuite il faut considerer que dans cette rencontre des deux corps, il se fait une certaine *percussion*, qui n'est autre chose que le choc de deux corps, qui s'approchant l'un de l'autre, s'empêchent par leur impenetrabilité. Or, quoique bien souvent il n'y ait qu'un corps qui se meuve & qui frappe, tandis que l'autre demeure immobile, & reçoit le coup ; neanmoins la percussion est toûjours mutuelle, & elle est également reçûë dans l'un & dans l'autre corps : de sorte qu'autant que le corps *a* frappe le corps B, autant est-il frappé lui-même. Ce que nous concevons aisément,

si nous supposons que ces deux corps sont tout-à-fait semblables en masse, en figure, en dureté ; & si de plus nous imaginons qu'ils ayent du sentiment, & qu'ils soient capables de ressentir de la douleur, quand ils sont frappez : car pour lors il est manifeste que le corps *a* venant à frapper contre B, sentira lui-même autant de douleur que le corps : comme nous voyons qu'une main, qui frappe sur une autre main, se fait à elle-même autant de mal qu'elle en fait à l'autre, si elle est aussi délicate. La même chose se conçoit encore en supposant qu'il y ait deux clous entierement égaux à demi fichez, l'un au corps *a*, & l'autre au corps B, & que dans le mouvement du corps *a* contre B les deux têtes des clous se rencontrent ; car pour lors nous concevons que dans cette percussion ces deux clous sont fichez plus avant, & qu'il n'y a point de raison qui puisse nous faire croire que le clou de B soit plus enfoncé que celui d'*a* : au contraire, puisque tous les deux clous sont égaux & également pointus, & les corps également durs, sans aucune autre difference ; il faut necessairement que ces deux clous soient également frappés, & fichés autant l'un que l'autre. Ainsi nous pouvons mettre pour une maxime generale, que *lorsque deux corps se frappent, la percussion est mutuelle & égale de part & d'autre.*

XVIII. Un corps mobile rencontrant un autre corps en repos, lui donne tout son mouvement, & demeure lui-même immobile.

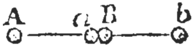
Reprenons maintenant nôtre exemple. Le corps A se meut avec un degré de vîtesse vers *a*, & là il rencontre tout droit le corps B, & par la percussion lui communique son mouvement, qui portera le corps B avec un degré de vîtesse vers *b*, suivant ce que j'ai montré au

§.16. Puis donc que la percussion que reçoit le corps B, est un degré, c'est à dire, qu'elle est capable de porter le corps B avec un degré de vîtesse vers *b*; il faut aussi que la percussion que reçoit en même tems le corps *a*, soit aussi d'un degré; c'est à dire, qu'elle puisse porter

le corps *a* avec un degré de vîtesse vers les parties opposées, c'est à sçavoir, vers A. (Car ces percussions frappent & poussent les deux corps vers les endroits opposés; l'un vers *b*, l'autre vers A.) Et comme d'ailleurs le corps *a* avoit déja un degré d'impetuosité ou de vîtesse pour aller vers *b*; & que maintenant il en reçoit un semblable pour rebrousser vers A: il faut necessairement que ce corps demeure immobile au point *a*; sans avancer ni reculer, puisqu'il est poussé également vers les endroits opposés. Ainsi dans cette percussion le corps *a* donne son mouvement & sa vîtesse au corps B, & demeure cependant lui-même immobile.

XIX. Ce que c'est que vîtesse absoluë, & vîtesse respective.

Supposons maintenant que les deux corps se meuvent l'un vers l'autre sur une même ligne: l'un de *b* avec un degré de vîtesse vers B; l'autre d'A avec un pareil degré de vîtesse vers *a*, où se fait la rencontre; & voyons ce qui arrivera. La percussion ne sera pas ici seulement d'un degré, mais elle sera de deux; & pour le comprendre, il faut distinguer la vîtesse absoluë d'un corps, & sa vîtesse respective. J'appelle *vîtesse absoluë*, celle qui se considere dans un corps comparé avec l'espace dans lequel il se meut : & *vîtesse respective*, celle qui se considere dans deux corps comparez ensemble, par laquelle vîtesse ces deux corps s'approchent ou s'éloignent mutuellement l'un de l'autre. Comme dans nôtre exemple, si nous considerons le corps *b* en le comparant à l'espace ; par exemple, d'un



pied qu'il parcourt dans une minute ; nous appellerons cela un degré de vîtesse absoluë. Mais si nous le comparons avec le corps A qui se meut de sa part vers *a* avec un pareil degré de vîtesse absoluë, parcourant aussi un pied dans une minute ; alors la vîtesse respective de l'un & de l'autre sera de deux degrez, parce qu'ils s'approchent mutuellement avec cette vîtesse, & qu'ils font dans une minute deux pieds, dont ils étoient auparavant éloignez l'un de l'autre.

XX. Les percussions sont comme les vîtesses respectives.

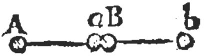
Or la force de la percussion se doit mesurer, non par la vîtesse absoluë, mais par la respective ; parce que la percussion ne vient, comme nous avons dit, que de l'impenetrabilité de deux corps, qui s'approchant mutuellement l'un de l'autre, empêchent leur premier mouvement, & reçoivent ainsi de nouvelles impressions. D'où l'on voit encore que la percussion sera d'autant plus grande, que cette approche mutuelle se fera plus vîte. De sorte que *les percussions sont toûjours comme les vî-*

tesses respectives, pourvû que tout le reste soit pareil. Ainsi les deux corps s'approchant chacun avec un degré de vitesse absoluë, & faisant chacun un pied de sa part dans une minute : il est manifeste que la percussion que recevra chaque corps en *a* B, sera la même qu'elle seroit,

si l'un avoit demeuré immobile en A tandis que l'autre seroit venu de B en A, avec deux degrez de vitesse absoluë, faisant dans une minute tous les deux pieds qui *sont depuis b jusques en* A : puisque les vîtesses respectives sont toûjours les mêmes, soit que nous supposions que tandis que l'un demeure immobile en A, l'autre se meut avec deux degrez de vitesse absoluë, & fait tous les deux pieds dans une minute ; soit que nous supposions que l'un & l'autre corps se meuve en s'approchant, chacun avec un degré seulement de vîtesse, ensorte que dans une minute, ils auront fait en s'approchant tous les deux pieds qui étoient entre eux au commencement de la minute.

XXI. Deux corps se mouvant l'un vers l'autre rebroussent en faisant un échange de leur vitesse.

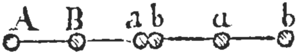
Etant donc certain que la percussion qui se fait en cette rencontre, est de deux degrez ; & que chacun de ces corps reçoit dans ce choc une impression qui les porteroit avec deux degrez de vîtesse vers les endroits opposez : je veux dire que le corps



a reçoit un coup qui le porteroit vers A avec deux degrez de vitesse, & que le corps B en reçoit de même un, qui le porteroit avec deux pareils degrez de vîtesse vers *b* ; il faut de necessité que le corps *a* rebrousse seulement avec un degré de vîtesse vers A, parce qu'il est porté de deux impressions inégales & toutes contraires : d'une de deux degrez vers A, qu'il reçoit dans la percussion, & d'une autre d'un degré vers *b*, qu'il avoit auparavant : ainsi il lui reste seulement un degré libre d'impression & de vîtesse qui le porte vers A. Et de même B sera porté vers *b* avec un degré aussi de vîtesse ; de façon que tous deux rebroussent sur la même ligne avec la même vîtesse qu'ils sont venus. Que si nous supposons que l'un s'avance plus vîte que l'autre ; par exemple, qu'A se meut avec un degré & demi de vitesse, parcourant un pied & demi dans une minute ; & que *b* se meut avec un demi degré de vîtesse, parcourant un demi-pied seulement : alors la percussion étant de deux degrez aussi-bien que dans le cas precedent ; puisque la vîtesse respective est la même, quoique les absoluës soient differentes ; il faut que chaque corps reçoive deux degrez d'impression & de vîtesse pour rebrousser ; & par consequent le corps B qui avoit seulement un demi degré de vîtesse vers A, rebroussera avec un degré & demi : au lieu que *a* qui avoit auparavant un degré & demi vers *b*, rebroussera seulement avec demi degré. Et de cette maniere on peut prouver generalement, *que deux corps se mouvant l'un vers l'autre sur une ligne droite, rebroussent tous deux après la rencontre, en faisant un échange de leurs vîtesses.*

XXII. Deux corps se mouvant vers les mêmes endroits, continuent après leur rencontre, en faisant échange de vîtesses.

Que si les deux corps se meuvent vers les mêmes endroits sur une ligne droite, ensorte que le plus lent allant devant, soit enfin attrapé par le plus vîte qui le suit : alors tous les deux continueront de se mouvoir sur la même ligne vers les mêmes endroits, mais ils feront un échange de leurs vîtesses. Soit le corps A meu avec deux degrez de vîtesse *b*, faisant dans une minute deux pieds jusques

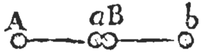


en *a*. En même-tems soit le corps B meu sur la même ligne avec un degré de vîtesse, faisant seulement un pied jusques à *b*, & que là il soit attrapé par le corps *a* : la force de la percussion se mesurant, comme j'ai fait voir, par la vitesse respective ; cette percussion ne doit être ici que d'un degré, parce que la vîtesse respective n'est que d'un degré, puisque ces deux corps ne s'approchent mutuellement qu'avec ce degré de vitesse, & que dans une minute, ils ne font l'un à l'égard de l'autre qu'un pied d'espace qui étoit entre deux au commencement. Or, puisque le corps *b* avoit auparavant un degré de vitesse qui le portoit

portoit vers *a*, & que maintenant dans la percuſſion il en reçoit un autre vers les mêmes endroits;il faut qu'il ſe meuve avec deux degrez, & qu'il faſſe deux pieds juſques à *b* : au lieu que le corps *a*, qui avoit auparavant deux degrez de viteſſe vers *b*, & qui en reçoit maintenant un à rebrouſſer vers B, eſt contraint d'aller vers *a* avec un degré de viteſſe.

XXIII. Un corps dur venant à frapper ſur un autre corps inébranlable, ſe reflechit, avec tout ſon mouvement.

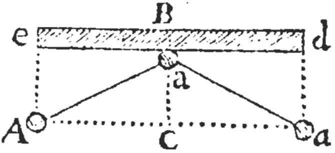
Que ſi le corps qui eſt frappé, eſt tout à fait inébranlable ; il faut voir quelle force aura la percuſſion, & ce que deviendra le corps qui frappe. Suppoſons que le corps A ſe



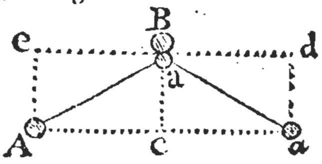
meuve avec un degré de viteſſe vers *a*, & que là il rencontre le corps *b* indifferent à ſe mouvoir, en telle ſorte neanmoins qu'il ſe trouve entre deux une lame ou une ſurface indifferente elle-même au repos ou au mouvement, mais qui neanmoins ſoit impenetrable, en ce cas le corps *a* frappant cette lame, frappe auſſi par ce moyen le corps *b*, qui ſe rencontre tout joignant derriere. Et comme d'ailleurs, je ſuppoſe que cette lame ne fait aucune ſorte de reſiſtance, ſinon en ce qu'elle eſt impenetrable ; il eſt manifeſte par ce qui a été prouvé au §.18.) que dans cette rencontre,le corps *a* demeure immobile en *a*, & que tant la lame que le corps *b* ſe meuvent vers B, avec un degré de viteſſe. Mais ſi nous ſuppoſons qu'en même tems qu'A vient fraper la lame en *a*, en même-tems auſſi B la viẽt frapper en *b* ; cette lame demeurera immobile, puisqu'elle est frappée également des deux côtez opposez ; & chaque corps rebroussera avec son degré de vîtesse avec lequel il étoit venu. Car, comme j'ai dit, ces deux corps se frappent nonobstant cette lame, comme s'il n'y avoit rien entre deux. Or, s'il n'y avoit rien entre deux, ils rebrousseroient avec leur même degré de vîtesse, comme il a été prouvé au §. 21. Ainsi quoique cette lame se trouve là, ils ne laisseront pas de rebrousser. Pensons maintenant que cette même lame étant impenetrable, soit de plus tout-à fait arrêtée, ensorte qu'elle soit inébranlable & inflexible ; & faisons venir comme devant les deux corps A & B, qui la frappent en même tems en *a* & en *b* : je dis qu'après ce choc, chaque corps doit rebrousser avec le même degré de vîtesse, parce que si la lame eût été indifferente & non attachée, ils eussent rebroussé ; & cette lame eût été renduë immobile. Or, le même effet doit s'ensuivre, quoique nous supposions que cette lame soit d'elle-même immobile, attachée & inébranlable, puisque d'une façon ou d'autre, elle demeure sans aucune sorte d'action ou de mouvement. Que si enfin nous supposons que le seul corps A se meuve vers *a*, & frappe la lame attachée & inébranlable : il faudra dire aussi que le corps *a* rebrousse vers A : parce qu'il rebrousseroit, si en même-tems le corps B étoit venu frapper en *b* : donc il rebrousse aussi, quand le corps B ne vient point : puisque la lame étant inébranlable, fait toûjours le même effet à l'égard du corps *a*, soit que *b* la frappe ou non. Et voilà comment on démontre qu'un corps dur venant à frapper un autre corps dur, inflexible & inébranlable, se reflechit avec tout son mouvement : ce que je ne pense pas que personne ait encore démontré.

XXIV. L'angle de reflexion est égal à l'angle d'incidence.

Jusques ici nous avons toûjours supposé que les percussions se sont faites tout droit, voyons maintenant ce qui arrive quand les corps se frappent obliquement ou de biais : & pour faire comprendre plus clairement tout ceci, j'emploierai toûjours des boules ou des corps plats ; & il sera fort aisé ensuite d'entendre tout ce qui devra être des corps qui auroient des figures moins regulieres.



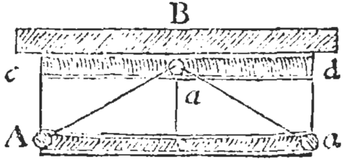
Soit la boule A meuë vers *a*, frapant obliquement le corps inébranlable B. Par le point d'attouchement soit tirée une ligne droite *e d*, puis une parallele A *c a*, les perpendiculaires A *e*, *a c*, ensuite *c a* ou B *d* égale à *c* A, ou à B *e* je dis que la boule rebroussera par la ligne a *a*, ensorte que cet angle de reflexion *a* a *d* est toûjours égal à l'angle d'incidence A a *e*. Pour le prouver pensons que la boule A reçoive tout à la fois deux coups ou deux impressions ; une qui la pousse vers *e* avec un degré de vîtesse, & l'autre qui la pousse vers *c* avec deux degrez ; il faudra pour lors qu'elle



se meuve sur la diagonale A a, & que là elle frape le corps B. Mais la force de la percussion ne sera que d'un degré : parce que la percussion ne se fait comme j'ai dit plusieurs fois, que par l'impenetrabilité de deux corps qui empêchent leur mouvement. Or le mouvement qui porte la boule vers *c a*, n'est nullement empêché par le corps B. Il n'y a que le mouvement qui portoit le corps A vers *e* B, qui soit empêché par le corps B, & par consequent toute la force de cette percussion se mesure par cette vîtesse respective qui fait approcher ce corps A vers la ligne *e* B : aussi dans ce cas la percussion est la même que si le corps A se fût meû seulement de *c* en *a* avec ce seul degré de vîtesse : ainsi dans la percussion, il doit rebrousser avec le même degré de vîtesse, & se porter vers *c a*, comme il se portoit auparavant vers *e* B, tandis que l'autre mouvement demeure tout entier vers *a d*. D'où il suit que la boule rebrousse par la ligne a *a*.

XXV. On peut imaginer que le mouvement oblique est composé de deux mouvemens.

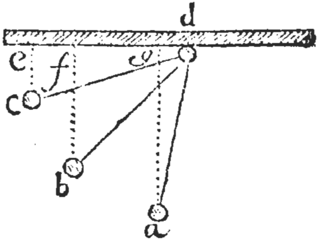
Parce que ceci est important, il est bon de l'expliquer encore d'une autre maniere. Imaginons le corps B immobile, & un autre corps A *a* qui se meuve parallelement entre les lignes A *e*, *a d*, & aille frapper le corps immobile ; alors suivant ce que j'ai déja prouvé au §. 23. ce corps se reflechira tout entier vers A *a* avec sa même vîtesse. Imaginons de plus que ce corps est percé en canal, & que dans ce canal est une boule qui roule d'A vers *a*, ensorte qu'en même-tems que tout le corps se meut d'A *a*, jusques



au corps immobile B, la boule fait dãs son canal le chemin A c. Ainsi tandis que tout le corps rebroussera aprés la percussion, la boule continuera de se mouvoir dans son canal de c vers a avec sa même vîtesse. Or le veritable chemin qu'aura fait cette boule, sera A a, ensorte que l'angle de reflexion sera égal à celui d'incidence, puisque tant les lignes A c, c a, que A c, d a sont égales. Or il est manifeste que la même percussion, & par consequent la même reflexion se feroit si la boule avoit frappé immediatement venant d'A en a, que si c'etoit le canal A a qui eût frappé, tandis que la boule auroit coulé dans le canal sans aucune interruption. D'où nous pouvons conclure qu'en tout mouvement oblique, lorsqu'un corps en frappe un autre de biais, nous pouvons distinguer comme deux mouvemens; l'un que nous appellerons *Perpendiculaire*, qui le porte à frapper le corps, & qui reçoit du changement dans la percussion; l'autre *Lateral*, par lequel le corps ne fait que glisser contre l'autre sans le frapper, & qui par consequent demeure tout entier aprés la percussion. Ici le mouvement perpendiculaire est celui qui porte la boule vers c d, dont la vitesse se mesure par la perpendiculaire A c: & le mouvement lateral est mesuré par la parallele A c, qui continuë aprés la percussion vers c a.

XXVI. Remarque ſur l'argument du P. Riccioli.

Je ne puis m'empêcher de faire ici deux remarques à l'occaſion de la percuſſion oblique. L'une eſt touchant l'argument que fait un des grands hommes de nôtre ſiécle, pour décider la queſtion de mouvement de la terre. Il pretend que ſi les corps peſans deſcendoient par une ligne courbe, telle que la décrit Galilée, les percuſſions des corps peſans ne ſe feroient pas comme nous voyons qu'elles ſe font. Car à meſure qu'un corps tombe de plus haut, il frappe auſſi plus fortement : enſorte que la percuſſion ſera dix fois & vingt fois plus grande d'une chûte de 100. ou 400. fois plus haute : cependant dans l'hypotheſe que cet Auteur, dont je parle, combat, la force de la percuſſion devroit, ce ſemble, être toûjours la même ; au moins n'y auroit-il aucune difference ſenſible quelque difference qu'il ſe trouvât dans les hauteurs des chûtes : parce que le corps peſant iroit ſur cette ligne courbe d'une vîteſſe par tout preſque uniforme : & comme la force des percuſſions eſt toûjours proportionnée à la vîteſſe ; il conclut que les vîteſſes étant toûjours égales en quelque hauteur que ce ſoit, les percuſſions le ſeront auſſi. Mais cet argument n'eſt pas concluant ; parce que la vîteſſe demeurant toûjours la même, les percuſſions peuvent diminuer, ſi elles ſe font obliquement : & ſi nous penſons que les boulets *a*, *b*, *c*, frappent la muraille en *d*, tous avec la même vîteſſe, mais plus obliquement les uns que les autres ; certes la percuſſion de celui



qui frappe plus droit, sera bien plus grande : & la force de ces percussions obliques se mesure, comme j'ai fait voir, par les perpendiculaires *ce*, *bf*, *ag*. De sorte que le boulet *c* peut frapper si obliquement, qu'il ne fera qu'éffleurer la muraille sans faire quasi aucun effet. Ainsi quoique les poids qu'on suppose tomber par une ligne courbe, se meussent d'une vîtesse quasi uniforme, ils ne laisseroient pas de frapper plus fortement, lorsqu'ils tomberoient de plus haut, parce qu'alors la percussion seroit plus droite : & en effet, si l'on veut en faire le calcul (ce qui est fort aisé à faire sur celui même qu'a fait cet Auteur) † on trouvera que l'obliquité de ces mouvemens est toûjours toute telle qu'il faut pour faire la diversité que nous voyons dans les percussions d'un corps qui tombe.

† *In Astronomia reformata lib. pag.*

XXVII. Remarque sur quelques citadeles.

L'autre remarque est sur ce que j'ai vû dans quelques-unes de nos citadeles, où ceux qui les ont bâties, ont preferé l'agrément des yeux à la force des murailles, lorsqu'au lieu de les faire tout-unies, ils les ont diversifiées de beaucoup d'ornemens de pierres qui avancent au dessus des autres : & même ils ont entaillé chaque pierre en forme de diamant, ou du moins ils y ont fait un rebord en les échancrant tout à l'entour, ensorte que les pierres se joignant, laissent entre deux une enfonçure à la façon de l'architecture rustibuë. Je dis que si toute cette varieté est agreable à la vûë ; elle est aussi très desavantageuse pour la défense. Car ces enfonçures & ces saillies de pierres, donnent aux batteries obliques du canon le même avantage & la même force qu'ont les batteries droites. De sorte que le boulet qui venant de biais, ne feroit qu'effleurer le mur, s'il l'avoit trouvé tout plat : venant y rencontrer les saillies de ces pierres qui avancent, ils auront le même effet, & feront une aussi grande équarre, que s'ils avoient battu tout droit perpendiculairement. Et encore en feront-ils davantage, parce qu'il sera bien plus aisé d'enlever ainsi de biais une pierre, qui donnant prise au boulet, n'est pas soutenuë par les autres, comme elle seroit, si on l'avoit frapée tout droit vers l'épaisseur de la muraille. Mais reprenons nôtre sujet.

XXVIII. Regle generale de toutes les percussions.

Après avoir fait cette distinction des deux mouvemens dans le mouvement oblique, il est aisé de faire une regle generale qui explique tous les effets des percussions. En voici la proposition avec les figures qui expriment tous les

les cas possibles des percussions obliques, & même des droites, lorsque les corps ne sont point inébranlables. Soit le corps A meu vers *a* avec la vîtesse A a, & le corps B avec la vîtesse B b sur la ligne B b; ou bien que l'un d'eux soit immobile, ensorte que B b ne soit qu'un point. La rencontre se fasse en *a b*. Joignons les centres par la ligne *a b* continuée de part & d'autre, s'il en est besoin. Tirons les perpendiculaires A *c*, B *d*. Nous pouvons ici distinguer deux mouvemens en chaque boule: l'un perpendiculaire, comme si le corps A s'étoit meu de *c* jusques en a: le corps B de *d* jusques en *b*. L'autre mouvement est le lateral qui porte le corps A vers *c*, & le corps B vers *d*, & ce lateral demeure en son entier après la percussion dans l'un & dans l'autre corps; au lieu que toute la percussion se faisant par les mouvemens perpendiculaires, ces mouvemens perpendiculaires doivent être échangez suivant ce qui a été démontré: c'est-à-dire, que le corps b prendra le mouvement & la vîtesse perpendiculaire *c* a; & le corps a prendra la vîtesse & le mouvement *d* b. Soit donc tirée la ligne a *e* égale & parallele à A *c*, & la ligne *e a* égale & parallele à *d* b: je dis que le corps a se mouvra après la percussion sur la ligne a *a* avec la vîtesse a *a*. Et de même soit tirée *b f* égale & parallele à B *d*; & la ligne *f* b égale & parallele à *c* a: je dis que le corps b se mouvra sur la ligne b *b* avec la vîtesse b *b*; & ceci n'a pas besoin de nouvelle preuve.

XXIX. Il y a toûjours égale quantité de mouvement respectif.

Il faut remarquer qu'il n'est pas vrai qu'il y ait toûjours autant de mouvement absolu aprés la percussion, qu'il y en avoit devant. Mais il est fort aisé à démontrer que le mouvement respectif est toûjours le même ; ensorte que les corps s'éloignent mûtuellement l'un de l'autre après la percussion, aussi vîte qu'ils s'en approchoient devant. Ainsi en prenant deux tems égaux devant & après la percussion, la distance A B est toûjours égale à la distance *a b*. Et même après que j'aurai expliqué les mouvemens qui se font dans le plein; je crois qu'il me seroit facile, de prouver qu'ayant égard generalement à tous les corps qui sont dans tout l'Univers, il y a presentement autant de mouvement respectif, ni plus ni moins, qu'il y en avoit au commencement de la creation du monde.

XXX. Le milieu des deux corps se meut toûjours uniformement en ligne droite.

Il est encore à remarquer que le point du milieu d'entre les deux corps se meut toûjours uniformement sur une ligne droite, tirant sans aucune interruption vers les mêmes endroits. Ainsi prenant deux tems égaux devant & aprés la percussion, & supposant qu'*o* est le point du milieu d'entre les deux corps au tems de la percussion ; & O étant aussi le milieu des deux corps avant la percussion, comme *o* aprés; O *o o* sera en ligne droite, & O o sera égal à o *o*: ce que je ne m'arrête pas à démontrer, quoique cela se puisse faire geometriquement.

XXXI. Toutes ces regles sont veritables, soit que les corps soient égaux, soit qu'ils ne le soient pas.

On s'étonnera, sans doute, que dans toutes les regles precedentes je n'aye point fait mention de l'égalité ou de l'inégalité des corps qui se frappent. Et il semble d'abord qu'afin que ce que je viens de dire soit veritable, il faut que je suppose que les corps sont parfaitement égaux: car si l'un est plus grand que l'autre, toutes ces regles doivent varier; & l'experience montre qu'un grand corps venant à frapper sur un petit qui fût auparavant immobile, le grand corps ne laisse pas de continuer aprés le choc, quoique plus lentement: & tout au contraire, si c'est le petit qui frappe, il se reflechit avec une partie de sa vîtesse. Mais si j'ai omis ici de distinguer ces cas d'égalité ou d'inégalité des corps, je l'ai fait avec reflexion: j'ai toûjours confondu la vîtesse & le mouvement, & j'ai voulu faire entendre que toutes ces regles seront veritables, soit que les corps soient égaux, soit qu'ils ne le soient pas. Et si l'on y prend garde, la force de la raison que j'ai apportée au §. 16. est toûjours la même, quoique les corps soient de differentes grandeurs. Car le corps frappé étant tout-à-fait indifferent à demeurer en repos ou à prendre le mouvement, & tout l'effet de la percussion venant de l'impenetrabilité des corps : si nous supposons que le corps frappé soit plus grand, pourveu que toutes ses parties soient bien unies ensembles, il faudra qu'il se meuve de la même vitesse que se meut le corps qui frappe, par la même raison que lorsqu'ils sont égaux ; c'est à sçavoir, parce qu'ils sont impenetrables, & que le corps frapant ne peut se mouvoir plus avant, sans que le corps frapé qui est au-devant, ne prenne toute sa vitesse. Et comme d'ailleurs, le plus grand est aussi indifferent que le corps égal pour le repos & pour le mouvement ; certes, le plus grand ne fera pas plus de resistance que l'égal, puisque ni l'un ni l'autre n'en feront pas la moindre du monde. Que si l'experience nous fait voir le contraire, c'est que les mouvemens des corps que nous voyons, ne se font pas dans le vuide, comme nous avons supposé jusqu'à cette heure, mais qu'il se meuvent dans un espace plein de quelque corps fluide, comme est l'air & quelque autre substance encore plus subtile. Il faut donc maintenant considerer le mouvement qui se fait des corps solides dans une substance fluide.

XXXII. Un corps se meut dans le plein, aussi librement que dans le vuide.

Si cette substance est parfaitement fluide, c'est-à-dire, si toutes ces parties, aussi-bien les petites que les grandeurs, sont flexibles & liquides : si d'ailleurs cette même substance est parfaitement pleine, sans qu'elle puisse ni se condenser ni se rarefier, comme fait une éponge qui se comprime ou dilate à cause de ses pores : si enfin elle est renfermée en quelque lieu d'où elle ne puisse sortir en aucune façon ; alors un corps dur, qui aura commencé de se mouvoir au milieu de cette liqueur, continuera de le faire aussi librement que dans le vuide, & ira jusqu'aux extrêmitez de la liqueur, où rencontrant un obstacle inébranlable, il se reflechira avec la même vîtesse, & ainsi se mouvra éternellement. La raison en est, que lorsqu'un corps dur se meut dans une substance liquide, il se fait une reflexion d'impetuosité qui se communique dans un moment à toutes les parties de la liqueur, ensorte que le corps se mouvant pousse les parties de la liqueur qui se trouvent au devant ; & ainsi il devroit s'arrêter, s'il n'y survenoit autre chose : (par le §. 18.) mais ces parties de la liqueur étant poussées, en poussent d'autres, & ainsi jusqu'à l'extrêmité ; d'où il se fait une reflexion par laquelle les parties qui se trouvent après le corps dur, sont poussées avec la même force pour suivre ce même corps. Parce que toute la liqueur étant renfermée, & ne pouvant se condenser, & n'y ayant point de vuide ; il n'est pas possible que les parties qui dévancent le corps, se meuvent, sans que les parties qui suivent le même corps, ne se meuvent aussi avec la même force. Ainsi autant que le corps dur est retardé par les parties qui le precedent, autant est-il repoussé par celles qui le suivent ; & par conséquent si le mouvement a une fois commencé, il doit continuer comme si c'étoit dans le vuide. D'où l'on voit que ceux-là qui veulent prouver la necessité du vuide par le mouvement, ne raisonnent pas bien.

XXXIII. Les mouvemens diminuent peu à peu dans l'air.

Mais si les corps durs sont dans une liqueur spongieuse & capable de compression, ou bien que cette liqueur ne soit pas si bien bornée que ses extrêmitez ne cèdent un peu ; alors le mouvement ne sera pas perpétuel ; mais il diminuera peu à peu, & enfin il s'éteindra entierement. Car le corps dur sentira plus de resistance par les parties anterieures de la liqueur, qu'il ne recevra d'impulsion par les posterieures : parce que comme la liqueur de devant se compresse, ou bien que les extrêmitez cedent, la communication de l'impression ne se peut faire parfaitement ; & ainsi les parties posterieures de la liqueur ne seront pas tant poussées que les anterieures, & par conséquent ne pousseront pas tant le corps dur que celle de devant le retardent. Et c'est pour cette raison que tous nos mouvemens cessent dans l'air & dans l'eau, ou dans les autres liqueurs, parce qu'il est certain que l'air est spongieux, & qu'il se comprime aisément. Et que les liqueurs ne sont terminées que par l'air, quand elles sont à découvert, ou du moins par les bords de quelque vaisseau qui peut ceder & se fléchir tant soit peu. Car nous sçavons par des experiences certaines, que les vaisseaux de verre, & même ceux de fer ou de bronze, ne laissent pas de se fléchir aux coups qu'on leur donne.

XXXIV. Les percussions des corps égaux se font dans le plein comme dans le vuide.

Les percussions qui se font par des corps qui se meuvent ainsi dans les liqueurs, sont differentes en quelque chose de celles qui se font dans le vuide. Pour en comprendre la cause, il faut remarquer, que lorsqu'un corps dur se meut dans la liqueur, il communique aussi son mouvement à la même liqueur, ensorte qu'elle se meut aussi en suivant le corps dur, de telle maniere qu'elle se divise & s'ouvre au devant, & suit & se renferme aprés le corps. Et si le corps, par quelque sorte d'accident, venoit à perdre son mouvement ; la liqueur neanmoins étant ainsi déterminée à se mouvoir, redonneroit au corps son mouvement, & l'entraîneroit avec elle, à peu près comme les rivieres emportent ce bois qui flotte sur leurs eaux. Si donc un corps vient à en fraper un autre qui lui soit égal, il en aviendra comme dans le vuide : parce que les deux corps égaux étant envelopez d'une égale quantité de liqueur ; autant que la liqueur du corps frapé empêche ce même corps frapé de se mouvoir librement, autant une égale quantité de liqueur, qui est autour du corps frapant, pousse aussi de nouveau tant le frapant que le frapé, ainsi leurs mouvemens après la percussion se fera comme dans le vuide, puisque la resistance de la liqueur du corps frapé est précisément recompensée par l'impulsion de la liqueur du corps frapant.

XXXV. Lorsque les corps sont inégaux, les percussions se font dans le plein autrement que dans le vuide.

Mais si le corps frapant est plus grand, il faut necessairement qu'il ne reçoive pas tant d'effet de la percussion que l'autre, parce qu'il est emporté avec plus de violence par la liqueur qui l'environne : car nous voyons qu'une poutre emportée par le courant d'une riviere a bien plus d'effet, quand elle vient à heurter contre un pont ou contre un moulin, que n'auroit pas un bâton emporté aussi par la même riviere, quoique d'ailleurs la poutre n'allât pas plus vîte que le bâton : & cela parce que la poutre venant à heurter, est encore poussée par la grande quantité d'eau qui l'environne, au lieu que le bâton l'est fort peu, à cause du peu de place qu'il occupe, & du peu d'eau dont il est emporté. Ainsi donc si le petit corps est en repos, & que le grand vienne à le fraper, ce grand en communiquant son mouvement au petit, ne s'arrêtera pas immobile, comme il feroit dans le vuide : mais il continuera de se mouvoir, & suivra l'autre quoique plus lentement. Au contraire, si le grand est en repos, le plus petit aprés avoir frapé l'autre, & lui avoir communiqué une partie de son mouvement, se reflechira en perdant une partie de sa vitesse. Et de tout ceci, il paroît qu'Aristote n'est pas si blâmable que quelques-uns pretendent, lorsque pour expliquer les causes de la continuation des mouvemens que nous voyons, il a employé le *medium*, c'est-à-dire, la substance liquide dans laquelle nos corps se meuvent.

XXXVI. Les percussions des corps inégaux ne peuvent être reduites à une regle generale.

De déterminer l'excès qui peut être dans les resistances ou dans les plus grandes impressions de ces corps inégaux ; je ne croi pas qu'on le doive entreprendre , au moins si l'on considere les corps tels que nous les avons parmi nous , parce que cela depend de la resistance que font les corps liquides , dans lesquels les corps durs que nous voyons , se meuvent : de la facilité qu'ils ont de se condenser ou de se rarefier , & de beaucoup d'autres choses qui ne peuvent nous être connuës non plus qu'une infinité d'autres empêchemens, dont les combinaisons peuvent diversifier infiniment tous les effets des percussions. Seulement je puis dire qu'en faisant une certaine hypothese , qui paroît assez naturelle ; on peut faire voir par les regles precedentes , que les percussions des corps inégaux se feront de la maniere que veut Monsieur Hugens , dans le dernier Journal des Sçavans. Mais je ne veux pas m'arrêter là davantage , peut-être trouverai-je en quelque autre rencontre occasion d'en parler plus amplement.

XXXVII. De la refraction.

On peut voir encore de ce que je viens d'expliquer , la raison des refractions , qui se font quand un corps dur passe d'une liqueur à une autre de differente consistance : car si le corps dur passe d'une liqueur plus libre à une qui l'est moins, il perdra quelque chose de sa vitesse dans le passage, trouvant plus de resistance dans la liqueur qui est devant, qu'il ne se sent poussé par celle qui le suit ; ainsi la refraction se fera en s'éloignant de la perpendiculaire. Au contraire, si le corps passe d'une liqueur plus empêchante à une autre plus libre, la refraction se fera en s'aprochant de la perpendiculaire, & le corps augmentera sa vîtesse dans le passage, parce qu'il est plus poussé par la liqueur qui le suit, qu'il n'est retenu par celle qui se trouve au devant. Et c'est de cette augmentation de vitesse que je ne pense pas que personne eût encore donné raison. Je ne veux pas marquer les mesures de ces refractions, parce que cela a été fait par d'autres, & que leurs démonstrations se peuvent fort bien accommoder avec les choses que j'ai ici avancées. Je ne parle pas non plus ici de la refraction de la lumiere, parce que je croi qu'elle se fait tout autrement, c'est-à-dire, par des causes & des moyens tout differens, comme je pourrois faire voir, si je faisois quelques autres discours du mouvement.

XXXVIII. Conclusion.

Il me resteroit à parler du mouvement des corps pesans, tant de ceux qui tombent ou qui sont poussez en l'air, que de ceux qui roulent sur des plans inclinez, ou qui étant suspendus par un filet, se balancent de part & d'autre. Il faudroit encore parler du mouvement des liqueurs, tant de leur chûte que de leur saillie, comme aussi de leurs ondulations & de choses semblables : mais tout cela merite autant de discours particuliers. Et comme je croi avoir trouvé quelque chose de nouveau sur ces matieres, je ne ferai point difficulté, de donner au public mes pensées à examiner, si je voi que ce premier discours n'ait pas été jugé tout à fait indigne d'être lû par les personnes qui se plaisent à de semblables matieres.

TABLE

DU DISCOURS du Mouvement Local.

Fin de la Table du Mouv. Local.

AVIS AU LECTEUR.

L'Auteur du Traité du Mouvement Local ayant appris par un de ses amis, que quelques personnes qui avoient lû les feüilles, comme on les tiroit de la presse, publioient qu'il suivoit entierement la doctrine de M. Descartes; & que quoiqu'en quelques endroits il semblât le combatre sans le nommer, il établissoit tous ses sentimens sur cette matiere : il a crû être obligé de détromper ceux qui les croiroient sur leur parole, par les remarques suivantes qu'il a voulu être ajoûtées à la fin dudit Traité, avant qu'il parût en public.

REMARQUES SUR LE DISCOURS DU MOUVEMENT.

QUand l'Auteur de ce Discours s'est arrêté à prouver que le mouvement n'est jamais détruit que par une détermination contraire, qui survienne de nouveau; il s'est suffisamment declaré sur le peu d'attache qu'il a à ce sentiment. Mais comme ceux qui ont traité de cette matiere en Italie, en Angleterre, en Hollande & en France, s'accordent presque tous en cela : on n'a pas crû se devoir éloigner d'un sentiment si commun. Galilée, Cassendi, Hobbes, Regius, Maignan, Digby, Kircher, Fabri & plusieurs autres, soûtiennent tous en quelque maniere cette perpetuité du mouvement; & ils ne different que sur la façon de la prouver. De toutes les preuves qu'on a aportées, la plus foible est sans doute celle de M. Descartes. Cet Auteur pretend que si le mouvement ou le repos, qui ont une fois commencé, celsoient ; Dieu seroit sujet au changement : qui est un raisonnement qui fait rire ceux qui ont quelque teinture de la Theologie ; n'y ayant personne qui ne sçache que tous ces changemens des creatures se font sans aucun changement de la part de Dieu. *Apud Deum non est transmutatio*, dit saint Augustin ; *& ideo apud eum cursus temporis, diei noctisque alternatione nequaquam variatur.* Et il est bien visible que la cessation du mouvement n'est non plus contraire à l'immutabilité de Dieu, que l'est la creation du monde, ou les actions de nos volontez, ou la vicissitude des jours & des nuits. Si ce raisonnement de M. Descartes n'étoit pas si aisé à resoudre, il seroit très-dangereux, puisqu'il prouveroit aussi que Dieu devroit avoir fait de toute éternité tout le mouvement qui se trouve maintenant dans le monde.

Comme plusieurs, dans le choix des opinions, ont égard au sentiment des Anciens & des Docteurs Scholastiques, on peut ajoûter ici qu'outre ce qui a été dit de Vasqués, qui s'arrête à prouver au long cette perpetuité de mouvement, disant qu'ayant une fois commencé, il ne cesse jamais, à moins qu'il ne survienne quelque nouvelle cause qui produise quelque forme positive & contraire à ce mouvement : outre cela, dis-je, trois de ces grandes theses de Lyon, faites en divers tems, disent la même chose. Mais de plus, on peut y ajoûter Aristote. Voici comme il parle au livre 3. des Méteores, chapitre 2. *Si quelque corps qui seroit sans pesanteur & sans legereté, est meu ; il faut qu'il ait été meu par quelque force etrangere : & étant une fois* *meu de la sorte, il fera un mouvement infini.* βίᾳ δὲ κινούμενον, ἄπειρον ποιεῖ τὴν κίνησιν. Et dans le livre 4 de la Physique, texte 69. en parlant d'un corps qui auroit été meu dans le vuide, où l'on suppose qu'il n'y a nulle sorte d'empêchemens, il dit ces paroles : *Personne ne peut dire pourquoi un corps qui seroit mêu* de la sorte dans le vuide, *s'arrêteroit en quelque part. Car pourquoi* s'arrêteroit-il *plûtôt ici que là ? ainsi où il ne bougera point du tout ; ou* s'il commence à se remuer, *il faut qu'il aille à l'infini, si quelque chose de plus fort ne vient l'arrêter.* οὐδεὶς ἂν ἔχοι εἰπεῖν διότι κινηθὲν στήσεταί που, τί γὰρ μᾶλλον ἐνθάδε ἢ ἐνθάδε, ὥς ἢ ἠρεμήσει, ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον.

M. Descartes se sert très mal du principe qui a été expliqué au §. 13. *Que tout corps qui se meut autour d'un centre, fait effort pour s'en éloigner.* On peut faire voir qu'il s'est trompé en voulant expliquer par là la pesanteur des corps. Aussi ne pretend-on pas donner à ce principe toute l'étenduë que lui donne M. Descartes. Et l'on aprouve fort la restriction qui a été mise par un sçavant homme, que cela est vrai dans les mouvemens artificiels, & que cela peut ne l'être pas dans les naturels.

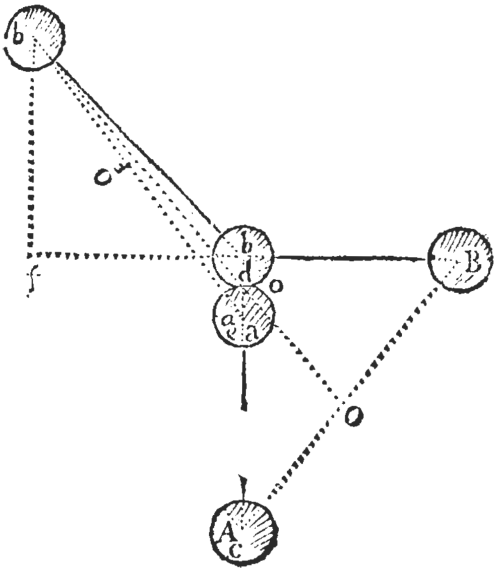
Ce qui a été prouvé au §. 16. & aux suivans, fait voir que M. Descartes s'est trompé dans six régles des sept qu'il a données du mouvement.

Dans le §. 26. on ne pretend nullement favoriser le sentiment du mouvement de la terre. L'Auteur de ce discours est pleinement persuadé, que quand bien il n'y auroit point de ſaintes Ecritures, l'hypotheſe qui met la terre immobile, eſt préferable à toute autre. On a ſeulement voulu faire voir que cet argument n'eſt pas convainquant : il y en a d'autres qui ſont meilleurs, ſur-tout celui qui a été fait valoir en de fort belles occaſions, pris du mouvement tonique de l'aiman.

Le §. 29. eſt contre M. Deſcartes qui n'a point diſtingué le mouvement, que l'on appelle ici abſolu, d'avec celui que l'on appelle reſpectif. Et quand il a dit qu'il y avoit toûjours une égale quantité de mouvement devant & après la percuſſion, il entend parler de ce mouvement abſolu : or, il eſt bien viſible qu'il s'eſt trompé en cela. Car dans la figure ſuivante avec la percuſſion le mouvement des deux boules A & B eſt A *a* & B *b*, & tout le mouvement d'aprés la percuſſion ramaſſé dans la ſeule boule *b*, n'eſt que b *b*, l'autre boule demeurant immobile en *a*.

Quand dans le §. 21. on a fait mention d'une ſubſtance plus ſubtile que l'air, il ne faut pas s'imaginer que c'eſt la matiere ſubtile de M. Deſcartes. Tout le monde reconnoît qu'il y a des corps plus ſubtils que l'air que nous reſpirons. Et comme Ariſtote, dans la compoſition de l'Univers, a mis ſur l'eau la ſphere de l'air ; auſſi a-t-il mis le feu au deſſus de l'air, & l'*æther* au deſſus du feu ; qui ſont toutes des ſubſtances differentes, d'autant plus ſubtiles, qu'elles s'élevent davantage.

On pretend dans le §. 37. que M. Deſcartes n'a point prouvé les refractions des corps, & beaucoup moins celle de la lumiere.


b
o
f
b
d
o
a
e
a
B
o
A
c

REMARQUES
SUR UNE LETTRE
DE
M DESCARTES
TOUCHANT LA LUMIERE.

Extrait de la Lettre dix-ſeptiéme du ſecond Tome de M. Deſcartes.

MONSIEUR,

Je ſuis bien aiſe que vous ayez remis ſur le tapis la queſtion qui s'étoit meuë n'a gueres entre nous. Mais pour ce que je voi que la raiſon dont je me ſervois alors, ne vous a pas encore ſatisfait, je vous dirai librement ce que je penſe de vôtre reponſe: & auparavant, pour être certain de l'état de la queſtion, j'en *ferai ici une breve description.*

Je vous dis dernierement lorsque nous étions ensemble, non pas à la verité que la lumiere se mouvoit en un instant, comme vous m'écrivez; mais (ce que vous croyez être la même chose) que du corps lumineux elle parvenoit en un instant jusques à nos yeux: & même j'ajoûtai que je pensois sçavoir cela si certainement, que si on me pouvoit convaincre de fausseté là-dessus, j'étois tout prêt d'avouër que je ne sçavois rien du tout en Philosophie. Et vous, au contraire, vous assuriez que la lumiere ne se mouvoit pas en un instant; & vous disiez avoir trouvé un moyen d'en faire l'experience, par lequel il seroit aisé de voir qui de nous deux se trompoit en cela. Et cette experience, purgée comme elle est à present, d'une quantité de choses superfluës; par exemple, du son, du maillet, & de choses semblables, c'est-à-dire, ainsi que vous l'exposez maintenant dans vos lettres, beaucoup mieux sans doute, que vous ne faisiez la premiere fois, est telle.

Si quelqu'un portant de nuit un flambeau à la main, & le faisant mouvoir, jette la vûë sur un miroir éloigné de lui d'un quart de lieuë, il pourra très-aisément remarquer, s'il sentira le mouvement qui se fait en sa main, auparavant que de le voir par le moyen du miroir. Et vous vous assuriez tellement sur cette experience, que vous étiez prêt de croire que toute vôtre Philosophie étoit fausse, s'il ne se rencontroit un temps notable & sensible entre l'instant auquel le mouvement se verroit par le moyen du miroir, & celui auquel on le sentiroit par l'entremise de la main. Et *moi au contraire, je disois que s'il se rencontroit en cela le moindre intervale de tems; j'étois prêt de confesser que toute ma Philosophie étoit entierement renversée. Et partant (ce qui est à remarquer) en toute nôtre dispute, il ne s'agissoit pas tant de sçavoir si la lumiere se transmet en un instant, ou si elle a besoin de quelque tems; qu'il s'agissoit du succès de cette experience. Et le jour suivant pour finir nôtre dispute, & vous épargner un travail inutile, je vous donnai avis que nous avions une autre experience qui avoit déja été faite plusieurs fois par plusieurs milliers de personnes, & même de personnes trés exactes & trés-attentives, par laquelle on voyoit manifestement qu'il n'y avoit aucun intervalle de temps entre l'instant auquel la lumiere sort du corps lumineux, & celui auquel elle entre dans l'œil.*

Et avant que de vous l'exposer, je vous demandai si vous ne demeuriez pas d'accord que la Lune est éclairée par le Soleil, & que les éclipses se font par l'interposition de la Terre entre le Soleil & la Lune, ou par l'interposition de la Lune entre le Soleil & la Terre: ce que vous m'accordâtes sans aucune difficulté. Aprés cela je vous demandai suivant quelles lignes vous vouliez supposer que la lumiere parvint depuis les astres jusqu'à nos yeux; & vous me repondîtes suivant les lignes droites; ensorte que lorsqu'on regarde le Soleil, il ne nous paroît pas au lieu où il est en effet; mais en celui où il étoit à l'instant que la lumiere, qui sert à nous le faire voir, en est sortie. Enfin, je vous demandai que vous déterminassiez combien grand devoit être du moins *cet intervale de tems sensible, entre l'instant auquel le flambeau seroit mû, & l'instant auquel son mouvement seroit apperçû par le moyen du miroir, qui seroit distant d'un quart de lieuë. A quoi vous me repondîtes le jour precedent, qu'il s'y rencontreroit pour le moins autant de tems qu'il en faut pour un battement d'artere; mais pour lors vous me dîtes que je prisse tel intervale de temps que je voudrois. Et pour ne pas abuser de la permission que vous me donniez, je ne pris que la vingt-quatriéme partie du temps qu'il faut pour un battement d'artere: & je dis que cet intervale de temps, qui selon vous, seroit tout-à-fait insensible dans vôtre experience, seroit très-sensible dans la mienne.*

Car supposant que la Lune est éloignée de la Terre de cinquante demi-diametres, & qu'un seul demi-diametre de la Terre contient six cens lieuës; (ce qu'on doit du moins supposer, ou bien l'Astronomie & la Geometrie sont fausses,) si la lumiere a besoin de la vingt-quatriéme partie du temps que les arteres employent à battre une seule fois, pour traverser deux fois la quatriéme partie d'une lieuë, elle aura besoin d'un temps égal à celui que les arteres employent à battre cinq mille fois, c'est-à-dire, pour le moins d'une heure de temps, pour traverser deux fois l'espace qui est entre la Lune & la Terre, comme il paroît à tout homme qui veut prendre la peine d'en faire le calcul. Après quoi, voici comme j'ai argumenté.

Qu'A B C soit une ligne droite : & pour

A B C

pouvoir conclure la même chose, soit que nous supposions que la Terre se meuve, soit que ce soit le Soleil, qu'A B C soient les lieux où le Soleil, la Terre & la Lune se rencontrent quelquefois ; & supposons que maintenant de la Terre B on voit la Lune éclipsée au point C : cette éclipse, suivant ce qui a été accordé ci-dessus, doit nous paroitre précisément au même instant auquel la lumiere qui est sortie du Soleil, lorsqu'il étoit au point A, étant reflechie de la Lune, parviendroit à nos yeux, si elle n'eût point été empéchée par l'interposition de la Terre, c'est-à-dire, suivant ce qui a aussi été accordé, une heure aprés que cette lumiere est parvenuë à la Terre B. Et de plus, suivant ce qui a aussi été accordé, le Soleil ne peut être vû au point A, si ce n'est précisément à l'instant même que sa lumiere est parvenuë directement jusqu'à la Terre : & partant la Lune ne sçauroit paroitre éclipsée en C, qu'une heure aprés que le Soleil a été vû en A ; si vos concessions sont vrayes, c'est-à-dire, si l'on apperçoit plus tard de la vingt-quatriéme partie du battement d'une artere, le mouvement d'un flambeau dans un miroir qui est éloigné de la quatriéme partie d'une lieuë, qu'on ne le ressent à la main.

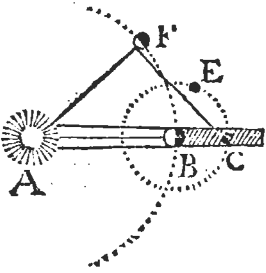
Mais l'observation exacte qu'en ont fait tous les Astronomes, confirmée par une infinité d'experiences, fait assez connoitre, que si quand la Lune est éclipsée, on la voit de la Terre B au point C, le Soleil ne doit point *être vû en A une heure auparavant, mais au même instant que l'éclipse paroît. Et le tems d'une heure est bien plus sensible en l'observation du lieu du Soleil au regard de la Terre & de la Lune, que n'est en vôtre experience la vingt-quatriéme partie du tems que l'artere employe à battre une seule fois. Par consequent, & vôtre experience est inutile; & la mienne, qui est celle de tous les Astronomes, montre clairement que la lumiere se voit sans aucun intervale de temps sensible, c'est à-dire, comme j'avois soûtenu en un instant. Je maintenois que cet argument étoit une démonstration; & vous, au contraire, vous disiez que c'étoit un paralogisme & une petition de principe. Mais il est aisé de voir par vôtre réponse, si vous aviez raison, ou non, de la nommer ainsi. Car, &c.*

REMARQUES.

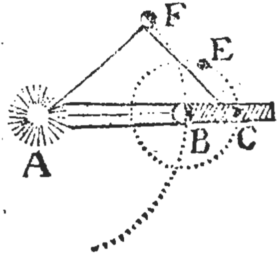
MOn dessein n'est pas de combattre ce que M. Descartes dit touchant la lumiere, que *du corps lumineux elle parvient en un instant jusqu'à nos yeux.* Je suis d'accord avec lui en ce point, & je suis persuadé que l'effusion de la lumiere ne se peut faire par un flux successif de quelque substance subtile. Je veux seulement examiner son raisonnement, afin que chacun puisse juger si l'argument qu'il apporte, est une démonstration comme il le soûtient, ou si c'est seulement un paralogisme, comme son adversaire le lui reproche.

M. Descartes établit d'abord que la lumiere emploiroit une heure à parvenir de la lune jusqu'à nous, si elle employoit la vingt-quatriéme partie du tems que les arteres battent une fois, à venir depuis un miroir, qui seroit éloigné d'un quart de lieuë. Il suppose en ceci, que le tems du mouvement de la lumiere doit être à même proportion d'autant plus long, que l'espace qu'elle a à parcourir, est plus grand : ce qu'on peut fort raisonnablement ne lui pas accorder. Car encore que la Lune soit douze mille fois plus éloignée de nous, que ne le seroit ce miroir ; il ne s'ensuit pas pour cela qu'il faille à la lumiere douze mille fois plus de tems pour venir de la Lune, que pour venir du miroir : parce qu'il se peut faire que la lumiere se meuve fort vîte dans ce grand espace qui est vers le Ciel, & fort lentement dans ce petit eſpace qui eſt proche de la Terre, à cauſe qu'ici bas l'air étant fort groſſier, pour retarder le mouvement de la lumiere, au lieu que là haut, *La matiere*, dont M. Deſcartes compoſe le Ciel, étant infiniment ſubtile, donne le moyen à la lumiere de ſe mouvoir avec une vîteſſe incomparablement plus grande. Car nous voyons qu'un boulet de canon étant porté dans l'air avec une rapidité incroyable, vient à ſe mouvoir fort lentement, lorſqu'il entre dans la bouë, ou dans quelque rempart de terre. Et comme celui-là ſe tromperoit fort lourdement, lequel voyant que ce boulet auroit employé une minute de tems à faire deux ou trois pas en s'enfonçant dans la terre, concluroit que ce même boulet auroit mis deux ou trois mille minutes de tems à venir depuis le canon que l'on ſupoſe être éloigné de deux ou trois mille pas. Ainſi on peut dire que M. Deſcartes n'a pas bien raiſonné, quand de ce qu'on ſupoſe la Lune douze mille fois plus loin que le miroir, il veut que la lumiere employe douze mille fois plus de tems, c'eſt-à-dire, une heure entiere à venir de la Lune, ſupoſé qu'elle employe la vingt-quatriéme partie d'un battement d'artere à venir du miroir. Et il ſe peut faire que cette matiere celeſte ſurpaſſant l'air en ſubtilité, bien plus à proportion que l'air ne ſurpaſſe la Terre, la lumiere employe plus de tems à parcourir ce petit eſpace, qui eſt entre nous & le miroir, qu'elle n'en a employé à venir juſqu'à nôtre air dans ce grand intervale du Ciel : comme peut-être le boulet a mis plus de tems à entrer deux ou trois pas dans le rempart, qu'à venir depuis le canon. De ſorte que M. Deſcartes n'a pas eu raiſon de mettre une heure pour le tems que la lumiere emploiroit à venir de la Lune. Et comme d'ailleurs toute la démonſtration, qu'il pretend faire enſuite, eſt établie ſur ce fondement; certes, ce fondement venant à manquer, il faut que toute ſa démonſtration tombe en ruine.

Mais ce n'eſt pas ſur cela que j'inſiſte davantage contre M. Deſcartes; il me ſemble qu'il a bien plus manqué dans la ſuite de ſon raiſonnement même. Car il faut remarquer qu'il a aporté ſa démonſtration, comme ſi elle étoit également convainquante dans l'hypotheſe de Tyco, & dans celle de Copernic: *Et pour pouvoir*, dit-il, *conclure la même choſe, ſoit que nous ſupoſions que la Terre ſe meuve, ſoit que ce ſoit le Soleil, &c.* Poſons donc que le Soleil ſoit immobile au centre du monde A; que la Terre ſe trouve quelquefois en B, & la Lune en C, en ſorte qu'A B C ſoit une ligne droite, que la lumiere venant d'A, & paſſant par B, employe une demi-heure à aller enſuite juſqu'à C,

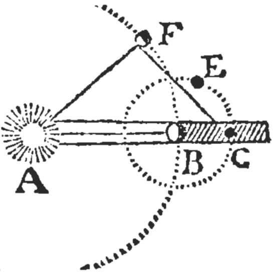


& une autre demi-heure à revenir de C juſques à B; alors ceux qui ſont ſur la Terre B, verront la Lune, ou plûtôt ſon éclipſe en C. Mais alors auſſi ceux-là mêmes verront encore le Soleil en A, où non ſeulement il étoit une heure auparavant, mais où il a toûjours demeuré immobile. Pourquoi donc M. Deſcartes veut-il qu'on voye maintenant le Soleil en quelque autre part ? J'avouë qu'une heure avant que la Lune parût en C, le Soleil paroissoit en A ; mais je dis aussi qu'une heure après, c'est-à-dire, quand la Lune est vûë en C, le Soleil est encore vû en A, puisqu'il n'a point changé de place : & partant que le Soleil, la Terre & la Lune dans son éclipse paroissent en ligne droite. Comme ce sujet est purement geometrique, on peut aisément determiner qui est celui qui se trompe.

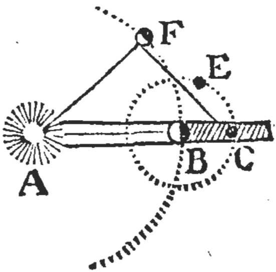


Mais on le fera encore avec plus d'assurance, quand on sçaura ce que M. Descartes répond à son adversaire. Voici comme il lui écrit : *Car de recourir comme vous faites à la lenteur ou tardiveté du mouvement annuel, dans une chose qui depend toute entiere du mouvement de la Lune qui est douze fois plus rapide que le mouvement annuel, & de plus aussi dans une chose où l'on a de coûtume d'observer assez commodément, je ne dis pas seulement la difference d'une heure, ce que j'aurois démontré être suffisant ; mais même celle de la moitié d'une minute : qui est celui qui ne voudra pas reconnoître en cela un paralogisme ?* J'avouë que c'est moi qui ne puis reconnoître en cela un paralogisme, & même que je ne sçaurois m'empêcher d'en voir plusieurs dans cette instance de M. Descartes

En premier lieu, il dit que toute cette affaire, c'est-à-dire, le défaut de ligne droite & d'opposition, qui pourroit paroître dans les éclipses, *depend tout entier du mouvement de la Lune* : & cependant il est certain que le mouvement de la Lune ne fait pas plus en cela, que si elle étoit immobile. Car imaginons-nous, que la Lune après s'être trouvée dans l'ombre en C, se meut encore plus vîte qu'elle ne fait, & parvient en E, lorsque sa lumiere (ou plûtôt son défaut ; car c'est la même chose) envoyée de C, est venuë à la Terre B : alors suivant toutes les suppositions sur lesquelles M. Descartes argumente, la Lune doit paroître en C, parce que l'on suppose que la Lune & les Astres paroissent, *non dans les lieux où ils sont en effet, mais dans ceux où ils étoient à l'instant que la lumiere qui sert à nous les faire voir, en est sortie.* Ainsi la lumiere qui est maintenant parvenuë à nous, étant sortie de C, où étoit la Lune demi-heure auparavant, nous doit faire voir la Lune en C, en quelque part du monde qu'elle se puisse maintenant trouver, quand elle seroit demeurée immobile, ou qu'elle auroit été transportée : & par conséquent le mouvement de la Lune ne fait rien en ceci.



En second lieu, M. Descartes reprend son adversaire, pour avoir allegué la lenteur du mouvement annuel ; & il pretend que ce mouvement annuel ne fait rien dans une chose *qui depend*, dit-il, *toute entiere du mouvement de la Lune* : & cependant il est certain que s'il devoit paroître quelque défaut d'opposition dans les éclipses, cela seroit causé uniquement par le mouvement annuel, pourveu qu'il fût plus grand & plus sensible. Car si aprés que la Lune se seroit trouvée dans l'ombre de la Terre en C, la Terre étoit transportée par son mouvement annuel jusques en F, tandis que les rayons envoyez de C parviendroiét jusqu'à la Terre, alors de la Terre F on verroit toûjours le Soleil en A, & la Lune en C : mais les lignes A F, F C ne seroient plus une ligne droite, & la Lune qui seroit vûë pour lors en éclipse, ne paroîtroit pas neanmoins opposée au Soleil. Ainsi le mouvement annuel pourroit faire de la diversité & du défaut dans l'opposition apparente du Soleil & de la Lune éclipsée. Mais d'ailleurs, comme le mouvement annuel de la Terre pendant une heure, est trés-petit, & même insensible ; il est clair que l'adversaire de M. Descartes avoit raison de recourir à la lenteur de ce mouvement pour rendre inutile toute sa démonstration.

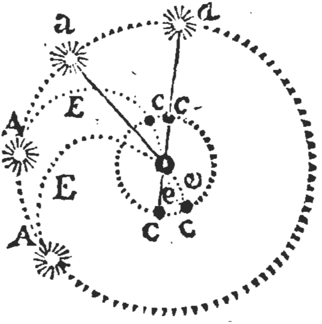


Enfin, M Descartes dit qu'en ceci *on peut observer assez commodément non-seulement* *la difference d'une heure, mais même celle de la moitié d'une minute*; ce qui n'eſt nullement veritable. Car quand il s'agit ſeulement du mouvement journalier, il eſt vrai qu'on peut diſcerner juſqu'aux minutes, pourvû qu'on ait de fort bon inſtrumens, & qu'on ſoit adroit à faire de ces ſortes d'operations.

Mais quand il faut obſerver le mouvement propre du Soleil ou de la Terre, ou déterminer préciſément l'oppoſition de la Lune, quelles difficultez ne rencontre-t on pas? Que d'obſervations, que de calculs, que de reductions; Nous avons d'illuſtres exemples de ces difficultez dans les obſervations qu'on a voulu faire des éclipſes horizontales, on ſçait l'empreſſement qu'ont eu des Aſtronomes, pour voir s'ils ne pourroient point découvrir quelque diverſité dans l'oppoſition du Soleil & de la Lune cauſée par les refractions. Mais quelque ſoin qu'ils ayent eu de preparer leurs inſtrumens de longue main, & quelque précaution qu'ils ayent apportée dans leurs obſervations & dans leurs calculs: à peine peut-on s'aſſurer qu'ils ayent diſcerné une difference, je ne dis pas d'une minute d'heure, mais même d'une minute de degré. Comment donc M. Deſcartes veut-il que l'on obſerve ſi commodément dans une occaſion toute ſemblable, la difference de la moitié d'une minute d'heure?

Juſques ici nous avons ſeulement examiné le raiſonnement de M. Deſcartes, dans l'hypotheſe du mouvement de la Terre, dans laquelle il pretendoit que ce fût une démonſtration. Que ſi maintenant on veut l'examiner en ſuivant l'hypotheſe commune de l'immobilité de la

Terre, je ne croi pas qu'on trouve que sa démonstration soit meilleure. Car tandis que toute la *matiere celeste* qui emporte le Soleil & les étoiles, se meut tous les jours autour de la Terre : on peut fort raisonnablement penser, que la lumiere étant pour ainsi dire jettée du Soleil ou de la Lune, se meut vers la Terre, non en ligne droite, mais dans une ligne courbe & spirale, en suivant toûjours circulairement le mouvement de l'astre d'où elle a été élancée ; & cela se pourroit peut-être prouver par les loix de la Mechanique, & confirmer par l'experience des corps qu'on jette de dedans un vaisseau : & en ce cas, le Soleil & les Astres paroîtroient toûjours dans le lieu où ils seroient en effet, si ce n'est que leur mouvement propre y apportât quelque difference. Ce qui se peut déclarer fort manifestement par l'exemple du son, que tout le monde reconnoît se repandre successivement par de certaines ondées, qui se forment & s'étendent en rond dans l'air. Car imaginons-nous que tout l'espace celeste est rempli d'air, & qu'il se forme quelque son dans le Soleil ; certes, tandis que le Soleil avec tout le Ciel se mouvoit ainsi autour de la Terre, toutes ces ondées circulaires de l'air seroient aussi en même tems transportées d'un commun mouvement avec leur centre, qui est le Soleil ; & ainsi étant arrivées à la Terre, elle désigneroient toûjours le Soleil & leur centre, non au lieu où elles auroient été formées pour la premiere fois ; mais au lieu même où le Soleil se trouveroit pour lors ; en exceptant toûjours le mouvement propre que pourroit avoir le Soleil, outre celui qui lui seroit commun avec tout l'air. Mais de quelque façon qu'on l'explique, ou quelque cause que l'on veüille donner de ce mouvement spiral ou circulaire des rayons de lumiere ; il est certain que ce mouvement étant une fois supposé, la Lune en son éclipse devra paroître directement opposée au Soleil, comme si la lumiere se repandoit dans un instant. Car posons que la Terre soit immobile en B, & que le Soleil étant en A, envoye un rayon vers la Terre, & pendant que le Soleil se meut & arrive en *a*, que le rayon allant par la spirale

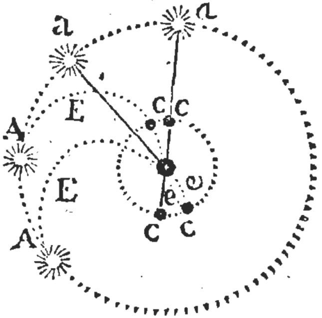


A E, arrive en B ; alors ce rayon fera paroître le Soleil en *a*, où il est en effet. Ensuite ce même rayon A E B passant plus outre, (ou plûtôt son défaut) ira en demi-heure par la spirale B *e* jusqu'à C, où se trouve la Lune. Enfin, le rayon, ou plûtôt son défaut, revenant par la spirale C *c*, parviendra aprés une autre demi-heure à la Terre B, tandis que la Lune a été transportée par la matiere celeste jusques en C : & alors par ce même rayon, ou plûtôt par son défaut, la Lune sera vûë éclipsée en C : mais en ce même tems aussi le Soleil apparoîtra de l'autre côté diametralement opposé en a, à sçavoir, dans le même point où il est une heure aprés avoir été vû en *a*. Et cela est si veritable, que M. Descartes s'en étant bien apperçû lui-même, a jugé à propos d'attaquer son adversaire d'un autre côté dans cette hypothese. Voici comme il poursuit :

Quand après cela vous dites, que les rayons qui sont émanez du Soleil & de la Lune, se meuvent ainsi hors d'eux circulairement avec le Soleil & avec la Lune ; ensorte que les astres nous paroissent toûjours dans les lieux où ils sont en effet, encore qu'ils soient vûs par l'entremise de la lumiere, qui est émanée d'eux auparavant, lorsqu'ils étoient en d'autres lieux : (car on ne sçauroit concevoir autrement ce que vous dites) vous niez manifestement ce que vous aviez auparavant accordé, & d'où dépendoit toute cette partie de ma démonstration que je vous avois expliquée. Mais vous ne prenez pas garde que vous tombez ici dans son autre partie, qui est celle de l'éclipse du Soleil.

Je ne veux pas m'arrêter ici à chercher ce qui peut avoir été accordé ou nié à M. Descartes, mon dessein n'est que d'examiner son raisonnement. J'ai fait voir que ce n'étoit pas sans sujet que son adversaire l'accusoit de paralogisme dans la premiere partie de sa démonstration. Voyons maintenant s'il est plus exact dans la seconde. *Qu'a soit le Soleil*, dit il, c *la Lune*, B *la Terre, tous trois dans une même ligne droite, suivant le calcul que nous avons fait ci-devant : si la lumiere a besoin d'une demi-heure, pour parvenir depuis la*

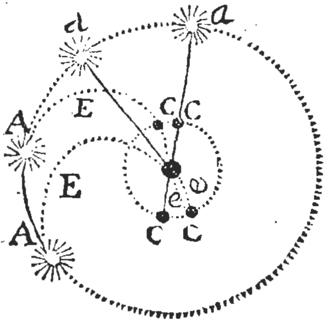
Lune c jusqu'à la Terre B, il lui faudra douze heures de tems pour parvenir depuis le



Soleil jusqu'à nous, puisque le Soleil est éloigné de la Terre pour le moins vingt-quatre fois autant que la Lune. Donc suivant vôtre derniere concession, au même instant que le Soleil est en a, il est vû par ceux qui sont en B, nonobstant l'interposition de la Lune, laquelle cependant non seulement est en c, mais qui y seroit aussi vûë, & si elle avoit une lumiere qui lui fût propre; car le Soleil est vû en ce lieu-là par le moyen de la lumiere, qui est émanée de lui douze heures auparavant, & qui ayant traversé le Ciel de la Lune une demi-heure devant, n'a pû être empéchée par elle, parce qu'elle n'étoit pas encore alors interposée entre le Soleil & la Terre; & la lumiere qui est maintenant empéchée par elle, ne sçauroit parvenir à la Terre qu'une demi-heure aprés: & par consequent la défaillance de sa lumiere, c'est à dire, l'éclipse du Soleil, ne sçauroit être veuë qu'une demi-heure après l'instant que le Soleil, la Lune & la Terre sont dans une même ligne droite.

Mais l'experience de tous les Astronomes nous assure du contraire ; c'est à sçavoir qu'il y a éclipse de Soleil, lorsque le Soleil, la Lune & la Terre sont dans une même ligne droite : & en cela non-seulement l'erreur d'une demi-heure, mais celle de la moitié d'une minute ne seroit pas insensible. Donc, &c.

Toute la force de ce raisonnement consiste en ce que nonobstant l'interposition de la Lune, quand elle seroit vûë en *c*, le Soleil ne laisseroit pas d'être vû en *a* par le moyen du rayon qui étant émané de lui douze heures auparavant, n'auroit pû être empêché de passer par le Ciel de la Lune demi-heure auparavant, la Lune n'étant pas encore pour lors interposée directement entre la Terre & le Soleil. Mais M. Descartes a-t-il si-tôt oublié, que nous supposons que les rayons ne vont plus en ligne droite? La Lune demi-heure auparavāt n'étoit pas encore directemēt



interposée entre le Soleil & la Terre ; cela est très vrai, elle est pour lors en *c*, & le Soleil en *a* : mais il n'est pas pour cela veritable, que la Lune en ce tems-là ne puisse arrêter les rayons, que nous supposons venir par une ligne courbe *A E c*, comme la seule figure le démontre visiblement. Ce n'est pas neanmoins là ce que je voudrois le plus reprocher à M. Descartes. Je m'étonne bien davantage qu'il n'ait point pris garde, ou que du moins il l'ait dissimulé, que quand on dit dans cette hypothese, que les Astres paroissent toûjours où 'ils sont, on doit en retrancher leur mouvement propre, ainsi que je l'ai remarqué ci-devant ; & en ce cas, la lumiere se mouvant uniformement dans une spirale reguliere, fera necessairement paroître les choses dans les éclipses tout de même qu'elles paroissent en effet ; ce qui se peut fort bien démontrer. Que si M. Descartes s'attachant ainsi au son des paroles rapportées dans sa lettre, comme venant de son adversaire, insiste sur cela, & suppose que les Astres paroissent précisément au même point où ils sont en effet ; outre que j'ai déja fait voir qu'il s'étoit mépris dans ce raisonnement même ; on peut lui dire qu'il n'étoit point besoin de recourir à cette seconde partie, & que par l'éclipse de la Lune, il pouvoit prouver la même chose qu'il a voulu prouver par l'éclipse du Soleil ; mais il n'est pas necessaire d'expliquer ceci davantage.

Enfin, Monsieur Descartes conclut sa lettre en cette sorte : *Je n'ajoûte point ici quantité d'autres choses, qui pourroient faire voir que cette derniere assertion ou proposition est encore plus absurde que la premiere : comme par exemple, que cela posé,* *on devroit toûjours voir vers l'Orient un cercle noir dans l'horizon entre la Terre & le Ciel : & vers l'Occident, le Soleil & les étoiles au dessous des montagnes, & plusieurs choses semblables. Et je ne demande pas aussi par quelle puissance ce mouvement circulaire de la lumiere, qui sort en même-temps de divers astres, est conduit pour pouvoir toûjours retenir l'inégalité qui est en la vitesse des astres d'où elle est sortie, &c. Car si ce que je viens d'écrire, n'a pas la force de vous convaincre, j'avouë que vous êtes tout à fait invincible. Adieu.* Ce ne sont pas là de nouveaux inconveniens, que M. Descartes objecte ; mais de nouvelles difficultez, où il s'embarrasse lui-même : je ne veux pas les développer en détail, puisque lui-même n'a fait aussi que les rapporter. Mais je ne puis assez m'étonner de voir la fermeté avec laquelle il écrit toutes ces choses ; sur tout voyant que ce n'est pas quelque mot qui lui ait échappé, mais que c'est une lettre sérieuse, écrite à loisir sur un sujet prémedité de longue main, & aprés plusieurs contestations réïterées. Ce n'est pas à mon avis dans cette seule lettre que M. Descartes s'est trompé : je croi pouvoir démontrer que cela lui est arrivé en plusieurs endroits de sa Philosophie. Peut-être que je me trompe moi même, j'en fais juges, pour ce que je viens d'écrire, tous ceux qui voudront prendre la peine de le lire, & l'examiner. Comme c'est une matiere purement de Geometrie, & que je me suis abstenu de tout ce qui pourroit être contesté dans la Physique, il sera aisé de déterminer de quel côté est le paralogisme; & je suis moi-même tombé dans l'erreur, lorsque j'ai prétendu faire voir que M. Descartes ne prouve pas solidement ce qu'il assure avoir démontré.

Fin du Mouvement de la Lumiere.

PREFACE
DE LA
STATIQUE
OU
DE LA SCIENCE
DES
FORCES MOUVANTES.

CE Traité est une suite du discours du Mouvement Local, qu'on a publié, dans le dessein de faire une Méchanique entiére, & de reduire en ordre toute la science du Mouvement. Ceux qui sçavent la maniere dont on procede aujourd'hui dans la considera-tion de la Nature, & dans la pratique des Arts, sçavent aussi les avantages que l'on trouve dans la connoissance des loix du Mouvement Et comme il est certain que rien ne se pratique dans les Arts, sans l'usage de la Méchanique ; aussi il faut reconnoitre que rien ne se peut expliquer dans les effets particuliers de la nature, si l'on n'y employe les démonstrations de cette science. C'est la Méchanique qui prescrit les regles de l'une & de l'autre Architecture ; je veux dire, de la Civile & de la Militaire. C'est elle qui bâtit les vaisseaux, & qui les gouverne. Elle dresse des machines, pour enlever avec facilité les plus lourds fardeaux. Elle regle la conduite des eaux, & elle en ménage le cours & les saillies dans les moulins, & dans les maisons de plaisance. Elle anime les Orgues sans soufflets, & les fait joüer par la seule chûte des eaux. Elle fait parler les rochers dans les grottes artificielles, où elle imite le chant des oiseaux, & nous y fait entendre les plus doux concerts. Voilà une partie de ce qu'elle fait, quand elle est employée par l'artifice des hommes : mais que ne fait elle pas, quand elle est employée par l'industrie de la Nature même ? N'est ce pas elle qui affermit inébranlablement la terre sous nos pieds, & qui assigne à tous les corps la place qu'ils doivent tenir dans l'Univers ? Oüi, c'est elle qui arrondit la surface de la mer, & qui en filtre les eaux par les conduits soûterrains ; pour en faire sortir les fontaines & les rivieres : c'est elle qui suspend les nuées au milieu de l'air, qui les pousse en divers endroits par le vent, & qui en exprime la pluye, pour fertiliser les campagnes : c'est elle qui fait descendre en bas les corps pesans, avec ce redoublement de vîtesse, & cette proportion que les Philosophes ne peuvent assez admirer ; c'est elle qui donne le branle à tous les Cieux, & qui les entretient dans ce mouvement si reglé ; c'est elle encore qui fait voler les oiseaux dans l'air, qui fait nager les poissons dans l'eau, & marcher les animaux sur la terre; c'est par son moïen que se fait le battement du cœur, la circulation du sang, la distribution des esprits, & la respiration ; c'est elle qui porte en rond de tous côtez la lumiere & les sons, qui les fait reflechir, ou qui les rompt dans les échos, dans les miroirs, & dans les lunettes. En un mot, rien ne se fait sans elle, ni dans l'art, ni dans la nature ; de sorte qu'il n'est pas possible de réüssir dans la consideration de l'une, ou dans la pratique de l'autre, sans la connoissance & l'usage de la Méchanique.

Il faut néanmoins avoüer, que cette science si belle, si curieuse, si necessaire, a été étrangement negligée pendant long-temps. Aristote, à la verité, fait de très belles reflexions là dessus : mais ses pensées sont imitées aux seules Forces Mouvantes, qu'il applique au maniment des chevaux, à la conduite des navires, à la consistance & au mouvement des animaux. Ce que nous avons d'Archimede n'est proprement que la démonstration du levier, & de la balance, & de quelques machines qui en dépendent. Heron a traité des fontaines artificielles & des arcs-balêtres. Ce qu'a fait Vitruve est un peu plus étendu : mais outre que ce n'est là qu'une tres petite partie des Méchaniques, on peut dire que si l'on a du plaisir à faire joüer toutes ces petites machines ; si l'on en retire même quelque profit, on n'y trouve pas un grand ſecours pour la connoiſſance de la Nature. Voilà néanmoins où ſe reduit toute la ſcience des Anciens : elle eſt venuë en cet état juſqu'à nous, ſans que parmi tant de commentaires & tant de compilations qu'on a faites, perſonne ſe ſoit mis en peine depuis tant de ſiécles, de lui donner quelque nouvelle perfection : juſqu'à ce que dans ces derniers tems, ſi heureux à faire de nouvelles découvertes, on a vû des perſonnes qui ſe ſont attachées à cultiver cette ſcience, ou plûtôt qui ſe ſont fait une *Science toute nouvelle du Mouvement.* Certainement, Galilée a eu droit de mettre à la tête de ſon Ouvrage ce titre de *Science nouvelle*, puiſqu'il y traite de *l'acceleration* des poids dans leur chûte, de la vîteſſe des corps ſur les plans inclinez, des *vibrations* des pendules & des cordes tenduës, de la reſiſtance & de la rupture des corps, & de beaucoup d'autres choſes, qui étoient auparavant inconnuës. Torricelli a encore donné de l'éclat aux inventions de Galilée, par ſes nouvelles experiences du vuide, & par les beaux raiſonnemens qu'il a faits ſur l'équilibre des liqueurs. Mais ſi ces excellens hommes ont eu aſſez d'eſprit, pour inventer une nouvelle ſcience, ils n'ont pas eu aſſez de bonheur pour lui donner la derniere perfection ; car, il faut l'avoüer, il manque bien des choſes à cette ſcience, telle qu'il nous l'ont donnée, pour faire une Méchanique complette ; elle ne traite pas toutes les matiéres ; elle ne prouve que par l'experience beaucoup de choſes, qui ſe doivent prouver par les principes de la nature ; elle eſt diſſipée en pluſieurs traitez, qui n'ont point de liaiſon enſemble ;

elle a même des défauts, & on y remarque des erreurs ; qui sont à la verité bien pardonnables dans une matiére si délicate, mais qui après tout ne laissent pas de donner quelque inquiétude à ceux qui demandent la derniere exactitude dans les raisonnemens physiques.

On a vû ensuite de très grands hommes, qui ont heureusement travaillé à cultiver & à perfectionner cette science. Les experiences continuelles que l'on a faites en divers endroits de l'Europe ; les traitez qu'on a publiez des loix du Mouvement, de la resistance des corps, de la force des percussions, de l'équilibre des liqueurs, de la dureté, de la pesanteur, & beaucoup d'autres, sont assurément des ouvrages dignes de la subtilité de leurs Auteurs, & de la politesse du siécle ; mais après tout, on ne peut pas dire que ce soit là une Méchanique. Ce sont de belles parties, mais elles ne sont pas un corps, puisque ce sont des productions de divers Auteurs, qui ont eu diverses vûës, qui n'ont point concerté ensemble, pour concourir à un même dessein, & qui même ont raisonné sur des principes differens.

J'avois toûjours esperé que ce grand Ouvrage de Monsieur Wallis, que nous attendions depuis si long-temps, comprendroit tout ce qu'on peut souhaiter sur ce sujet ; & je n'en doutois presque plus, quand je vis trois grands Tomes in 4° sous le titre de *Méchanique & de science du Mouvement.* Mais j'ai trouvé que cet Ouvrage, excellent en soi & admirable, est plus propre à contenter ceux qui sont déja consommez dans cette science, qu'à instruire ceux qui veulent l'apprendre. Car outre qu'il s'en faut bien qu'il ne comprenne tout, il est écrit d'une maniére si sçavante & si geometrique, qu'il y a fort peu de personnes capables de le comprendre.

Je me suis donc resolu de faire tout un corps de Méchanique, suivant la belle idée que nous a donné Pappus, où je pusse ramasser tout ce que divers Auteurs ont trouvé sur ce sujet, avec ce que je pourrois découvrir moi même, si j'avois le bonheur d'inventer rien de nouveau.

Je divise tout cét Ouvrage en six discours, dont le premier est celui ci devant, qui traite du Mouvement en general, de la maniére dont il est produit, comment il se peut conserver & se communiquer; des loix de la percussion, des regles de la reflexion, & de plusieurs proprietez semblables du Mouvement consideré dans un état libre de tout autre empêchement.

Le second discours, est celui-ci qui traite de ces sortes de mouvemens qui se font avec quelque violence, en surmontant la résistance qui se rencontre d'ailleurs. Outre la démonstration de toutes les machines mouvantes, dont la force se réduit à celle de la balance, on y fait quelque reflexion sur l'impossibilité du mouvement perpetuel : on y traite des corps suspendus, attachez par un ou par deux bouts, de la maniére dont ils se rompent, de la figure qu'ils prennent en se courbant, & en particulier, on montre des cas où les cordes tenduës seroient Paraboliques, Hyperboliques, Elliptiques, ou Circulaires. On examine la force des Tours & des

des Pyramides, on fait voir l'endroit où elles sont le plus foibles : on détermine les figures qu'il faudroit leur donner pour les rendre les plus parfaites, & afin qu'elles résistassent également par tout à la violence des vents ; on donne des regles generales de la resistance des corps, on indique le moyen d'appliquer ces regles generales aux cas particuliers, qui concernent l'architecture & les autres effets de la Nature & de l'Art ; & prenant un exemple du mouvement d'un Vaisseau, l'on fait remarquer l'usage que l'on peut faire des regles de Méchanique. Il y a dans ce Discours quelques propositions, qui donneront peut être un peu de peine à ceux qui ne sont pas accoûtumez aux démonstrations geometriques, mais ils peuvent les passer, elles ne sont pas absolument necessaires. J'ai voulu neanmoins les mettre, parce qu'elles sont très-utiles, & que dans la suite de cette Méchanique, elles suivront beaucoup pour déterminer bien des choses, qu'on ne sçauroit resoudre sans cela.

Le troisiéme discours est du mouvement des corps pesans, où sans rien supposer de nouveau, l'on démontre toutes les proprietez de ce Mouvement, soit que les corps descendent par leur propre poids, ou qu'ils se mouvent étant poussez avec violence. On y voit la raison de cette augmentation ou diminution merveilleuse de vitesse des corps, qui passent en montant & en descendant par tous les degrez imaginables de lenteur. Galilée n'a montré ces proprietez, qu'en supposant une définition qu'on lui a contestée. Baliani a voulu donner une autre progression au mouvement de ces corps. Ces deux Auteurs ont eu leurs partisans, & l'on a vû grossir les volumes des contestations qui ont duré si long-temps entre Monsieur Gassendi & le Pere le Cazre, jusqu'à ce que l'affaire sembloit avoir été terminée par trois grands Geometres : Monsieur Huygens, & le Pere de Billy ayant démontré que la progression de Baliani étoit impossible ; & Monsieur Fermat ayant fait voir qu'il ne faudroit pas moins d'une éternité toute entiére à un corps, qui descendroit, avec cette proportion de vîtesse, de la hauteur d'un pied. Tous les Sçavans s'étoient rendus à des démonstrations si réguliéres; mais le P. Lalouvére, illustre par les grandes découvertes qu'il a faites dans la Geometrie, est survenu, & a fait voir que nonobstant toutes ces démonstrations, la progression de Baliani étoit très-possible & très naturelle ; la maniére dont il l'a défenduë, a paru si belle, que M. Formar lui-même n'a jamais pû y trouver rien à redire. On trouvera tout cela expliqué dans ce discours; on y verra que cette premiere pesanteur, ou ce degré déterminé de vîtesse sur quoi est fondée la démonstration du P. Lalouvére, ne peut subsister. On explique aussi une progression toute semblable, qui se trouve dans le mouvement du bras ou du pied, ou des instrumens que l'on tient quand on frappe. On fait voir encore une autre sorte de progression, qui se rencontre dans les boulets d'un canon, ou dans les fléches qu'on pousse avec une arc-balestre ; on examine le mouvement sur des surfaces inclinées ; & c'est là que l'on démontre cette proposition si estimée, que je sçai que M. Huygens a démontrée aussi, touchant le mouvement qui se feroit sur une Cycloïde.

Le quatriéme discours, est du mouvement des corps liquides, où l'on démontre, sans rien supposer, tout ce que nous voyons arriver dans la vitesse des liqueurs, dans la force de leur pression, dans la direction & dans la figure qu'elles prennent dans leurs saillies, dans leur équilibre. Sous le nom de corps liquides, on comprend ici l'air, & tous les corps qui ne sont pas durs; de sorte que dans ce Traité on trouvera tout ce qui concerne cette science, qu'on appelle la *Pneumatique*, la force des ressorts, la rarefaction & la condensation, la violence épouvantable de la poudre embrasée, enfin on y verra toutes ces nouvelles experiences du vuide, & la raison de tous ces effets surprenans que l'on y remarque.

Le cinquiéme discours, est du mouvement de *Vibration*, c'est-à-dire, de tous les corps qui font un mouvement réciproque allant & venant, comme font les pendules, les cordes tenduës, les ressorts, & plusieurs autres corps. L'on y décrit une pendule, dont toutes les vibrations sont d'une égale durée; l'on démontre aussi que toutes les vibrations d'une corde tenduë durent également; que les vibrations de deux cordes d'egale grosseur, & également tenduës, sont en raison réciproque des longueurs des cordes, au lieu que dans les pendules elles sont seulement en raison sous-doublée; que dans les cordes égales, les vibrations sont en raison sous-doublée des forces ou du poids qui les tendent; que les vibrations sont encore en raison sous-doublée des grosseurs des cordes d'égale longueur, & également tenduës. De sorte que l'on démontre par les causes tout ce que l'experience nous fait remarquer dans les sons & dans l'harmonie des cordes tenduës.

Le sixiéme discours, est du mouvement *d'Ondulation*. Sur l'exemple de ces cercles qui se font dans la surface de l'eau quand on y jette une pierre. On considere quelques semblables cercles qui peuvent se former dans l'air, & même dans quelques autres substances plus subtiles que de trés-manifestes experiences nous convainquent être répanduës par tout. Et c'est ce mouvement que nous appellons *Mouvement d'Ondulation*, qui servant de jeu & de divertissement aux enfans, peut servir de sujet d'une très-profonde meditation aux plus habiles Philosophes. On examine donc comment ces cercles se peuvent former, comment ensuite leur mouvement se communique, quelles sont les lignes de leur direction, avec quelle force ils pourroient agir près ou loin, comment ils se reflechiroient, & comment ils se rompioient; & puis supposant avec tous les Philosophes, que le son a pour vehicule cette sorte de mouvement dans l'air, on explique tout ce qui concerne les sons; & faisant une conjecture sur la propagation de la lumiere, on examine si l'on ne pourroit pas aussi supposer, que la lumiere eût pour vehicule quelque semblable mouvement dans un air plus subtil; & l'on fait voir qu'en effet dans cette hypothese on expliqueroit d'une maniere très naturelle toutes les proprietez de la lumiere & des couleurs, qu'on a bien de la peine à expliquer sans cela; & j'espere qu'on aura quelque satisfaction de voir la maniere dont on y démontre la mesure des refractions.

Voilà le dessein de cet ouvrage, dans lequel, outre un grand nombre de propositions geometriques, dont la nouveauté agréera peut-être aux Sçavans, on y verra quantité de pratiques curieuses & utiles dans les Arts, & plusieurs démonstrations, qui donneront ouverture pour la décision des plus belles questions de Physique. Pour l'Art, on y a mis les plus importans avis qui concernent la conduire des eaux; on y décrit des moulins-à vent, propres à lever les eaux, qui vont jour & nuit à tous vents, sans qu'il soit besoin d'y toucher. On y donne la proportion de la quantité de la poudre qu'il faut dans les mines & dans les canons; on y prescrit les regles qu'il faut observer, pour jetter seurement les bombes; on y détermine la longueur qu'il faut donner aux canons, pour les faire porter le plus loin qu'il se peut, on y décrit quelques machines nouvelles propres à divertir; on y fait même le mouvement perpetuel. Mais pour la Physique, on y donne le moyen d'expliquer par les loix de la Méchanique, le Systême de Tycho, ce que la plûpart des Mathematiciens avoient crû impossible. On y démontre l'impossibilité du mouvement des Atomes d'Epicure. L'on y fait voir aussi que le mouvement des Cieux ne peut provenir de leur forme, c'est-à-dire, que ce mouvement ne peut proceder d'un principe interne & naturel en la maniere que nous disons, que les corps pesans ou legers se meuvent en bas ou en haut par un principe interne & naturel. On donne une maniere méchanique d'expliquer la dureté des corps, & la resistance qu'ils font à se rompre ; ce qui n'est pas une si petite affaire que l'on pourroit bien s'imaginer. Le flux & reflux de la mer, l'origine des fontaines, & plusieurs choses semblables y sont encore reduites aux loix de la Méchanique.

LA STATIQUE OU LA SCIENCE DES FORCES MOUVANTES.

LA STATIQUE OU LA SCIENCE DES FORCES MOUVANTES.

I. Les forces contraires dans les poids.

IL arrive souvent que les corps ont une telle liaison entre eux, que les uns ne peuvent se mouvoir sans les autres ; & quelquefois même, les uns faisant effort de se mouvoir à contre sens des autres, il s'empêchent mutuellement, si leurs forces sont égales ; & si elles ne le sont point, le plus fort l'emporte, & oblige le plus foible à se mouvoir contre sa propre inclination. Ainsi nous voyons que dans une balance, un poids ne peut descendre sans que l'autre ne se hausse, & chacun faisant effort d'aller en bas à cause de sa pesanteur, tous deux demeurent en équilibre, lors qu'ils sont égaux : mais s'ils ne le sont point, le plus grand l'emporte, & contraint le plus petit de monter contre la nature & l'inclination des corps pesans.

II. Et dans d'autres corps.

Si au lieu de mettre deux poids égaux dans les deux plats de la balance, on n'en mettoit qu'un d'un côté, & que de l'autre un homme prît le plat avec la main, & le tirât en bas, il pourroit se faire que cet homme temperât en telle sorte la force dont il tire, qu'il soûtiendroit le poids opposé, sans l'obliger de monter davantage, & sans lui permettre aussi de descendre. En ce cas, nous concevons que la force de cette main seroit égale à celle du poids; & si maintenant au lieu de ce même poids, on supposoit qu'une autre main tirât de son côté, avec autant de force que faisoit le poids; alors nous concevons une espece d'équilibre entre ces deux mains, qui tirant à forces égales chacune de son côté, ne peuvent se surmonter l'une l'autre, & par consequent demeurent tous deux immobiles.

III. Sont le sujet de la Statique.

C'est donc de ces forces necessaires pour mouvoir le corps nonobstant la résistance des forces contraires, qui agissent de leur côté pour empêcher ce mouvement; c'est, dis-je, de ces forces que nous devons traiter maintenant, & c'eſt cette Science que nous appellons la *Statique*, qui ne convient pas ſeulement à la force qui ſe rencontre dans les corps peſans, mais auſſi à tout autre effort imaginable qui peut ſe trouver dans les corps. Il eſt vrai que comme il n'y a point de force qui ne puiſſe en quelque façon s'exprimer par la force des poids, on ſe ſert ordinairement de l'exemple des corps peſans, pour faire entendre ce qui convient generalement à toutes ſortes de forces tractives ou mouvantes. Et c'eſt ainſi que nous allons expliquer les loix de la Statique, enſorte que ſous les mots de poids, d'équilibre, & de tout ce qui a rapport à la peſanteur des corps, nous pouvons entendre generalement les corps qui ont la force de mouvoir, qui s'empêchent ou qui ſe ſurmontent les uns les autres.

IV. *Centre de Gravité.*

Le centre de gravité ou de peſanteur d'un corps, eſt le point, d'où ce corps étant ſuſpendu, demeureroit en équilibre. Si l'on attache un filet au bout d'un long bâton, & qu'on le ſuſpende, il eſt bien manifeſte que le bâton panchera; mais ſi l'on attache le filet au milieu du bâton, on pourra ſi bien rencontrer, que le bâton étant ſuſpendu, ne panchera plus ni d'un côté ni d'un autre, & y ayant une égale peſanteur dans les deux moitiez du bâton, il demeurera en équilibre. Et ce milieu de peſanteur, d'où le bâton ſuſpendu demeure ainſi en équilibre, eſt le centre de gravité du bâton.

V. Où il est dans un corps régulier.

Si le bâton étoit tout uniforme, & parfaitement tourné en cylindre, aussi gros par un bout que par l'autre ; & que de plus, il fut d'une matiére qui fût par tout également pesante, alors le centre de Gravité seroit le même que celui de la figure du bâton, c'est-à-dire, qu'en prenant le point du milieu de tout le bâton, on auroit aussi en ce même point le centre de Gravité ; puisqu'il est bien visible, que si on le suspendoit de ce point, il demeureroit en équilibre, y ayant une égale pesanteur de part & d'autre, apliquée de même maniére, comme il y auroit une égale quantité de matiére.

VI. Et dans un irrégulier.

Mais si le bâton étoit composé de diverses matiéres qui ne fussent pas également pesantes ; par exemple, si une moitié étoit d'ébene, qui est un bois fort pesant, & l'autre de sapin, qui est plus leger ; alors le centre de gravité ne seroit pas au milieu du bâton, puisque la moitié qui est d'ébene étant plus pesante, l'emporteroit par dessus celle du sapin, qui est plus legere ; ainsi pour trouver le centre de gravité, il faudroit avancer dans la moitié d'ébene.

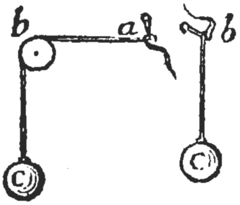
VII. Corps Homogénes & Héterogénes.

Les corps qui sont composez de matiéres, ainsi diverses en pesanteur, s'appellent *Heteroge-*

nes, & ceux qui ne contiennent qu'une matiére uniforme, & par tout également pesante, s'appellent *Homogenes*.

VIII. Ligne de direction.

La ligne de direction est la ligne par laquelle se fait la traction. Comme lorsque un poids *c*, étant suspendu par un filet *c b*, tire par sa pesanteur le clou *b* auquel le filet est attaché, la ligne de direction sera celle qu'on peut imaginer, passant par le clou, & allant droit en bas; telle qu'est le filet même



b c, parce qu'en effet le poids tire pour lors droit en bas selon cette ligne. Mais si le filet passant sur une polie *b*, va prendre à un clou *a* qui seroit à côté; alors la ligne de direction, à l'égard du clou *a*, sera la ligne *a b* qui ira de côté, & non pas en bas, parce qu'en effet le clou est tiré de côté, & non pas en bas.

IX. Centre des Graves.

Comme l'on remarque que les corps pesans tombent toûjours en droite ligne vers le centre de la terre, lors qu'on les laisse tomber librement; on dit aussi que dans le centre de la terre est le *centre des graves*, c'est-à-dire, le point où tendent tous les corps pesans. De sorte qu'il faut bien distinguer *le centre de gravité*, d'avec le *centre des graves*, ou des corps pesans.

X. Les lignes de direction des corps suspendus sont censées paralleles.

Comme les lignes de direction de plusieurs corps suspendus vont droit vers le centre des graves, c'est-à-dire, vers le milieu de la terre ; toutes ces lignes se coupent en ce point, & par conséquent ne sont point paralleles entre elles, en parlant à la rigueur ; & c'est un paradoxe trés-veritable, que les deux murailles opposées dans une salle sont plus épaisses & plus écartées l'une de l'autre au haut qu'au bas, si elles sont toutes unies, & faites exactement à la regle & au plomb : cela est vrai dans la rigueur mathematique ; mais cette difference est trop petite, pour pouvoir être remarquée par les sens. De sorte qu'ayant égard à ce qui nous est sensible, nous pouvons dire que ces murailles sont paralleles, & d'une égale épaisseur par tout. Et c'est ainsi que l'on peut suposer aussi, que toutes les lignes de direction des corps que nous voyons suspendu auprés de nous, sont paralleles entre elles.

XI. Les corps descendent toûjours quand ils peuvent.

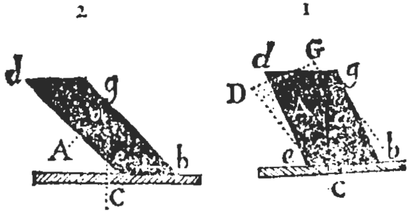
C'est une maxime generale, que les corps pesans descendent toûjours autant qu'ils peuvent, c'est à-dire, qu'ils vont toûjours au lieu le plus bas, où ils peuvent aller, lors qu'ils ne sont point arrêtez par quelque autre corps qui s'oppose à leur descente. Ainsi mettant une boule sur le haut d'un toit, elle roulera en bas, parce qu'elle le peut, ne trouvant aucun obstacle qui l'arrête ; car sa pesanteur la portant toûjours en bas, il faut qu'elle y aille en cette rencontre.

XII. Même sur un penchant.

Il en faut dire de même d'un corps plat & bien uni, qui seroit posé aussi sur un toit, ou sur un autre panchant; car ce corps plat ne trouvant rien qui l'arrête, & l'uniformité des surfaces ne l'empêchant nullement de glisser, il faut qu'il glisse jusqu'au bas.

XIII. Un corps demeure lors qu'il ne peut se remuer sans que son centre de gravité ne monte.

Quand on dit qu'un corps descend lors qu'il peut aller plus bas, il faut entendre cela à l'égard de son centre de gravité; car c'est ce centre qui regle tout, puisque c'est en ce point proprement que se fait le principal effort de descendre. De sorte, qu'afin que le corps se meuve, il faut que le centre de gravité puisse descendre, autrement il ne bougera point. Ainsi

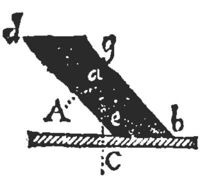


si le corps *g b e d* de la premiere figure étant posé sur une table, nous pourrions bien imaginer qu'il panchât vers *D* pour tomber; mais parce que cela ne se peut, sans que son centre de gravité qui est en *a* ne se hausse vers *A*, le corps doit demeurer dans cette situation sans branler.

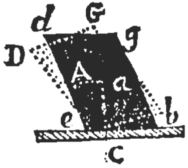
XIV. Et lors que sa ligne de direction passe par sa base.

D'où l'on voit, qu'afin qu'un corps demeure ferme sur une table, ou sur quelque autre appui que ce soit, il faut que son centre de gravité ne puisse descendre; & pour cela, il suffit, lors que le corps qui soûtient n'est point incliné, que sa ligne de direction, (c'est-à-dire, la ligne qui passe de son centre de gravité vers le centre des graves) tombe en quelque part dans la base même du corps. Et au contraire, si cette ligne tombe hors le pied, ou la base du corps, ce corps trebuchera infailliblement. Ainsi le corps *a* doit tomber dans la

2



1



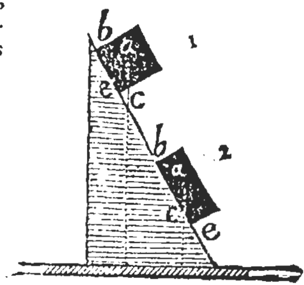
deuxiéme figure, parce que son centre de gravité étant en *a*, & sa ligne de direction *a c* tombant hors le pied *e b*, tout le corps *a* peut

se

ſe pancher vers *A*, en ſorte qu'inſiſtant toujours ſur le coin *e*, ſon centre *a* ſe mouvera vers *A*, décrivant une partie de cercle, dont le centre ſeroit *e*; & comme l'on voit aiſément que le centre de gravité *a* ſeroit bien plus bas en *A*, ſans qu'il ſoit beſoin de le démontrer; il faut dire auſſi que tout le corps trebuchera. Mais dans la premiere figure il demeurera, parce que la ligne de direction *a c* tombant au dedans du pied de ce corps *b e*, ce même corps ne ſçauroit pancher ni d'un côté ni d'un autre; par exemple, vers *D*, ſans que ſon centre *a* ne montât vers *A*.

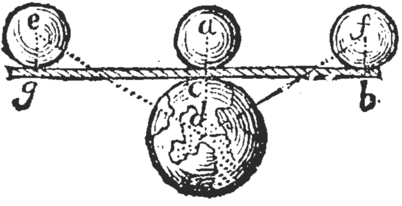
XV. Quels corps gliſſent, & quels roulent ſur un panchant.

L'on voit encore que ſi la table qui ſoûtient les corps eſt inclinée, ces corps doivent quelquefois rouler en deſcendant, & quelquefois gliſſer. Car ſi la ligne de direction *a e* tombe hors le pied *e b*, (dās la premiere figure) le corps roulera; mais ſi elle tombe au dedans du pied, comme dans la ſeconde figure, le corps gliſſera; ce qui eſt aſſez manifeſte.



XVI. Un Globe sur un plan.

Par cette raison un Globe étant posé sur quelque plan que ce soit, doit perpetuellement rouler, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à un certain point, auquel seul il peut demeurer en



repos. Car imaginant le plan *b g* sur la terre *d*; & tirant du centre des graves *d* une perpendiculaire *d c a* vers le plan *b g*, nous verrons qu'un Globe pourra bien s'arrêter là, parce que sa ligne de direction *a c d* passera par le point *c*, sur lequel s'appuye le Globe. Mais en quelque autre part que l'on se figure le globe, comme en *e* ou en *f*, il pourra descendre & rouler vers *a*, parce qu'alors sa ligne de direction *e d* ou *f d* passera hors le point d'appui *g* ou *b*. Ainsi l'on voit la verité de ces paradoxes, qu'on ne sçauroit marcher sur un plan, sans monter ou sans descendre; qu'un homme allant toûjours vers un même endroit dans un allée toute platte descendra, quelquefois montera; qu'il pourra aller si avant dans cette allée, qu'il lui faudroit enfin grimper, & qu'il ne pourroit plus se tenir.

XVII. Un corps se soûtient d'autant plus fermement, que sa base est large.

L'on voit encore que plus le pied des corps sera large, plus aussi les corps seront-ils fermes, & se soûtiendront plus inébranlablement; car pour les faire tomber, il faut les remuer, en sorte que leur ligne de direction vienne à sortir hors de leur pied, & alors ils tomberont de leur propre poids. Mais il est manifeste qu'il y aura bien plus de peine à tirer cette ligne hors le pied, quand ce pied sera fort large, que quand il sera fort étroit.

XVIII. & XIX. Une aiguille ne peut se soûtenir sur sa pointe.

Ainsi quoique parlant à la rigueur, une aiguille puisse se soûtenir toute droite, étant posée sur sa pointe sur une table de marbre, il n'est pas néanmoins possible qu'elle y demeure, parce que n'étant appuyée que sur sa pointe, qui est presque indivisible, le moindre effort du monde est suffisant pour l'ébranler, & pour faire sortir sa ligne de direction hors de ce pied, qui est si petit, quand elle y seroit une fois; & comme l'air est dans une perpetuelle agitation, cette agitation sera plus que suffisante pour commencer à mouvoir l'aiguille, & la déterminer à tomber.

XX. Quelques grands corps se soûtiennent quoique panchez, ou sur une base étroite.

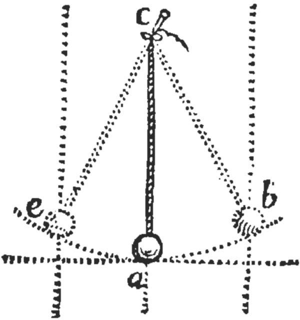
Il ne faut donc pas s'étonner, si quelques tours subsistent depuis plusieurs siécles, quoiqu'elles panchent tout d'un côté, & qu'elles semblent menacer de ruine; parce que ces tours peuvent avoir été bâties avec cet artifice, ou bien même cela peut être survenu par quelque accident imprévû, que le centre de tout le fait de ces grandes masses, s'appuye directement sur leur pied. De même, il ne faut pas s'étonner, si cet Obelisque prodigieuse de Rome se soûtient inébranlablement sur son pied estal, sans y être autrement cimentée que par son propre poids: car quoique son pied soit fort étroit en comparaison de sa hauteur, cette masse néanmoins est si lourde, & d'un poids si énorme, qu'il n'y a violence de vent assez forte pour l'ébranler suffisamment, & pour faire sortir sa ligne de direction hors de sa base.

XXI. Loix de méchanique observées par les animaux & par les Peintres.

Cette loi méchanique que je viens d'expliquer, s'observe exactement dans tous les effets de la nature; mais il y a quelque chose d'admirable dans la maniére dont tous les animaux en usent, pour se soûtenir & s'empêcher de tomber, de quoi nous parlerons en un autre endroit. Cependant, il faut remarquer generalement, que tout animal, en quelque posture qu'il soit, est tellement disposé, que la ligne de direction passe entre ses pieds ou les mains qui le soûtiennent ; & si les Peintres & les Sculpteurs n'ont égard à cette regle, ils se rendent ridicules, & donnent aux animaux des postures qu'ils ne sçauroient avoir.

XXII. Les corps suspendus demeurent en repos, quand ?

Les corps qui sont suspendus demeurent en repos, lorsque la ligne de direction passe par le point d'où ils sont suspendus ; & si on les tire de là, ils y reviennent d'eux mêmes par leur propre poids. Par exemple, si le corps *a* est suspendu au clou *c*, sa ligne de direction étant *c a*, il demeurera là ; mais si on le tire vers *e*, ou vers *b*, il pourra descendre vers *a* ; puisqu'il est bien visible que dans l'arc *e a b*, dans lequel se mouvroit le corps suspendu, le point le plus bas est *a*, & par conséquent le corps descendra vers ce point.



XXIII. Un corps ne change point de pesanteur, pour changer de situation ou de figure.

Nous devons faire reflexion qu'un corps ne change point en soi de pesanteur, pour changer de figure ou de situation. Ainsi une masse de plomb qui pese une livre lors qu'elle est ronde, pesera encore une livre lors qu'elle sera quarrée, soit qu'elle regarde le Midi ou l'Orient. Et si l'on posoit cette masse de plomb dans le plat d'une balance, on trouveroit toûjours le même poids. Et de même, l'effort qu'elle feroit étant suspenduë librement à un clou par un filet, seroit toûjours le même, quelque figure & quelque situation qu'elle puisse avoir.

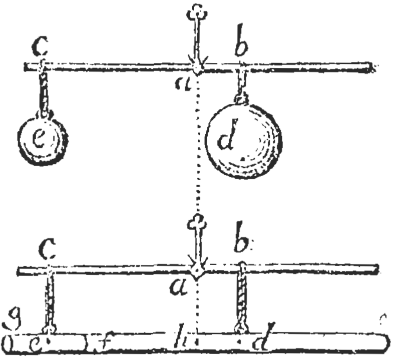
XXIV. Un corps suspendu par un filet ou par une verge roidie tire également.

Après avoir imaginé un poids suspendu à un clou par un filet, & en repos, nous devons aussi concevoir, que si ce filet venoit à se roidir, & à faire comme un même corps inflexible avec le poids, l'effort qui est fait à tirer le clou ne se changeroit nullement pour cela; puisqu'il est bien visible que la roideur ou la flexibilité du filet ne fait rien en ceci.

Voici maintenant la plus importante proposition de la Statique.

XXV. *Propoſition fondamentale de la Statique.*

Deux poids ſuſpendus des deux côtez d'une balance demeurent en équilibre, lors que les longueurs des bras de la balance d'où les poids ſuſpendus ſont en raiſon réciproque des poids. Je m'explique. Imaginons un bâton *b c* qui ait une anſe ou un filet au milieu *a*, duquel on puiſſe le tenir & le ſuſpendre comme une balance; ſoient de plus les deux poids *d* & *e* ſuſpendus par les points *b* & *c*, en ſorte que le poids *d* au poids *e* ſoit réciproquement com-



me la longueur *a c* à la longueur *a b*; c'eſt-à-dire, que ſi le poids *d* eſt double du poids *e*, la longueur *a c* ſoit auſſi double de la longueur *a b*; ou bien ſi le poids *d* eſt triple du poids *e*, la longueur *a c* ſoit auſſi triple de la longueur *a b*; ou bien enfin que quelque raiſon qu'ait le poids *d* à l'égard de *e*, la longueur *a c* ait aussi la même raison à l'égard de la longueur *a b*; je dis que les deux poids *d* & *e* seront en équilibre.

XXVI. *Démonstration.*

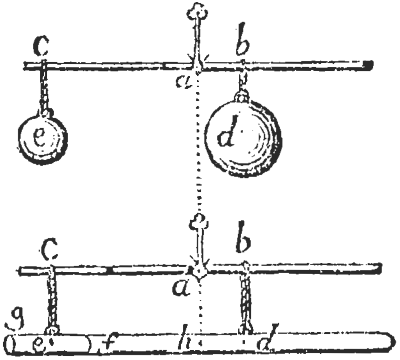
Pour démontrer cette proposition, nous pouvons imaginer que les poids *d* & *e* changent de figure, & qu'ils sont tous deux ralongez, en telle sorte que tout le poids *d* soit étendu dans la figure *o f* (fig. 2.) deux fois aussi longue que *a c*, afin que demeurant toûjours suspendu par *b*, sa moitié *d f* soit égale à *a c*. De même, le poids *e* soit rallongé dans la figure *g f* deux fois aussi longue que *a b*, afin que demeurant toûjours suspendu par le même point *c*, sa moitié *e f* soit égale à *a b*: ainsi ces deux poids rallongez de la sorte se toucheront dans *f*, puisque leurs moitiez *e f* & *d f* sont ensemble égales aux deux bras de la balance *a b*, *a c*: c'est-à-dire, à toute la longueur *b c*, ou bien à *d e*, qui est égale à *b c*; parce que je suppose ici que *d e* est parallele à *b c*; & que d'ailleurs les lignes *b d* & *c e* sont censées aussi paralleles (10.)

XXVII. *Démonstration.*

D'ailleurs, comme nous pouvons supposer que ces deux poids sont d'une matiére Homogéne & également pesante; il faut qu'étant ainsi rallongez, ils se trouvent de même grosseur, & qu'ils fassent tous deux ensemble un prisme, ou comme un bâton tout uniforme. Car puisque tout le poids *o f* est à tout le poids

f g

f g comme *a c* à *a b*, par l'hypothese, ou comme la longueur *o f* (double d'*a c*) à la longueur *f g* (double d'*a b*;) il faut que suivant les regles de la Geometrie des solides, l'épaisseur de ces deux prismes soit égale; parce que c'est une regle generale, que les prismes de même épaisseur sont entr'eux comme leurs lon-



gueurs; & de même, que les prismes qui sont entr'eux comme leurs longueurs, sont de même épaisseur. Ainsi donc les deux prismes *o f* & *f g* étant entr'eux comme leurs longueurs *o f*, *f g*; il faut qu'ils soient de même épaisseur, & qu'ainsi ils fassent un prisme total, ou comme un bâton uniforme.

XXVIII. Démonstration.

Maintenant en considerant ce prisme total comme un poids unique & continu, nous trouverons que son centre de gravité devra être en *h*, que je suppose le point du milieu de tout le corps *o g*. (5.) Or ce point *h* eſt perpendiculairement au deſſous du point *a*, parce que toute la longueur *o g* étant double de *b c*, ſa moitié *o h* ſera égale à la même *b c*; & d'ailleurs *o d* étant égale à *a c*, il faut auſſi que *d h* ſoit égale à *a b*; ainſi *d* tombant ſous *b*, *h* tombera auſſi ſous *a*.

XXIX. *Démonſtration.*

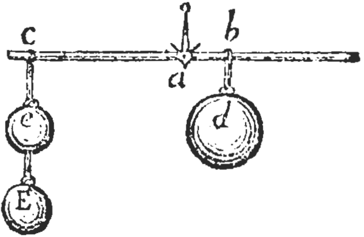
Imaginant donc que tous les filets ſe roidiſſent, & conſiderant *o d b c e g* comme un corps unique & inflexible, en ſorte néanmoins que toute la balance *b c* & les filets roidis ſoient conſiderez comme s'ils n'avoient aucune peſanteur; nous verrons que tout ce corps ſuſpendu par l'anſe *a* doit demeurer en repos, puiſque ſa ligne de direction *a h* paſſe par ſon centre de gravité *h*, & par le point de ſuſpenſion *a*. (22.) Donc auſſi les filets ſe ramoliſſant, & devenant flexibles, le tout demeurera en repos comme auparavant; (24.) comme encore ſi nous concevons que le corps eſt diviſé en *f*, puis qu'auſſi bien le poids *f g* demeurera en la même ſituation, étant ſuſpendu par ſon milieu & par ſon centre de gravité *e*, comme ſeroit auſſi le corps *o f*, qui eſt toûjours ſuſpendu par ſon centre de gravité *d*. Donc enfin imaginant que ces poids *o f*, *f g* ſont racourcis & remis dans la premiere figure qu'ils avoient d'abord (dans la 1. fig.) ils demeureront auſſi en repos, puiſque chacun étant toûjours ſuſpendu du même point de la balance *b* ou *c*, tire de ſon côté de même maniére en quelque figure qu'il ſoit mis, (23.) & par conſequent ces deux corps demeurant ainſi en repos, ils ſont en équilibre ; ce qu'il falloit démontrer.

XXX. Remarque ſur la démonſtration d'Archimede.

Ceux qui ont quelque connoiſſance de ce que diſent ſur ce ſujet les Interpretes & les Commentateurs d'Archimede, pourront remarquer que dans la démonſtration que je viens de faire on évite toutes les difficultez auſquelles eſt ſujette la démonſtration ordinaire.

XXXI. La longueur des filets d'où pendent les poids, ne fait rien.

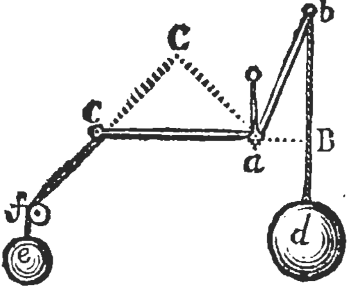
On peut faire là deſſus pluſieurs reflexions importantes. Comme qu'il n'importe de rien que les poids ſoient ſuſpendus par des filets plus longs ou plus courts ; car il eſt bien manifeſte, que ſi le poids *e* ſuſpendu par le filet *c e* eſt en équilibre contre le poids *d* ; il le ſera auſſi, étant ſuſpendu par le filet *c E*.



Car quoiqu'il y ait quelque ſujet de douter ſi les corps peſent plus lors qu'ils ſont plus proche de la terre ; néanmoins, outre que cette difference qui ſe pourroit trouver dans ces petits filets eſt inſenſible, nous ſuppoſons que le même poids (& non pas seulement le même corps) qui étoit appliqué en *e*, est maintenant appliqué en E ; & en ce cas, il est manifeste qu'il tirera avec le même effort le point *c*.

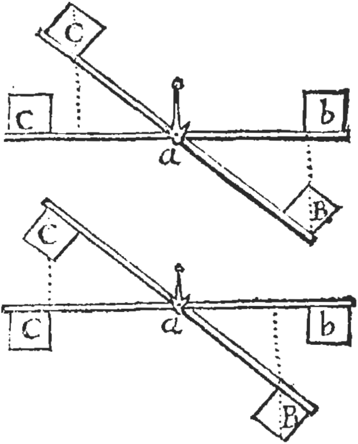
XXXII. Comment se prend la longueur des bras de la balance.

De plus, on peut remarquer que le bras de la balance, d'où le poids est censé qu'il est suspendu, se doit prendre en une ligne perpendicuaire à la ligne de direction. Par exemple, si le bras de la balance *b a* est recoudé, il faut imaginer la ligne horisontale *a B*, qui va rencontrer perpendiculairement la ligne de direction *b d* en *B*, & alors le poids *d* sera censé suspendu du point *B*, & le bras sera seulement *B a*. De même, si le poids *e* tire un peu de côté par le moyen d'une polie *f*, continuant la ligne *f c C*, & tirant *a C* perpendiculaire, le bras de la balance sera censé *a C*, & non *a c*. De sorte que la longueur du bras se doit prendre depuis le centre de la balance jusqu'à l'endroit où la perpendiculaire coupe la ligne de direction du poids. Par exemple, ici les longueurs des bras sont *a B* & *a C*, & non pas *a b* & *a c*, ainsi les poids *d* & *e* seront comme *a C* & *a B*.



XXXIII. Cas où une balance se remet d'elle-même dans son équilibre.

On peut encore remarquer, que si les poids étant appuyez sur la balance, sont en équilibre, d'abord qu'on inclinera tant soit peu la balance d'un côté, le poids qui se trouvera de ce côté l'emportera, & fera entiérement trebucher la balance; parce que dans le biais de la balance la ligne de direction *B* tombera plus loin d'*a*, & la ligne *C* tombera plus près du même *a*. Au contraire, si les poids



sont attachez en dessous; quoiqu'on fasse incliner un peu la balance, elle se remettra incontinent dans la situation horisontale; parce que dans le biais de la balance, la ligne de direction *B* tombe plus près d'*a*, & la ligne *C* tombe plus loin, ainsi *C* l'emporte.

XXXIV. *Balances trompeuses.*

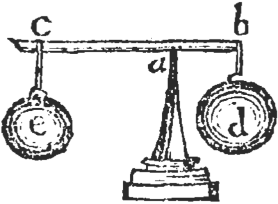
Il est aisé aussi de voir qu'on peut faire des balances trompeuses en plusieurs manieres. Car si les bras de la balance sont d'inégale longueur, les deux plats faisant équilibre étant vuides, pourront encore demeurer en équilibre, en y mettant des poids inégaux. Ainsi en mettant une pistole legere dans le plat qui est suspendu au plus long bras, on croiroit qu'elle est de poids; mais on évite cette tromperie, en échangeant la situation, & en transportant la pistole à l'autre plat où étoit auparavant le poids, & le poids à celui où étoit la pistole. De même si les plats sont suspendus par des cordons, dont les bouts soient un peu plus bas que n'est le centre de la balance; elle demeurera en apparence en équilibre, quoiqu'il puisse y avoir plus de poids d'un côté que d'un autre.

XXXV. *Loix de l'équilibre observées dans les animaux.*

Enfin on peut remarquer l'industrie merveilleuse de la nature, & l'usage qu'elle fait des regles de l'équilibre, dans la composition du corps des animaux, dans leur consistance & dans leur mouvement; car elle a tellement fait le corps des animaux, que les pieds étant comme le centre de la balance, ou l'appui du levier, il y a de tous côtez un poids égal. Et c'est pour cela que toutes les parties qui sont doubles, sont l'une d'un côté, l'autre de l'autre également éloignées du milieu, comme les bras, les oreilles, les yeux, les reins: & les parties qui sont simples, sont au milieu, comme le nez, la bouche, le menton : ou si elles ne sont pas au milieu, il y a quelqu'autre partie de l'autre côté qui les contrebalance, comme le foye & la rate, le cœur & les poulmons. De même, s'il y a par le devant des parties qui soient extraordinairement pesantes, il ne manque pas d'y avoir par le derriere d'autres parties qui fassent le contre-poids; & Galien a fait une belle remarque sur ce sujet. De plus, la nature a fait les animaux en telle sorte, que dans toutes leurs postures, ils entretiennent leur équilibre, en distribuant toûjours également de part & d'autre tout le poids de leur corps. Ainsi ceux qui ont un gros ventre se panchent en arriére; au contraire, ceux qui sont bossus, ou qui portent quelque fardeau sur le dos, se courbent en devant. Quand nous nous baissons pour ramasser quelque chose à terre, nous reculons un pied, ou du moins toutes les fesses; car autrement nous tomberions, y ayant plus de poids sur le devant : d'où vient qu'on ne sçauroit rien amasser à terre un peu avant, lorsque l'on met les talons joignant contre une muraille. De même, quand nous trebuchons, & que nous panchons d'un côté sur le point de tomber, nous étendons incontinent le bras ou la jambe de l'autre côté, afin que le bras ou la jambe étant ainsi éloignée au delà des pieds ou de la ligne de direction, ils ayent plus de force pour contrebalancer le reste du corps. Cet équilibre paroît encore dans les oiseaux qui volent; car leurs aîles servant d'appui & de centre, il y a toûjours un poids égal de part & d'autre. Ainsi les oiseaux qui ont un long col, ont aussi de longues jambes, qu'ils étendent en arriere en volant, comme les cicognes. Quand les oiseaux veulent s'élancer en haut, ils avancent les aîles pour les faire aller vers la tête, afin qu'y ayant plus de poids vers la queuë, la tête se hausse un peu, & soit dirigée en haut, où doit se faire le mouvement. Au contraire, quand ils veulent fondre en bas, ils retirent leurs aîles en arriére, afin que la tête panchant sur le devant, tout le mouvement se fasse en bas. Il y a mille reflexions semblables, que chacun peut faire aisément, & avec plaisir, pour peu d'attention qu'il y apporte.

XXXVI. Levier ou balance appuyée.

Le même effet de la balance paroitroit encore, si au lieu de suspendre la balance, elle étoit appuïée sur quelque pointe, sur laquelle elle pût librement se balancer. Et alors, on l'apelle plus proprement *Levier*, que balance.



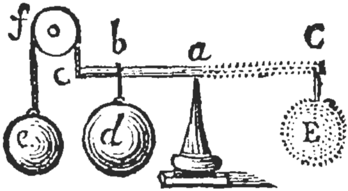
XXXVII. Force des ciseaux, tenailles, pincettes.

Par là on peut rendre raison de la force des ciseaux, des pincettes, des tenailles, & de semblables machines. Car ce sont autant de leviers, ou plûtôt dans chacun de ces instrumens il y a une paire de leviers, dont le centre est le clou *a* qui les lie ensemble ; & comme les

branches qu'on tient à la main; sçavoir, *a c*, *a c*, sont plus longues que ne sont les serres *a b*, *a b*; aussi la force qu'on applique à ces branches *c e*, a un grand effet.

XXXVIII. Levier appuyé à son extrêmité.

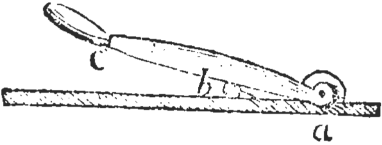
Le levier peut avoir son appui dans une extrêmité. Par exemple, imaginons une barre *c a* appuyée par l'extrémité *a*, & l'autre extrémité *c* soit une corde, qui passant par dessus une poulie *f* soit attachée au poids *e*, qui fera effort pour faire hausser le point *c* de la barre. Dans un autre point *b* de la même barre, soit suspendu le poids *d*, qui fera effort pour abaisser ce même point *b* de la barre. Voilà donc deux efforts contraires. Si ces deux efforts demeurent en équilibre sans se surmonter l'un l'autre, ils seront en raison reciproque de leurs distances, c'est-à-dire, que comme la longueur *c*



a est à la longueur *b a*, ainsi sera le poids *d* au poids *e*. Car imaginant que la barre est prolongée jusqu'en C; ensorte que *a* C soit égal à *a c*; & supposant que le poids E, égal au poids *e*, soit suspendu de C; ce poids E fera autant d'effort pour abaisser le point C, & par consequent, pour hausser le point *c*, que le poids *e* en fait pour hausser ce même point *c*. Ainsi au lieu d'appliquer le poids *e* en *c*, on peut l'appliquer en C, où il demeurera en équilibre contre le poids *d*; & par consequent (25.) sera avec lui en raison réciproque des distances *a* C, *a b*.

XXXIX. Force d'une sorte de coûteau.

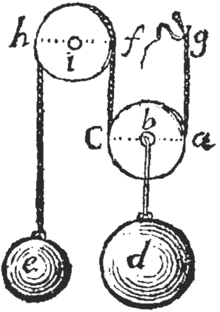
Ainsi l'on voit la force de ces sortes de coûteaux, qui sont attachez par un bout, comme l'on peut remarquer dans cette figure. Car la



piéce étant appliquée en *b* proche du bout *a*; la force de la main en *c* aura d'autant plus d'effet, qu'elle sera plus éloignée d'*a* que ne l'est la piece *b*. De même on voit qu'une porte serrera avec une grande force, ce qui se trouvera proche des gonds: & que s'il y a deux hommes qui fassent effort, l'un pour ouvrir, l'autre pour fermer une porte, leur adresse consistera à s'appliquer le plus loin des gonds qu'il se pourra. De même on voit que nous avons plus de force à mordre entre les dents du fond des machoires, qu'avec celles de devant la bouche:

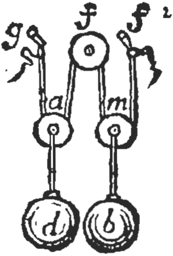
parce que les machoires se meuvent, comme autour d'un centre qui est vers le fond des machoires.

XL. *Des Poulies.*



Soit une corde attachée à un clou fixe *g*, passant pardessous une poulie *a c*; & puis repassant par-dessus une autre poulie fixe *f h*, & soient les deux poids *d* & *e* suspendus, l'un par le centre de la poulie *b*, & l'autre par le bout de la corde; ces deux poids font effort l'un contre l'autre, & s'ils sont en équilibre, le poids *d* sera double de *e*. Car il faut considerer la poulie *a c*, comme un levier appuyé sur l'extrêmité *a*; & en effet, au lieu de la poulie imaginons une barre *a c* attachée par l'extrêmité *a* à la corde *g a*; ensuite une autre corde à l'autre extrêmité *c*, par où l'on tire en haut, ou immediatement par une main, ou par le moyen d'une poulie *f h*, & d'un poids *e*. Que si maintenant on suspend le poids *d* du milieu de la barre, il est clair (38.) que la force appliquée en *c* contrebalançant à la force appliquée en *b*, ne sera que la moitié de *d*. Or il n'importe de rien que ce levier *a c* soit une barre étroite ou large, ronde ou quarré: ce peut donc être une piece toute ronde comme une poulie. Il n'importe de rien non plus que la corde soit attachée en *a*, ou qu'elle se replie par dessous, pour remonter par *c* vers *f*; ainsi cette poulie est un levier, dont l'appui est au côté *a*. Pour ce qui est de la poulie *f*, elle n'augmente ni ne diminuë en rien la force; parce que nous supposons qu'elle est attachée par son centre *i*, autour duquel elle roule. Ainsi c'est une balance qui a ses deux bras égaux *i f*, & *i h*; de sorte que la force appliquée en *h* par le poids *e* pour tirer en bas le point *h*, aura le même effet que si elle étoit appliquée en *f* pour tirer en haut le point *f*.

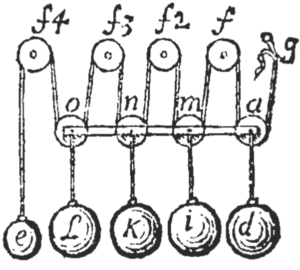
XLI. *Equilibre dans les poulies.*



Soit la corde attachée par un bout au clou *g*; & par un autre au clou *f* 2. passant par les trois poulies *a*, *f*, *m*, dont *f* a sa cheville fixe, les autres deux sont soûtenuës par la corde. Soient de plus les deux poids *d* & *b* égaux, pendus par les deux poulies *a* & *m*; je dis que ces deux poids seront en équilibre, & que le moindre effort suffira pour faire monter l'un, en tirant l'autre en bas; cela est assez manifeste. Et la même chose arriveroit, quand il y auroit un plus grand nombre de poulies *a*, *m*, *n*, *o*, &c. (figure suivante,) suspenduës par une même corde, qui iroit repasser par autant de poulies *f*, *f* 2, *f* 3, *f* 4, *&c.* lesquelles auroient leurs chevilles fixes: car alors tous les poids *d*, *i*, *k*, *l*, *&c.* étant égaux entre eux, ils ſeroient en équilibre, & pourroient au moindre effort monter ou deſcendre.

XLII. Des Mouffles, ou des Poulies multipliées.

Si à l'extrêmité de la corde on attache le poids *e*, qui ne ſoit que la moitié d'un des poids *l*, *k*, *&c.* ce ſeul poids *e* ſoûtiendra en é-



quilibre tous les autres poids *l*, *k*, *i*, *d*, quelque grand qu'en puiſſe être le nombre. Car ſi la corde étoit fixement attachée en *f* 3 il ſeroit en équilibre avec *l* (40.) mais *k* & *l* étant en équilibre par la precedente, ils tirent également de part & d'autre pour faire tourner la poulie *f* 3. chacun de ſon côté. Ainſi leur effort étant égal, la poulie demeure immobile, comme ſi elle étoit fixement attachée. De ſorte que la corde *f* 3 *o* peut être cenſée fixement attachée en *f* 3. car en effet les autres poids *k*, *i*, *d*, n'agiſſent pas plus ſur elle pour la tirer, que ſi leurs poulies étoient entierement immobiles, & que les cordes fuſſent attachées en *f* 3. *f* 2. *&c.* Or ſi ces cordes étoient ainſi attachées, le poids *e* ſeroit en équilibre avec le poids *l* (40.) dont il l'eſt auſſi, encore que la corde paſſe librement par deſſus les poulies *f* 3.

f 2. &c. ainsi le moindre effort qui pousseroit *e* en bas, suffiroit pour faire monter *l*.

XLIII. Forces des poulies séparées.

Pensons maintenant que tous ces poids *l*, *k*, *i*, *d*, ont entre eux une telle connexion, que dès-lors qu'un se hausse, les autres aussi se doivent hausser ; ce qui se peut entendre, si nous imaginons que les poulies sont liées par une barre qui traverse : ou bien qu'elles sont toutes renfermées dans une cassette. Alors il n'y aura pas plus de peine à lever tous ces poids, qu'à lever le premier ; parce qu'étant tous en équilibre, ils ne font aucune resistance à monter ou à descendre, comme nous avons montré (41.) ainsi supposé qu'*e* eût la force de faire monter le premier poids *l*, au cas que ce poids *l* fût seul, ou que toutes ces poulies *f* fussent immobiles, il l'auroit aussi pour faire monter tous les autres poids *k*, *i*, *d*, puisque ceux ci ne sont comptez pour rien, ne faisant aucune nouvelle resistance ; de sorte que toutes ces poulies *o n m a*, étant ainsi attachées dans une cassette, aussi tôt qu'une de ces poulies *o* montera, les autres monteront aussi sans resistance, & par conséquent feront monter les poids qui lui sont attachez.

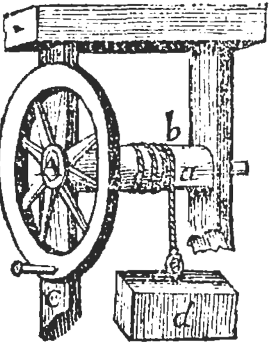
XLIV. Forces des poulies jointes ensemble.

Que si enfin l'on imagine que tous ces poids *l k i d* sont ramassez en un seul poids, on voit bien qu'ils ne feront pas plus de resistance étant ainsi unis, & qu'ainsi un petit poids *e* en pourra soûtenir en équilibre un incomparablement plus grand soûtenu par le moyen de plusieurs poulies disposées de la maniere qui vient d'être décrite.

XLV. La force est comme l'unité au nombre des poulies suspenduës.

Il est aisé de remarquer que la proportion des forces qui se tiennent en équilibre dans les poulies, est comme l'unité au double du nombre des poulies suspenduës, comme ici y ayant quatre poulies *a*, *m*, *n*, *o*, le poids *e* d'une livre soûtiendra en équilibre un poids total *d i k l* de huit livres ; & un seul homme tirant la corde par *e*, resistera à huit hommes, qui tireroient la cassette des poulies *a o*.

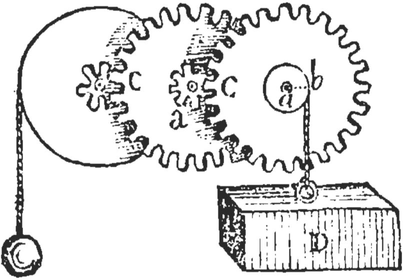
XLVI. De l'aissieu d'une rouë.



Soit la rouë *A C*, son aissieu *A a*, autour duquel est roulée une corde qui porte le poids *d*. Une main est apliquée à la manivelle *C*, pour tourner la rouë, & faire monter le poids *d*. Comme la main est apliquée à une grãde distance du cẽtre *A*, & que le poids au contraire est appliquée à une petite distance du centre *a*, sçavoir *b a*; une petite force en *C* contrebalancera à une grande en *b*; & les deux forces qui se tiendront en équilibre, seront comme *C A* à *b a*, c'est-à-dire, comme la grandeur ou le diametre de la rouë à la grandeur ou au diametre de l'aissieu.

XLVII. Des rouës à dents.

Par le moyen des rouës à dents, on augmen-



te prodigieusement la force; car si la premiere rouë a son demi-diametre *A C* six ou dix fois aussi grand que son aissieu *A B*; une force d'une livre appliquée en *C* contrebalancera le poids *d* de six ou de dix livres. Mais si cette premiere rouë engraine dans le pignon *a* d'une deuxiéme rouë, ensorte que cette deuxiéme rouë soit aussi six ou dix fois plus grande que son pignon; une force d'une livre appliquée en *c* à la circonference de la deuxiéme rouë, fera autant qu'une force de six ou dix livres, qui seroit appliquée au pignon *a*; & cette même force de six ou de dix livres du pignon *a* s'appliquant à la circonference de la premiere rouë

C,

C, ſera autant qu'une force encore ſix ou dix fois plus grande appliquée en *B*. Ainſi une livre en *c* contrebalancera à trente-ſix ou à cent livres en B. Que ſi on ajoûte une troiſiéme, ou une quatriéme roüe, qui ayent auſſi leurs diametres ſix ou dix fois auſſi grands que leurs pignons, la force multipliera toûjours par ſix ou par dix; enſorte qu'une livre *e* appliquée à la circonference de la quatriéme roüe, contrebalancera à mille deux cens quatre-vingt-ſeize, ou à dix mille livres appliquées en *B*.

XLVIII. Machine pour enlever la Terre.

On voit bien qu'en multipliant les roües, on pourroit lever un fardeau auſſi lourd que toute la Terre, ſi l'on pouvoit arrêter la machine en quelque part, & avoir des cables aſſez forts. Et qu'ainſi ce n'étoit pas une propoſition faite en l'air & ſans raiſon, que celle d'Archimede, de qui l'on rapporte qu'il demandoit un point hors de la Terre, pour l'enlever toute entiére de ſa place.

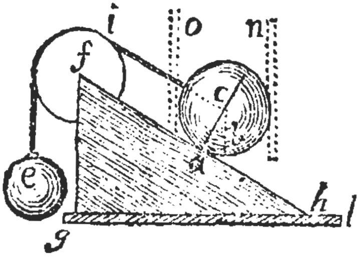
XLIX. La force dans les roües eſt multipliées comme leurs tours.

Afin que les roües puiſſent joüer, il faut neceſſairement que les dents des pignons ſoient égales aux dents de la roüe, les entre deux des dents doivent auſſi être égaux: ainſi le nombre des dents des pignons & des roües ſera toûjours proportiõnel à leurs grandeurs; & ſi la roüe eſt dix fois plus grande que le pignon, elle aura dix fois plus grand nombre de dents,

& par conséquent le pignon fera dix fois plus de tours que la rouë. De sorte que pour mesurer la force des rouës, il ne faut que sçavoir le nombre des dents, & voir combien de tours fait un pignon, lorsque la derniere rouë fait un tour. Par exemple, si l'on trouve ici que le pignon de la troisiéme rouë fait trente six tours, quand l'aissieu *A B* de la premiere rouë en fait un, on doit conclure qu'une livre appliquée au troisiéme pignon contrebalanceroit à trente-six livres appliquées à l'aissieu *B*; & si une livre appliquée à la circonference de la troisiéme rouë, qu'on suppose encore six fois plus grande que son pignon, elle aura encore six fois plus de force, & contrebalancera à deux cens seize livres penduës par *B*.

L. Du plan incliné.

Soit le *plan Horizontal g h*, c'est-à-dire, une table mise à niveau, qui ne panche ni d'une part ni d'une autre. Soit encore *le plan incliné h f*, c'est-à-dire, une table qui panche d'un côté. Une boule mise sur ce plan est arrêtée par le moyen d'une corde *c i*, qui étant parallele au plan incliné, & passant pardessus la poulie *f* soûtient un poids *e*; en sorte que ce poids *e* ti-



rant de son côté pour faire monter la boule, & la boule de sa part resistant par sa pesanteur, il se fait un équilibre. je dis que le poids qui s'apuye ainsi sur le plan incliné, pesera plus que le poids qui est suspendu en l'air ; & que tirant une perpendiculaire *f g* à l'horizon, le poids *c* sera au poids *e*, comme *b f* est à *f g*.

L I. *Force d'un poids sur le plan incliné.*

Car imaginons que tout le poids de cette boule est ramassé dans une ligne ou dans un bâton *a c*, perpendiculaire au plan *b f*, qui a son centre de gravité en *c*, comme l'y avoit la boule, & qui est appuyé en *a* comme l'étoit aussi la boule. Il est visible que la corde *i c* sera tirée par le poids de ce bâton, de même qu'elle l'étoit par la boule. Imaginons encore que ce bâton est non seulement appuyé sur le bout *a*, mais qu'il y est comme attaché ; en sorte néanmoins qu'il puisse y tourner comme sur un pivot, pour se pancher vers *b*, ou pour se hausser vers *i*. Tirons l'horizontale *a b*, & la perpendiculaire *c b*, nous pouvons considerer *c a b* comme une balance, dont le centre est *a*, un bras *a c*, ensorte que le poids *e* est appliqué en *c*, & le tire perpendiculairement vers *i* ; l'autre bras est *a b*, en sorte que le bâton *a c* est appliqué au point *b* (32.) Ainsi le poids *e* tirant d'un côté, & le bâton tirant d'un autre, & ces deux corps demeurant en équilibre, il faudra que le poids du bâton *a c* soit au poids *e*, comme la distance *a c* à la distance *a b* (25, ou 32.) or *a c* est à *a b*, cóme *b f* à *f g*; parce que ces deux triãgles *b c* & *f g b* sont semblables. Car ils ont premierement un angle droit $b \& g$; ensuite l'angle $b\,a\,h$ étant égal à l'angle $a\,h\,g$ (Geom. 1. 31.) il faut que leurs complemens $b\,a\,c$ & $h\,f\,g$ soient égaux. Il est manifeste que la boule fait le même effet que feroit ce bâton ainsi apliqué: donc aussi le poids de la boule est au poids e comme $h\,f$ à $f\,g$; ce qu'il falloit démontrer.

LII. Remarque sur une loi du mouvement proposée au Discours du mouvement Local.

Avant que de passer outre, il est bon de faire ici quelque reflexion, qui peut servir d'éclaircissement, pour l'intelligence d'une loi de mouvement, qui a paru fort étrange à plusieurs de ceux qui l'ont vûë dans le Discours du mouvement Local. Aprés avoir établi dans cet ouvrage ce qu'on a crû qui arriveroit aux corps dans les percussions, on a avancé au §. 31. que tout cela s'observeroit, lors même que les corps qui se rencontrent seroient inégaux, quoique l'experience, comme on l'a fait remarquer dans ce même endroit, nous montre le contraire; puisque nous voyons qu'une petite boule venant à en fraper une plus grande, ne lui donne pas toute sa vitesse. D'où vient que la plûpart de ceux qui ont traité de ces regles de percussion, ont distingué la vitesse d'avec le mouvement, & ils ont crû qu'un égal mouvement communiqué à un corps deux fois plus grand, ne doit faire qu'une vitesse deux fois plus petite. Car comme une certaine quantité de sel jetté dans un demi sceau d'eau, doit faire une salure deux fois plus grande que si la même quantité étoit jettée dans un ſceau d'eau tout plein ; auſſi ces Meſſieurs penſent que la même quantité de mouvement étant diſtribuée à deux fois plus de parties, & à un corps deux fois plus grand, doit faire une vîteſſe deux fois plus petite ; & qu'ainſi un petit corps ne pouvant donner à un grand corps qu'il rencontre tout au plus que ſon mouvement, il ne peut lui donner toute ſa vîteſſe, puiſque ce mouvement doit faire une vîteſſe à proportion d'autant plus petite, qu'il eſt diſtribué à plus de parties, & à un plus grand corps.

LIII. Le mouvement ne ſe diſtribuë pas aux parties du corps, comme le ſel aux parties de l'eau.

Je ne ſçai pas quelle idée on a du mouvement quand on le conſidere ainſi comme du ſel, qui étant diſtribué dans pluſieurs parties du corps, y fait une vîteſſe, comme de la ſalure, plus grande ou plus petite, à proportion de la multitude des parties du corps où il eſt diſtribué. Je ne conçois point que le mouvement ſoit communiqué ou diſtribué, ſinon en ce que l'on vient à faire mouvoir quelque corps, & toutes ſes parties : une petite boule ne tranſporte pas ſon mouvement dans une autre boule qu'elle frape, mais en frapant elle la meut. La queſtion eſt maintenant de ſçavoir, ſi elle en peut mouvoir également une grande & une petite ; & il me ſemble que dans la ſupoſition que nous avons faite, & où nous convenons tous, à conſiderer les corps comme dans le vuide, ſans peſanteur, ſans legereté, & ſans aucun autre empêchement ; il me ſemble, dis-je, aſſez manifeſte que dans ce cas il ne faut pas plus de force à mouvoir un grand corps, qu'à en mouvoir un petit; & qu'il n'y aura pas plus de peine à mouvoir dix parties, qu'à en mouvoir cinq, puisque ni les cinq, ni les dix ne font aucune resistance Et certainement, puisque une boule en frapant contre une autre boule qui lui est égale, peut la mouvoir, & en la mouvant, lui donner toute sa vîtesse, comme tout le monde en convient; si nous venons à considerer cette seconde boule jointe à une troisiéme qui n'ajoûte aucune nouvelle resistance; n'est il pas visible que la même force qui suffisoit pour mouvoir cette seconde boule, quand elle étoit seule, suffira aussi pour la mouvoir avec la même vitesse, quand elle est jointe à cette troisiéme, qui n'aporte aucune nouvelle difficulté? Il est bien vrai que dans l'état où nous sommes, nous avons plus de peine à remuer une grosse pierre, qu'à en remuer une petite; mais il n'y a personne qui ne sçache que cela vient de la resistance que cause la pesanteur de ces pierres. Car si la grande pierre n'étoit pas plus pesante que la petite, il n'y a point de doute que nous la pourrions mouvoir avec la même facilité.

LIV. Ce que dit M. Descartes de la resistance des corps dans le repos, n'est pas raisonnable.

M. Descartes soûtient que les corps sans aucune pesanteur, ont d'eux mêmes la force de s'attacher dans le lieu où ils sont en repos; en sorte qu'il y a de la peine à les arracher de là; mais cela est inconcevable: car le moyen de concevoir, qu'un corps puisse s'attacher dans le vuide à un lieu où il n'y a rien, ou du moins où il n'y a rien de ferme & de solide? Afin qu'un corps s'attache & adhere en quelque part, il faut qu'il y trouve quelque corps solide & inébranlable, auquel il puisse s'accrocher, comme fait l'anchre d'un navire qui s'attache sur le roc. Mais quel moyen qu'un vaisseau s'attache inébranlablement au milieu de la mer sur la fluidité de l'eau où il flotte? Par quel lien un corps suspendu au milieu de l'air, pourroit-il se cramponer là sans branler, & y resister à quiconque viendroit s'éforcer de lui faire changer de place; à plus forte raison, comment peut-on s'imaginer qu'un corps puisse s'accrocher dans le vuide pour y demeurer inébranlable, & resister à tout ce qui feroit effort de le tirer de là? Certainement, j'ai bien de la peine à me persuader que ces Messieurs conçoivent clairement ce qu'ils disent en ceci, eux qui font profession de ne rien avancer qui ne se puisse concevoir aisément. Mais sans m'arrêter davantage à faire voir combien peu intelligible est ce sentiment de Monsieur Descartes; j'espere que dans la suite de ces discours de Méchanique, on verra qu'il est entiérement contraire à la nature. Nous ne sçaurions imaginer dans les corps aucune resistance de leur part plus forte & plus efficace que celle que nous experimentons qu'ils font par leur pesanteur; cependant je me fais fort de démontrer dans le discours du mouvement des corps pésans, qu'un petit grain de sable, en tombant sur un plat de balance, feroit lever l'autre plat, où seroit un autre poids aussi lourd, si vous voulez, que toute la terre, & lui donneroit toute la vitesse qu'il avoit lui-même en descendant; & je tiendrai tout cela si plausible,

& le confirmerai même par tant d'experiences, que j'espere qu'on ne trouvera plus étrange ce que j'ai avancé dans ce §. 31.

LV. Qu'un petit corps peut donner toute sa vîtesse à un grand corps.

Cependant pour me servir maintenant de ce que je viens d'établir dans ce discours touchant les plans inclinez. Nous pouvons considerer les poids homogénes *e* & *c* (fig. de la page 249.) qui étant en équilibre, sont néanmoins fort inégaux, ensorte que *c* peut être dix fois & cent fois plus grand que n'est *e*. Dans ce cas, si nous venons à ajoûter quelque chose, pour petit qu'il soit, au poids *e*, ce poids l'emportera, & en descendant il fera monter avec une égale vîtesse l'autre poids *c*. Il est donc visible que ce petit corps *e* peut non seulement mouvoir un corps dix fois & cent fois plus grand que lui, mais encore lui donner toute sa vîtesse, ce qui suffit pour démontrer ce que je prétendois.

LVI. Un corps plat sur un plan incliné.

Si au lieu d'une boule nous imaginons un corps plat, & que les surfaces de ce corps & du plan incliné fussent si polies, que ce corps pût glisser sans nulle résistance ; nous concevions que ce corps feroit le même effort que la boule pour descendre; & toute la difference que nous remarquons maintenant, lorsque nous voyons qu'une boule descend plus aisément que ne fait un corps plat, vient de ce que les surfaces ne sont jamais si polies, qu'elles n'ayent quelque rudesse, qui fait que l'une racle contre l'autre,

tre, & est par ce moyen un peu empêchée dans le mouvement.

LVII. Proportion de la force à descendre dans le plan incliné.

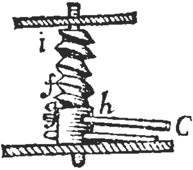
Ainsi generalement on peut poser que l'effort que fait un corps à descendre par un plan incliné *f h*, est à toute sa pesanteur, comme la perpendiculaire *f g* (fig. de la page 248.) au plan incliné ; ou bien comme le sinus de l'angle d'inclination *f h g*, est au sinus total.

LVIII. Du Coin.

Par là on connoît la force du Coin ; car imaginant tout le corps *f h g* (fig. de la page 259.) comme un coin ; si au lieu d'imaginer que le poids *c* est tiré en haut vers *f*, on supose que le coin est poussé vers *l*, tandis que le corps *c* est renfermé dans une coulisse *n o*, dans laquelle il peut hausser ou baisser ; il est évident que le corps *c* resistera par sa pesanteur, & fera effort pour empêcher ce mouvement du Coin. Cet effort sera le même que celui qu'il faisoit pour s'empêcher d'être porté lui-même vers *f* dans les propositions precedentes, car il est bien visible que ce sera toûjours la même resistance, soit que le Coin demeurant immobile, le corps *c* monte vers *f*, ou que le corps *c* demeurant enfermé dans la coulisse *n o*, le Coin soit poussé vers *l*. Ainsi la force qui suffiroit pour porter le corps *c* en haut vers *f*, suffira aussi pour pousser le Coin vers *l*. De sorte que le Coin se pourra pousser d'autant plus facilement, qu'il sera plus aigu, & que sa face *h f* sera plus longue à proportion de sa base *f g*.

LIX. De la Vis.

La force de la Vis se connoît encore par là, puisque la Vis n'est autre chose qu'une surface inclinée, entortillée autour d'un arbre ou d'un aissieu. Ainsi imaginant qu'un corps qui resiste



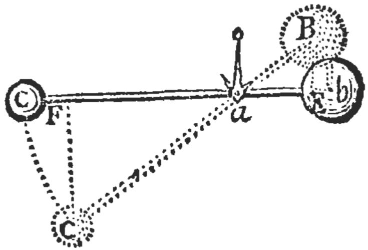
au mouvement d'en haut est apliqué en *h*, au bas du premier tour de la Vis, en tournant la Vis d'un demi tour, on contraindroit ce corps de monter jusqu'à la hauteur *f*; & la force qu'il faudroit employer pour cela seroit à sa resistance, comme la hauteur *g f* à la longueur du demi-tour *h f*; ou comme toute la hauteur de la Vis *g i*, à toute la longueur entortillée des spires de la Vis. Que si l'on ajoûte un traversier à cette Vis comme une barre *c*, on augmentera encore la force de la Vis, d'autant plus que cette barre sera plus longue, & que la main sera apliquée plus loin de l'aissieu.

L X. De la Vis sans fin.

On fait encore une Vis qui engraine dans une rouë à dents; & c'est ce qu'on apelle la *Vis sans fin.* Car la tournant avec une manivelle, elle fait tourner la rouë, & cela a une très-grande force.

LXI. *En toute machine le mouvement est proportionnel à la force.*

Dans toutes ces forces mouvantes on peut remarquer que le mouvement perpendiculaire que font le poids en même tems pour monter ou pour descendre, est toûjours réciproquement proportionnel aux mêmes poids. Par exemple, dans la balance *b a c*, le petit poids *c* des-



cendant dans l'arc *c C* en même tems que le grand poids *b* monte dans l'arc *b B*; on voit bien que la hauteur perpendiculaire C F est à la hauteur B E comme le bras *a c* au bras *a b*; c'est-à-dire, (en suposant que ces deux poids sont en équilibre) comme le poids *b* au poids *c*; & il est fort aisé de montrer cela dans les poulies & dans toutes les autres machines.

LXII. *Principe de Méchanique pris du tems & du mouvement.*

Aussi quelques-uns en ont fait un principe pour démontrer, la raison de toutes les forces mouvantes; & il semble bien évident, qu'il ne faut ni plus ni moins de force pour porter un poids de cent livres à un pied de haut, que pour en porter un d'une livre à cent pieds de haut : de ſorte qu'un poids d'une livre deſcendant de la hauteur de cent pieds, contrebalancera à un poids de cent livres dans la hauteur d'un pied. Ce principe a quelque choſe qui ne ſatisfait pas ſi parfaitement l'eſprit, qu'il ſuffiſe pour faire des démonſtrations. Il eſt neanmoins tres veritable, & aprés les démonſtrations que je viens de faire touchant les Forces Mouvantes, on peut le mettre hardiment comme indubitable.

LXIII. Le mouvement perpetuel par méchanique eſt impoſſible.

D'où l'on peut faire voir que ceux-là perdent leur tems, qui cherchent le moyen de faire le mouvement perpetuel par la Statique. Pour cela il faudroit neceſſairement que de certains corps deſcendiſſent, & que d'autres montaſſent, enſorte que les mêmes qui ſont une fois montez, ſoient auſſi ceux qui deſcendent aprés, pour perpetuer ainſi le mouvement, par une ſucceſſion & une circulation continuelle. Mais il eſt manifeſte que dans ces rencontres tout ce qui deſcend, doit monter Si ce qui doit monter eſt égal à ce qui doit deſcendre en même-tems, il n'eſt pas poſſible que le mouvement ſe faſſe de lui-même, puiſqu'un poids égal ne peut pas de cette ſorte en ſurmonter un autre égal. Si ce qui deſcend eſt plus grand que ce qui monte en même-tems, il faut neceſſairement que la vîteſſe de ce qui deſcend ſoit à proportion plus petite ; enſorte que comme le poids qui deſcend eſt à ce ui qui monte, ainſi soit la vîtesse de celui qui monte à la vîtesse de celui qui descend : autrement la succession ne pourroit pas être perpetuelle, & il monteroit plus de corps qu'il n'en descendroit, ou au contraire, il en descendroit plus qu'il n'en monteroit ; & ainsi la machine seroit bientôt épuisée. Que si la vîtesse de ce qui descend est à la vîtesse de ce qui monte, en raison réciproque des poids ou des corps, il y aura équilibre, & rien ne bougera.

LXIV. Exemple qui démontre l'impossibilité du mouvement perpetuel.

Il est bon de raporter un exemple. J'ai vû une personne qui croyoit avoir trouvé le mouvement perpetuel en cette maniere. Soit une rouë qui puisse tourner très-librement autour de son aissieu fixe *a*. Dans cette rouë il y a un petit canal fait en volute partant du centre *a*, & faisant plusieurs tours jusqu'à la circonference, après quoi ce canal revient en demi-cercle par *f g* jusqu'au centre *a*, où il se rejoint à l'œil de la volute. Imaginons une bale de plomb, ou une goute de vif-

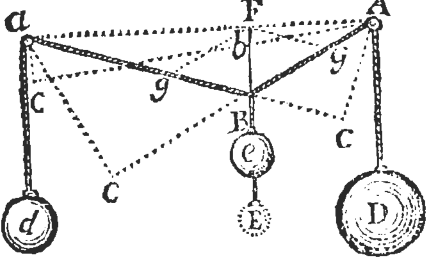
argent dans le commencement de la volute *b*; cette goûte, ou cette bale suivant la pente de la volute, descendra au plus bas lieu, & fera tourner toute la rouë. Après que la rouë a fait un tour, & que la bale est descenduë en *c*, mettez une autre bale encore en *b*; alors ces deux bales feront tourner la rouë encore plus vîte; & quand après un second tour les deux bales se trouveront en *d* & en *c*, mettez-en encore une troisiéme en *b*, & puis derechef une quatriéme après un troisiéme tour, & une cinquiéme après le quatriéme tour. Le cinquiéme tour commençant, la bale qui avoit été mise la premiere sera emportée en *f*; & si la rouë continuë de tourner, cette même bale coulera par *g*, & reviendra ainsi au commencement de la volute *a* ou *b*, & recommencera à descendre, & à faire tourner la rouë. Cette personne croyoit que la rouë devoit continuer de tourner, parce que, disoit il, il y a quatre bales *b*, *c*, *d*, *e*, qui font effort pour descendre, & pour faire tourner la rouë, au lieu qu'il n'y a qu'une seule bale en *f* ou en *g* qui monte & qui resiste au mouvement de la rouë: Or quatre bales, disoit-il, en surmonteront bien aisément une seule. Mais il est bien manifeste que cette bale unique qui monte, monte quatre fois plus vîte que les autres quatre bales ne descendent, & que le même chemin qu'a fait une bale en descendant en quatre tours, doit être fait après en montant en un seul tour. Ainsi chacune de ces bales qui descendent, n'agira que de la quatriéme partie de la force dont agit celle qui monte, & par conséquent celle-ci contrebalancera à toutes les quatre.

LXV. Cette démonstration se peut appliquer à tout autre exemple.

Cet exemple est fort propre pour faire comprendre l'impossibilité du mouvement perpetuel : car on peut en apliquer le discours à tout autre exemple possible, où l'on voudroit faire monter quelque liqueur, ou quelque autre corps, par la propre pesanteur de quelques autres poids, ou de quelques autres parties de liqueur qui descendroient, & qui devroient ensuite remonter elles mêmes pour perpetuer le mouvement par une circulation continuelle.

LXVI. Des poids suspendus au milieu d'une corde attachée par les deux bouts.

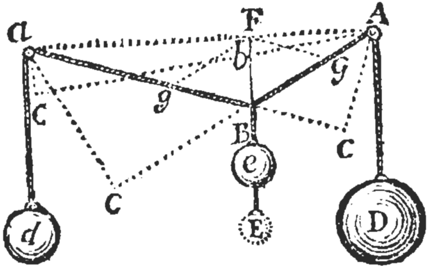
Imaginons une corde passant par-dessus



deux poulies *a* & A, & soûtenant par les deux bouts les deux poids *d* & D. Soit de plus un troisiéme poids *e* suspendu du point B de la même corde entre les deux poulies, & que tout cela demeure en équilibre, en sorte que la corde se replie en B, & fasse l'angle *a* B A. Pour mesurer la proportion des poids, continuons la ligne de direction *e* B jusqu'en F. Tirons F G, F *g*, paralleles aux deux cordes *a* B, A B. Je dis que le poids *e* est au poids D, comme la ligne B F à la ligne B G, & que le même poids *e* est au poids *d*, comme la ligne B F est à la ligne B *g*; & que par consequent D. *d* : : B *g*.

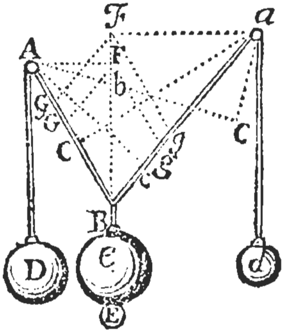
LXVII. Démonstration de leur force.

Pour le prouver, imaginons que les lignes



A C, *a c* tombent perpendiculairement sur les cordes *a* B C, A B *c*, prolongées s'il en est besoin. Imaginons de plus qu'une de ces cordes, par ex. A B, est roidie comme une barre de fer, ensorte néanmoins qu'elle puisse tourner sur le bout A, pour s'élever vers A F, ou pour s'abaisser vers A C. Le poids *e* suspendu de B tirera en bas cette barre, & sa force se mesurera par la ligne A F (que je supose perpendiculaire à B F) comme s'il étoit suspendû d'F. (32.) Mais le poids *d* attaché aussi à B par la corde B *a d*, tirera la barre en haut, & sa force se mesurera par la ligne A C, comme s'il étoit attaché en C. (32.) Ainsi les deux poids *e* & *d* demeurant en équilibre, *e* sera à *d*, comme A C à A F. (25. ou 32.) c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle A B C au sinus de l'angle A B F : Car si du point B, comme du centre, on tiroit un cercle par A ; B A seroit le rayon, ou le sinus total, & A C le sinus de l'angle A B C, & A F le sinus de l'angle A B F, (Geom. 4. 9.) mais d'ailleurs F *g* étant parallele à A B, l'angle F *g* B est égal à l'angle A B C, & l'angle B F *g* à l'angle A B F. (Geom. 1. 31.) Donc (Geom. 9. 36.) F B est à B *g*, comme le sinus de l'angle F *g* B au sinus de l'angle B F *g*, c'est-à-dire, comme C A est à F A, ou comme *e* à *d*. Par même raison on prouvera que *e*. D :: *a e*. *a* F :: B F B C. ce qu'il falloit montrer.

Remarquez que dans la figure suivante, l'angle *a* B A étant aigu, est égal à l'angle *a* g F, mais que F B est toûjours à B g, comme le sinus de l'angle F g B, (c'est-à-dire, de son angle de suite F g *e*) au sinus de l'angle B F g, c'est-à-dire, comme A *c* à A F. Remarquez encore qu'il n'importe point que les points *a* & A soient également élevez : car ayant tiré *a F* ou A F perpendiculaire à la ligne de direction B *e*, on peut prendre indifferemment lequel on voudra des points F ou F, & tirer les paralleles F g, F G, ou bien F G, *F G* : Car on voit bien que les parallelogrammes g F G B, & *g F G B* étant sembla-



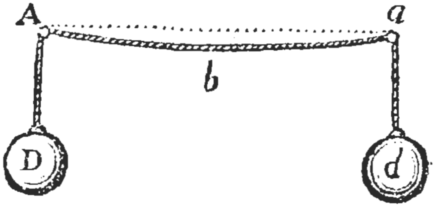
bles, leurs côtez & leur diametre auront toûjours les mêmes proportions : ainsi on peut prendre le point F indifferemment où l'on veut dans la ligne de direction, même hors la perpendiculaire tirée d'*a* ou d'A.

LXVIII. Cette force est prodigieuse.

Quelque grands que soient les poids *d*, D, & quelque petit que soit le poids *e* ou E, celui-ci suffira neanmoins pour faire baisser un peu la corde *a* A, & pour faire monter ces poids *d* D : (Voyez aussi la fig. de la page 272.) Car on pourra toûjours prendre une ligne *a* c si petite, qu'elle sera à *a* F, comme E à D ; & alors faisant le triangle rectangle *a* c A, le poids fera descendre la corde jusqu'en *b*.

LXIX. Il est impossible de bien tendre une corde.

D'où il suit une chose trés remarquable, sçavoir, qu'il n'y a point de force imaginable, qui puisse tirer tellement une corde, que celle-ci demeure parfaitement droite. Car

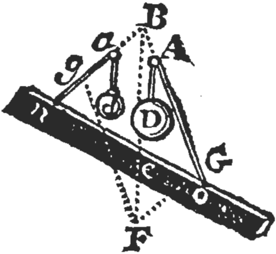


quelque prodigieuse que soit cette force, on le pourra exprimer par de grands poids *d*, D, qui la tireront ; mais comme la corde a elle-même quelque pesanteur, cette pesanteur suffira pour faire courber un peu la corde *a b* A, & pour élever les poids *d* D.

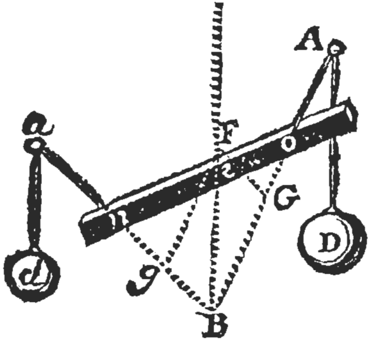
LXX. Situation des corps suspendus par deux cordes.

Lorsqu'un corps *o n*, (figure suivante,) dont le centre de gravité est *e*, est suspendu par deux cordes *o* A, *n a*, ces cordes s'inclinent en telle sorte, qu'étant continuées, elles se croiseroient dans la ligne de direction *e* B. Car si dans la premiere figure on allongeoit la corde *o* A jusqu'en B, & qu'on l'arrêtât là, il est manifeste que le corps demeureroit en même situation, puisque les directions ne changeroient nullement. De même la corde *n a* allongée aussi jusqu'en B, & arrêtée-là, soûtiendroit le corps en même situation qu'auparavant. Ainsi au lieu d'attacher les cordes aux deux points *a* & A, si on les attachoit au point unique B, le corps demeureroit suspendu comme auparavant, & par conséquent le centre *e* seroit perpendicu-

1



2



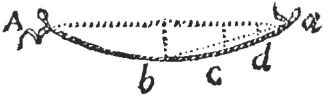
lairement sous B. (22.) Mais dans la 2. fig. il faudroit imaginer que les cordes prolongées jusqu'au point commun B, se roidissent comme des barres pour pouvoir soûtenir le corps *o n*; car ce corps ainsi apuyé sur *o* B, *n* B demeureroit, comme lorsqu'il est soûtenu par les cordes A *o*, *a n*; ainsi le centre *e* se trouveroit perpendiculairement sur le point B. (14.) Je ne m'arrête pas à prouver que ces cordes (lors qu'elles ne sont pas paralleles) se doivent croiser en quelque point; car il est assez manifeste que les points *n* A, *o n* sont en même plan.

LXXI. Force de leur traction.

Ces corps suspendus étant inclinez, tireront diversement les cordes qui les soûtiennent; & la force de la traction se mesure comme dans l'article 67. en prenant dans la ligne de direction un point F, & tirant les paralleles F G, F *g*. Car la force du poids *o n* étant exprimée par la ligne F B, la ligne B G exprimera la force dont la corde *o* A est tirée, & la ligne B *g* celle de la corde *n a*. Ce qui se peut exprimer encore par les deux poids D & *d*, qui seroient au corps *n o*, comme les lignes B G, B *g* à la ligne B F. On pourroit encore considerer ces corps soûtenus par trois cordes, ou par davantage; mais outre que cela nous conduiroit trop loin, chacun pourra faire de lui-même toutes ces reflexions.

LXXII. Les cordes attachées par les deux bouts se courbent par tout.

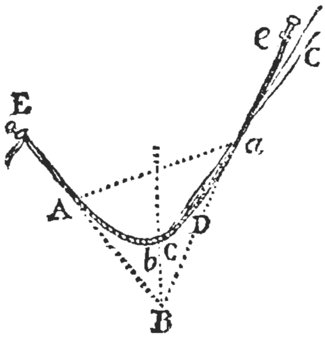
Si un poids long & flexible, (comme une corde) est attaché par les deux bouts, il ployera en ligne courbe, pourvû qu'il soit tant soit peu lache.



Car les deux bouts étant *a* A, la pesanteur fera baisser le point *b* au dessous de la ligne droite *a* A. Et de même le point *c* s'abaissera au dessous de la ligne droite *a b*, & le point *d* au dessous de la droite *a c*; ainsi de tous les autres points imaginables : ce qui doit faire une ligne courbe *a d c b* A.

LXXIII. Propriété des tangentes de cette courbure.

Ce poids *a b* A ainsi suspendu des bouts attachez en *a* A, demeureroit en même situation, si l'on tiroit les tangentes *a c*, A E, & qu'on le suspendît par les points *c* E. (Il faut imaginer que ces tangentes n'ont nulle pesanteur;) car la corde *a b* A demeureroit en même situation, quand on imagineroit que la partie *a* C est roidie, & que la seule partie C *b* A est flexible, quoique l'on supose que cette partie *a* C ainsi roidie puisse se tourner autour d'*a*, pour se hausser vers *a* A, ou pour s'abaisser vers *a* B. Que si au lieu de cette partie courbe & roidie *a* D C, on met une verge droite *a* C, tout



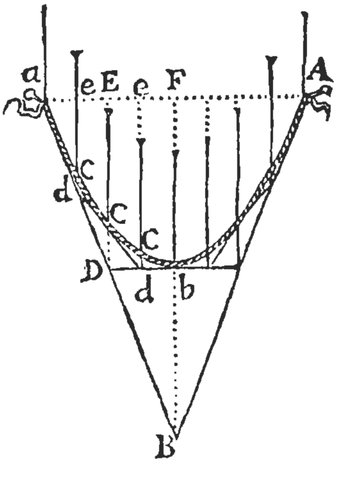
le reste C *b* A demeurera encore en même situation, pourvû néanmoins qu'on imagine que toute la force, dont la partie *a* D C tiroit en bas le point C, soit ramassée au même point C, par un poids suspendu par C, qui tire en bas, comme faisoit toute la partie courbe *a* D C : car il n'importe de rien que la verge qui soûtient par les bouts *a* & C soit droite ou courbe, ou de quelque autre nature, pourvû que l'effort de son extrémité C soit toûjours le même, comme nous suposons qu'il est ici. Donc aussi en prolongeant cette verge en droite ligne vers *e*, & l'attachant en *e*, tout le reste demeurera comme il étoit auparavant ; & enfin, si cette verge vient à se rendre flexible comme un filet, rien ne bougera. Par même raison, imaginant un filet flexible D *a* *d* attaché en *d*, tout le reste de la corde D C *b* A demeurera en même situation. Ainsi faisant aprocher le point D du point *a* tant que l'on voudra, & attachant le filet en *d* ; toûjours le reste de la corde D *b* A demeurera en même situation. Or plus le point D sera près du point *a*, plus aussi la ligne D *a* *d* s'aprochera de la tangente *a* *e* ; de sorte que les deux points D & *a* concourant au même point *a*, les deux lignes *a* *d* & *a* *e* concourront aussi en même ligne *a* *e*. Ainsi suspendant la corde *a* *b* A par la tangente *e* *a*, l'autre bout demeurant attaché en A, toute la disposition de la corde sera la même que si elle étoit suspenduë par les bouts *a* & A. Par même raison étant encore attachée au point E par la tangente A E, sa situation ne changera point. Ainsi nous avons prouvé ce que nous pretendions.

LXXIV. Centre de gravité des corps courbes.

Les Tangentes continuées se croisent dans la ligne de direction continuée F *b* B (70. & 73.) figure de la page 279. & celle-ci.) De sorte qu'élevant la perpendiculaire du point commun B, on trouveroit le centre de gravité *b* de la corde A *b a*.

LXXV. Les chaînes & les cordes ordinaires ne se courbent pas en parabole.

Quelques-uns ont pensé que les cordes & les chaînes attachées par les deux bouts se courboient en ligne parabolique. Mais cela n'est pas vrai dans les chaînes ni dans les cordes qui ne se peuvent pas allonger aisément.



Car

Car si une chaîne composée de petits anneaux fort délicats étoit dans la figure *a b* A, en tirant les tangentes par *b*, sçavoir *b* D, & par *a*, sçavoir *a* D, ces deux tangentes se couperoient en D dans la ligne de direction D C, de la chaîne *a* C *b* (par la precedente proposition.) Car on peut imaginer que la chaîne est maintenant arrêtée en *a* & en *b* : & alors cette partie *a* C *b* demeureroit dans la même situation qu'elle étoit étant attachée librement aux seuls bouts *a* & A. Ainsi le centre de gravité de la chaîne *a b* seroit en C. Or si la figure *a* C *b* étoit parabolique, la ligne D C E diviseroit *a* F en deux également, mais la partie de la parabole *a* C seroit plus grand que C *b* : & il est fort aise de démontrer que le centre de gravité de la parabole *a b* ne peut pas être en C.

LXXVI. En quel cas un filet se courberoit en parabole.

Mais si nous concevions un filet sans pesanteur, sur lequel fussent appuyées une infinité de lignes également pesantes E C, *e c*, paralleles, (fig. de la page 280.) & également distantes les unes des autres ; alors le filet *a* C *b* A seroit parfaitement parabolique : car le centre de gravité de toutes ces lignes pesantes seroit dans la ligne F *b* B, c'est à dire, au milieu de *a* A. Ainsi les tangentes *a* B, A B se couperoient en cette ligne F *b* B. De même le centre des lignes qui sont entre *a* & F, est dans la ligne E C, c'est à dire, au milieu entre *a* & F. Ainsi les tangentes *b* D, *a* D se devront croiser dans cette ligne E C D. De même les tangentes *b* d, C d se croiseront dans la ligne e c d, c'est-à-dire, au milieu entre E & F, &c. Or c'est là une proprieté de la Parabole, & les Geometres sçavent qu'il n'est point d'autre ligne où cela se rencontre.

LXXVII. Quelles cordes peuvent se courber en Parabole.

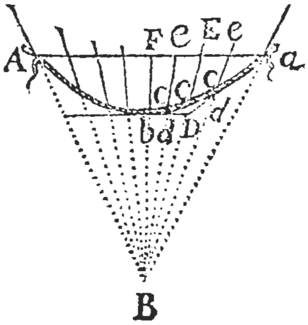
Imaginons maintenant que la pesanteur de toutes ces lignes paralleles, (figure de la page 280.) est distribuée également à toute une corde droite *a* A, attachée par les deux bouts; que cette corde est capable de s'allonger étant tirée; que toutes ces parties tendent en bas par des lignes de direction paralleles : alors la corde se rallongeant, se courbera en effet en parabole; car tout le poids qui étoit en e F, sera en *c b*; celui de E *e* sera en C *c*, & celui d'*a e* sera en *a c*, &c. Ainsi la partie de la corde *a c* sera plus rallongée que *c b*, puisqu'on suppose que toutes ces parties descendent en bas par des lignes paralleles, & que par consequent la partie & le poids *a e* est égal à la partie & au poids *a c*, comme aussi le poids e F égal au poids c *b*.

LXXVIII. Cas particuliers où les cordes seroient courbées en parabole, & cas où elles ne le seroient pas.

Si l'on tendoit bien une corde par les bouts *a* A, en l'appuyant tout le long par dessous, en sorte que sa pesanteur ne pouvant la tirer en bas, elle fût tenduë en ligne droite; & si ensuite on venoit à ôter les appuis, & à laisser faire sa pesanteur, cette corde devroit se rallonger un peu, & se courber ; & sa courbure seroit alors parabolique. Ceci suit des precedentes propositions, car les parties de cette corde ne se baissant que par l'effort de leur pesanteur, qui les fait rallonger, elles doivent descendre suivant leurs lignes de direction, qui sont censées paralleles, puisqu'elles ne se rallongent qu'autant que leur pesanteur les tire.

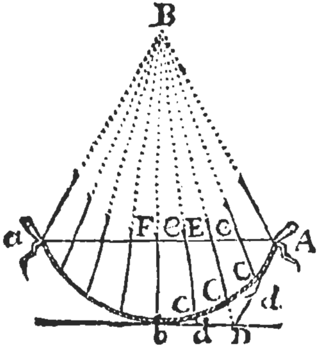
LXXIX. *Cas ausquels les cordes se courbent en Hyperbole & en Ellipse.*

Si l'on suppose que les lignes de direction F *b*, E C, *e c*, ne sont pas paralleles, mais qu'elles concourent en bas au point B, la corde se rallongeant, se courberoit en Hyperbole. Mais si les lignes de direction concourent en haut au point B, là (comme en la figure suivante,) la corde se courbera en Ellipse, ou en cercle.



LXXX. Démonstration.

La raison en est, que divisant en deux également l'angle *a* B A par la ligne B F, & l'angle *a* B F par la ligne B E, & l'angle *a* B E par la ligne B *e*, *&c.* & supposant que les portions des lignes *e c*, E c, e c, F *b*, &c. étant également pesantes, sont appuyées sur un filet indivisible ; il est manifeste que le



centre de gravité de toutes les lignes qui sont entre *a* & A se trouvera au milieu, sçavoir en la ligne F *b* prolongée, s'il en est besoin ; & le centre de celles qui sont entre *a* & F se trouvera aussi en la ligne de leur milieu, sçavoir en E C, *&c.* Ainsi tirant des tangentes par *a* & par *b*, qui se croisent en D, le point D se devra trouver dans la ligne E C prolongée vers B ; & de même tirant la tangente par C, qui coupe *b* D en d, & *a* D en *d*, les points d & *d* se devront trouver dans les lignes e c, & *e c* prolongées vers B. Or ceux qui ont la connoissance des Sections Coniques, pourront aisément démontrer que ce sont là des proprietez essentielles de ces sections, & que generalement en toute ſection Conique, (Parabole, Hyperbole, Ellipſe, ou Cercle) deux tangentes quelconques (a D., b D.) ſe coupent en un point (D.) enſorte que tirant par ce point (D) une ligne vers le foyer oppoſé B, on diviſe également par cette ligne (B D) l'angle (a B b) compris entre les deux lignes de direction, qui paſſent par les deux points (a & b) d'où l'on a tiré les tangentes. Remarquez que dans la parabole le foyer oppoſé étant infiniment éloigné, (figure de la page 280.) c'eſt-à-dire, les lignes de direction ne concourant nullement, & étant paralleles; la ligne de direction qui paſſera par le point (D) où les tangentes ſe coupent, ſera cenſée diviſer l'angle en deux également, en ce qu'elle diviſera également tout l'eſpace.

LXXXI. Les cordes tenduës ſont en effet hyperboliques.

Ainſi nous devons dire que les cordes bien tenduës, & qui par leur propre poids ſe courbent un peu en ſe rallongeant, ſont courbées veritablement en Hyperbole, & non pas en Parabole; puiſque en effet les lignes de direction ne ſont pas paralleles, & qu'elles concourent toutes au centre de la terre.

LXXXII. Les ſurfaces étenduës ſe courbent auſſi, & ſe font convexes en bas.

On pourroit appliquer ceci aux ſurfaces, & il eſt aiſé de comprendre qu'une voile attachée par le haut & par le bas à deux vergues paralleles, ou par les côtez à deux mas aussi paralleles, étant enflée par le vent, se courberoit en prisme parabolique. Nous voyons aussi qu'un linceul tendu par les quatre coins se courbe en bas par son propre poids, & prend une figure convexe. Que si au lieu d'un linceul on imaginoit une placque de quelque matiére qui peut s'étendre aisément, comme la cire ou le verre fondu, & que cette placque fût posée horizontalement sur une grande ouverture ronde, alors cette placque s'étendroit en prenant à peu près la figure parabolique.

LXXXIII. Usage qu'on peut faire de ceci dans l'Optique, pour faire des verres Elliptiques, Hyperboliques & Paraboliques.

Peut-être que ceci seroit de quelque utilité dans l'Optique pour les Miroirs & pour les Lunettes : car l'on pourroit par ce moyen faire des Miroirs de verre Elliptiques, & Hyperboliques, ou Paraboliques, sans doute plus aisément, & peut-être plus exactement que par les autres inventions qu'on a essayées jusques ici. Car si après avoir posé horizontalement une glace bien polie & assez mince sur une placque de fer percée en rond, on trouvoit le moyen de souffler dessus avec violence, en faisant venir le souffle d'un petit trou d'enhaut, (comme du point B, dans la fig. de la page 284.) tandis qu'avec la flamme on fondroit le verre par dessous, on donneroit à ce verre à peu prés la figure Elliptique, qui seroit un Miroir admirable pour un Microscope. Que si au lieu de souffler par dessus, on trouvoit le moyen de succer avec violence par dessous, (comme du point B de la fig. de la page 283) le verre prendroit à peu prés la figure Hyperbolique. Je sçai les difficultez qu'on me peut opposer là-dessus, mais je ne veux pas en dire davantage. Je pourrai le faire, Dieu aidant, dans un Optique que je veux bien-tôt imprimer.

LXXXIV. Quelques corps se rompent étant tirez, d'autres se cassent en ployant.

Les cordes, les metaux & les autres corps dont nous venons de parler, ne se rompent pas en ployant, mais seulement quand on les tire avec trop de violence. Il y a d'autres corps au contraire, qui étant brusques, resistent à la traction, & se cassent aisément, quand on fait effort pour les faire ployer, comme le verre, les pierres & le bois sec. Ainsi on ne sçauroit rompre un bâton, en le tirant par les deux bouts, mais on le fera en le ployant contre le genou. Je ne veux pas m'arrêter ici à examiner d'où vient cette liaison des parties qui se tiennent ainsi si fort les unes les autres : ce n'est pas une chose aussi aisée à montrer que l'on pourroit s'imaginer ; & quoique ce soit une question qui doit se resoudre par Méchanique, néanmoins je ne veux pas en parler ici, parce que je trouverai quelque autre endroit dans ces discours du mouvement, où je pourrai le faire plus commodément.

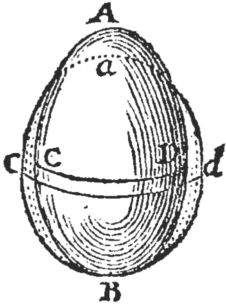
LXXXV. Nul corps ne se rompt qu'à force d'être tiré.

Cependant il est bon de remarquer que nul corps absolument ne se rompt jamais, que quand ses parties sont trop tirées ; & si un verre qui resiste à la traction se casse quand on le veut faire ployer, c'est que par le moyen de cette inflexion, on tire les parties convexes avec plus d'effort qu'on ne sçauroit faire en tirant droit le verre par les deux bouts, comme l'on pourra voir dans la suite de ce discours.

LXXXVI. Difficulté de casser un œuf en le pressant de bout en bout.

C'est pour cela qu'on trouve une si prodigieuse resistance dans un œuf qu'on voudroit écraser en le pressant de bout en bout entre les deux mains : ce qui paroît bien surprenant à ceux qui n'en sçavent pas la raison, vû que la coque des œufs est si fraisle, & qu'on peut les rompre avec tant de facilité, lorsqu'on les presse en d'autres sens. La raison de ceci est, que la coque étant brusque, ne peut se rompre, à moins qu'elle ne ploye : or quand on presse l'œuf par les deux bouts, sa coque ne sçauroit ployer. Car imaginons l'œuf A B, & qu'on le presse pour faire approcher les deux bouts. Afin que le bout A s'approchât de B, & qu'il fût par exemple en *a*, il faudroit que les côtez C D s'élargissent comme l'on voit en *c d*, ensorte que tout le tour *c d* fût plus grand que n'est le tour C D ; ce qui ne se peut faire, parce que la coque d'œuf ne peut point s'allonger,

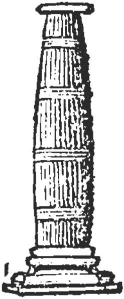
longer, & toute fraîle qu'elle est, elle peut neanmoins assés resister à la force qui la tireroit Ainsi le tour de l'œuf C D ne pouvant se dilater, les surfaces A C B, A D B ne peuvent aussi se courber, ni par consequent se rompre. Il n'en va pas de même, quand on presse l'œuf par



les côtez, parce que le contour de l'œuf pris en ce sens n'étant pas rond, mais ovale, peut changer de figure sans s'allonger; & ainsi la coque peut ployer, & par consequent se rompre.

LXXXVII. Force des colonnes.

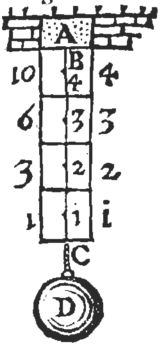
Ainsi l'on peut faire des colonnes de planches de bois, qui seront très-fortes; car si on les joint ensemble comme les doiles des barriques, en leur donnant une petite courbure, & les environnant de quelques cercles de fer, ces colonnes ainsi creuses seront capables de supporter de très-pesants fardeaux. Il y a apparence que les anciens Architectes ont eu égard à ceci dans la construction des colonnes



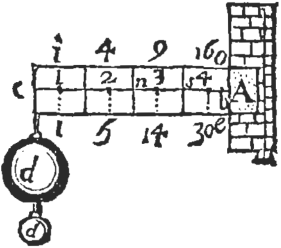
qu'ils ont fait rondes & un peu renflées.

LXXXVIII. Un bâton resiste plus étant tiré qu'étant ployé.

Imaginons un bâton B C attaché par le bout d'enhaut à un plancher inébranlable, & que par l'autre il soûtienne un poids D. Ce bâton aura grande force, & pourra peut-être soûtenir un plus grand poids que quelque gros cable que ce soit. Néanmoins la force de ce bâton n'est pas infinie, & l'on pourroit mettre en D un poids si énorme, qu'enfin le bâton ne pourroit plus resister, & qu'il se



romproit à force d'être tiré, comme feroit un cable. Je suppose que le poids D est le plus grand que le bâton puisse soûtenir sans se rompre ; de sorte que si l'on ajoûtoit quelque chose en D, le bâton se romproit. Imaginons maintenant que ce même bâton est attaché horizontalement par un bout à la muraille *A* (figure de la page suivante) aussi inébranlable, & que par l'autre bout *c* on attache le même poids *d* ; alors ce bâton ne sçauroit resister, & il se rompra infailliblement. Et pour le montrer, imaginons que tout ce bâton soit attaché en A ou *A* dans son extrêmité B ou *b* par une corde A B ou *A b*, & que ce soit cette corde seule qui resiste ou qui soûtienne tout le corps B C D ou *b c d*, il est certain que le



poids *d* tirera la corde bien plus lorsque le bâton est horizontal, que lorsqu'il est vertical. Car lorsqu'il est horizontal, il y a une balance, dont le centre est *e*, un bras est *e b*, & l'autre bras est *e c*. Le poids *d* tirant par *c*, tire avec d'autant plus de force la corde en *b*, que la ligne *c e* est plus longue que *e b*. Ainsi si l'on fait *d* à *f*, comme *c e* à *e b*, le poids *f* sera le plus grand que puisse soûtenir ce bâton posé horizontalement, & attaché comme nous avons supposé. Or l'on conçoit aisément que la liaison des parties d'un bâton de bois vient de ce que ces parties sont en effet comme attachées non par une seule corde, mais par une infinité de petits filamens, qui doivent se rompre, afin que le bâton se rompe.

LXXXIX. Quelle est la proportion de la resistance du bâton en ces deux situations.

Il faut prendre garde neanmoins que la proportion que je viens de mettre ne peut pas être celle qui se trouve en effet dans le bois. Car supposé qu'un bâton de bois horizontal ayant un pouce de largeur, & 20. de longueur, est rompu par le poids de dix livres, il seroit rompu (selon la proportion que je viens d'assigner) quand il est vertical, par un poids de 400. livres. Cependant il est certain que si ce bâton horizontal peut soûtenir dix livres, il en pourra, étant vertical, soûtenir plus de mille, & plus de dix mille. Mais dans la proportion que j'ai assignée, j'ai supposé que le bâton fût attaché par quelque corde, & que tout l'effort se fît seulement à l'extrémité *b* ou B, au lieu que ce sont une infinité de filamens qui traversent le bâton, & qui en lient par tout toutes les parties : de sorte que l'effort de la traction ne se fait pas seulement sentir à l'extrêmité *b* ou B, mais il se distribue tout le long du bâton. Il faut donc imaginer le bâton, non comme une piéce solide, qui soit seulement attachée en A ou en *A* par la corde A B ou *A b*, mais comme une suite de petites parties 1, 2, 3, 4, qui soient toutes enfilées par de semblables cordes, lesquelles cordes sont aussi tirées par le poids D ou *d*; & de cette maniere la corde qui enfile sera incomparablement plus tirée à proportion quand le bâton est horizontal; & c'est à quoi il semble que ceux qui ont traité de ceci n'ont pas fait assez de reflexion.

XC. Premiere Hypothese pour mesurer la force du bâton tiré de long.

Pour connoître encore mieux ces proportions, pensons que le bâton est composé de quatre petits quarrez égaux, lesquels étant pesans eux-mêmes, tirent une corde qui les enfile en telle sorte qu'elle soit attachée aux centre de ces quatre quarrez, comme si c'étoient quatre cordes differentes, (fig. de la pag 290.) Le premier & le plus bas quarré tirant sa corde 1 2. avec un degré de force à raison de sa pesanteur ; le second tirera la sienne 2 3, avec deux degrez, parce qu'il ne la tire pas seulement avec sa propre pesanteur, mais encore avec celle du dernier, ces deux quarrez ne faisant qu'un poids à l'égard de cette corde 2 3, qui les soûtient. Ainsi cette corde 2 3, sera tirée avec deux degrez. De même le 3e quarré tirera sa corde avec trois degrez, & le 4e. avec quatre. Que si maintenant nous imaginons que ce ne sont plus quatre cordes distinctes, mais une seule corde qui enfile tout sans être attachée qu'aux extrêmitez A & C ; alors tous ces degrez de tractions se communiqueront à toutes les parties de toute la corde, ensorte que le degré, dont le dernier quarré tire, se repand dans toute la longueur de toute la corde, & les deux degrez du second quarré aussi, & les trois du 3e. & les quatre du 4e. Ainsi tous ces degrez se trouvent joints ensemble au nombre de dix dans toute la corde, laquelle par consequent est tirée avec dix degrez.

XCI. Et de même tiré de côté.

Mais si ces quarrez sont posez horizontalement, tous ensemble tireront la corde *b c* (figure de la p.290.) comme s'ils étoient suspendus du point du milieu *n*, où est leur centre de gravité ; & comme cette ligne depuis *e* jusqu'au centre est quatre fois aussi grande que *e b*, la corde en *b* sera tirée par ces quarrez quatre fois autant qu'elle est dans la premiere figure où les quarrés sont posez verticalement. Ainsi la corde du 4e. quarré étant tirée avec quatre degrez dans la 1. figure, elle le sera avec 16. degrés dans la 2e figure. De même la corde du 3e quarré sera tirée avec 9. degrez, & celle du 2e avec 4. & celle du premier avec un : & tous ces degrez joints ensemble feront 30. degrez, avec lesquels la corde sera tirée.

XCII. Progression Arithmetique & progression des quarrez qui se rencontrent ici.

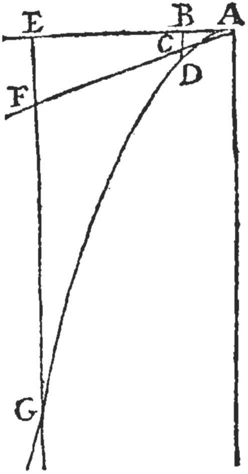
D'où l'on voit que les degrez de traction croissent arithmetiquement dans les parties verticales, comme le nombre des mêmes parties, & que dans les horizontales ils croissent comme les quarrez des mêmes nombres.

XCIII. Seconde Hypothese.

Si au lieu d'avoir partagé le bâton en quatre parties, on s'imaginoit qu'il fût partagé en 8. tous les degrez de traction dans la corde verticale étant 36. (ce qui provient de la somme de tous ces nombres arithmetiques 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.) les degrez de la corde horizontale seront 204. (ce qui provient de la somme de tous ces 8. quarrez 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64.) D'où il paroît que la force de la traction peut croître infiniment davantage dans le bâton horizontal, plus que ne porte la regle generale que j'avois posée dans l'article 88. qui est néanmoins l'unique qui avoit été assignée jusques ici par les Auteurs.

XCIV. Expression geometrique de la force de ces bâtons.

Si l'on fait un peu de reflexion sur ceci, on verra bien qu'il se peut prendre une si petite partie du bâton, qu'elle tirera autant (& même davantage) étant verticale qu'étant horizontale. Imaginons donc que la partie B 4 ou *b* 4. (dans les mémes figures des pag. 290. & 291. est celle qui est également tirée dans l'une & dans l'autre position. Ensuite l'on allonge le bâton jusqu'en C, & *c* des mêmes figures; il faut examiner combien il sera tiré étant horizontal, & combien étant vertical. Imaginant le bâton composé d'une infinité de parties, dont les filamens aillent de bout en bout; soit tirée la Parabole A D G, & la tangente A E, la parallele à l'axe B D, ensorte que A B soit égale à la longueur de la partie du bâton B 4. ou *b* 4. Soit de plus tirée la ligne droite A C F, en sorte que le triangle rectiligne A C B soit égal à l'espace parabolique A B D. Aprés cela, soit prise A E égale à la longueur de tout le bâton B C, ou *b c*, & tirée la parallele E F G, je dis que le triangle A E F representant la force de la traction dans le



bâton vertical; (comme le triangle A B C represente la traction dans la seule partie B) l'espace parabolique A G E representera la traction dans le bâton horizontal.

XCV. *La resistance est la même, soit qu'elle soit réünie en un seul filament, ou qu'elle soit divisée entre plusieurs.*

L'effet sera toûjours le même, soit que la force soit ramassée dans une seule corde, qui enfile toutes les parties du long du bâton, ou qu'elle soit distribuée entre plusieurs cordes. Car il est aisé de voir que si la force ou la resistance qui étoit dans la seule corde du milieu *A b*, étoit divisée dans les deux cordes des extrémitez *o e*, également éloignées du milieu *b*, ou bien dans les trois *o b e*, ou dans tant que l'on voudra; qui soient rangées également de part & d'autre par dessus & par dessous le milieu; il est, dis-je, aisé de voir que le poids *d* surmontera également toute cette resistance réünie au milieu, ou divisée au tour du milieu: car ce qui se gagne de force dans les cordes de dessus en s'éloignant du point d'apui *e*, se perd dans les cordes de dessous, qui s'aprochent du même point d'apui *e*.

XCVI. *On ne sçauroit donner une regle generale pour la resistance de tous les corps.*

Davantage, en tout ceci nous avons supposé que ce qui fait la liaison des parties de ce bâton, étoient comme des cordes qui enfilent tout le long toutes les parties du bâton, en sorte que ces cordes étant tirées par un bout, ſont auſſi tirez par l'autre bout. Mais cela n'eſt pas ainſi, & ſans doute les filamens qui lient les parties du bois, ou des autres corps qui ſe caſſent, ne vont pas librement de bout en bout ; mais au contraire, il eſt certain qu'ils ſont fort courts, dans les uns plus, & dans les autres moins, ſelon que les corps ſont plus ou moins bruſques. Et comme il n'eſt pas poſſible de ſçavoir cette longueur, dont la diverſité change infiniment les proportions des forces & des réſiſtances ; je ne crois pas auſſi qu'il ſoit poſſible de donner une regle generale, pour déterminer ces proportions dans les corps particuliers.

XCVII. Une corde tirée ſe rompt au milieu.

On peut neanmoins faire quelque reflexion, pour voir l'endroit où les corps ſe doivent rompre en ployant, ou étant tirez. Premierement, une corde tirée par quelque force étrangere doit ſe rompre au milieu préciſément, parce que la traction ſe diſtribuant par tout également, la rupture doit ſe faire dans l'endroit de la corde le plus foible. Or cet endroit eſt juſtement au milieu ; parce que vers les extrémitez, les filamens ſont attachez aux endroits où les bouts de la corde ſe tiennent : ainſi ils peuvent reſiſter davantage, & tenir plus fortement les filamens qui ſuivent, & qui s'embaraſſent avec ces premiers : de ſorte que ces ſeconds filamens tiendront mieux que les troiſiémes, & ceux-ci mieux que les quatriémes, & ainſi des autres, juſqu'à ceux du milieu.

XCVIII. Où se rompent les autres corps.

Par même raison, si les filamens qui lient les parties des corps étoient entrelassez comme dans les cordes, & alloient librement de bout en bout, ces corps tirez se romproient aussi au milieu : mais puisque ces filamens ne vont pas ainsi de bout en bout, il faut que ces corps se rompent dans l'endroit où se fait la traction la plus violente ; & il faut maintenant rechercher où se fait une telle traction.

XCIX. Bâtons que l'on rompt sur le genoüil.

Si l'on prend un bâton par les deux bouts, & qu'on le fasse ployer, en mettant le genoüil au milieu entre les deux mains, la plus grande traction se fera au milieu sur le genoüil : car il est bien manifeste que les parties qui sont au milieu sur le genoüil dans le côté convexe, sont tirées en deux sens oposez, les unes vers la main droite, & les autres vers la main gauche : au lieu que les parties qui sont dans la moitié du bâton, qui est vers la main droite, ne sont tirées proprement qu'en un sens : ainsi la division, ou la rupture se doit faire sur le genoüil ; outre que c'est là où le levier étant plus long, donnera aussi plus davantage.

C. *Poutres ou Pierres appuyées par les deux bouts.*

De même, s'il y a une poutre, ou une lon-

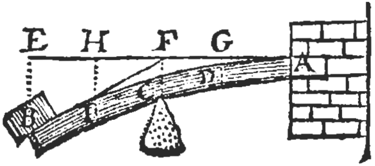
gue pierre apuyée sur deux murailles B, C, & qu'au milieu A on pose un grand poids, qui fasse ployer cette poutre ou cette pierre, la rupture doit se faire au milieu A. Car il se fait ici une balance renversée ; & comme si dans la deuxiéme figure un bâton étoit appuyé sur le pivot A, & qu'aux deux extrêmitez il y eût deux poids égaux B, C, ce bâton seroit courbé de même que si on le tiroit par les deux bouts avec les mains sur le genoüil, & la rupture se feroit au milieu : ainsi dans la premiere figure le poids pressant en A, les deux bouts B & C demeurant immobiles, le même effet doit s'ensuivre, & la rupture doit se faire en A.

C I. *Poutres ou Pierres pressées hors du milieu.*

Si au lieu de mettre le poids (dans la premiere fig.) ou le genoüil (dans la deuxiéme) au milieu A, on le mettoit à côté en D, il faudroit plus de force pour rompre le corps C B. Car dans la deuxiéme figure, afin que les filamens qui sont en D soient tirez maintenant avec la même force que l'étoient ceux d'A, quand le soûtien y étoit, il faut que la force (ponctuée) appliquée sur C, soit d'autant plus grande, que la distance C D est plus petite, en sorte que comme C D est à C A, ainsi soit la force qui tire quand l'apui est en A, à la force (ponctuée) qui tire quand l'appui est en D. Il est vrai aussi qu'alors la force appliquée en B doit diminuer, d'autant plus que la distance B D augmente ; mais on voit bien que cette distance B D ne peut augmenter au plus que du double, & qu'ainsi la force appliquée en B ne doit jamais diminuer tout au plus de la moitié pour tirer également en D, au lieu que la distance C D pouvant diminuer à l'infini, du double, du triple, du centuple, & de toute autre proportion que l'on voudra ; on doit aussi augmenter du double, du triple, du centuple, & à l'infini, la force en C, afin qu'elle contrebalance à la force appliquée en B, & qu'elle tire la partie D avec la même violence que le premier poids C tiroit les parties A, lorsque le soûtien y étoit. D'où l'on voit aussi qu'il faut bien plus de force, pour rompre un bâton lorsque le genoüil n'est pas au milieu entre les deux mains, que lorsqu'il y est. Il en est de même à l'égard de la premiere figure. La proportion de ces forces, qui font ainsi le même effet, s'exprime en cette sorte. Les forces C & B (lorsque le soûtien est en D) sont ensemble aux forces C & B (lorsque le soûtien est en A) comme le rectangle C A B au rectangle C D B.

CII. Force des poutres ou des pierres.

Mais si un bâton ou une poutre, ou quelqu'autre corps, est attaché à une muraille par un bout A, & que par l'autre bout B on le pres-



se, soit avec un poids qu'on mettroit par dessus, soit avec la main; la rupture se feroit au milieu C entre A & B; supposé que les filamens qui en font la liaison fussent entrelassez, comme ils le sont dans les cordes, & que d'ailleurs ils allassent librement de bout en bout. Mais puisque ces filamens ne vont pas ainsi d'un bout à l'autre, la rupture se doit faire au milieu de la derniere partie vers A, parce que c'est là que se fait la plus grande traction, tant à cause du plus grand poids qui y agit, lorsque tout le corps A B est pesant, qu'à cause que le levier y est plus long.

CIII. Ces corps se courbent en Parabole.

Le poids ou la force appliquée en B, tirera en bas toutes les parties du corps A B; comme s'il étoit suspendu de chaque partie I C D; & tout ce corps A B ayant, comme nous supposons, la faculté de ployer par tout, il se fait ici d'une façon renversée, ce qui se fait dans les cordes tenduës, ou plûtôt dans les filets attachez par les deux bouts, sur lesquels seroient appuyées des lignes paralleles également pesantes & également éloignées les unes des autres, qui contraindroient les filets de se courber en parabole, comme il a été démontré dans l'article 76. Aussi en cette rencontre le corps A B se courbe en parabole, disposée à rebours de l'autre, comme il est assez aisé de le prouver, en appliquant ici les démonstrations de cet article 76. & des suivans, & en faisant voir que les tangentes A F, B F, ou quelques autres que ce soient, doivent se couper au milieu entre les deux points A & B, ou entre les autres par où l'on auroit tiré ces tangentes.

CIV. Regles generales de la resistance des solides.

Voici maintenant quelques propositions generales touchant la *Resistance des solides*, dont la démonstration se peut faire geometriquement sur ce que nous venons d'établir, & dont chacun pourra tirer une infinité de Problêmes utiles & agréables. Nous supposons ici, pour plus grande facilité, que les corps dont nous parlons, & que nous comparons ensemble, sont des Prismes, dont les sections ou les bases sont des figures semblables, à moins que dans quelque cas particulier on ne dise expressément quelque autre chose. Nous supposons aussi, si on ne s'explique autrement dans les cas particuliers, que tous ces corps sont unis en telle ſorte qu'ils ſe rompent ſeulement au bout où ils ſont attachez, comme s'ils y étoient arrêtez par des cordes qui ſe rompiſſent à force de tirer ces corps.

CV. Des corps attachez horizontalement par un bout.

I. *Si les corps attachez par un bout ſont d'égale groſſeur, l'effort qu'ils font à ſe rompre par leur propre peſanteur, eſt en raiſon doublée de leur longueur.* Car dans la figure de la page 290. prenant tout le corps A *c* d'une part; & d'une autre part prenant ſeulement A *s*, dont la longueur ne ſoit par ex. que la 4e partie de la longueur A *c*; le corps A *c* agira contre *b* pour le rompre, comme s'il étoit ſuſpendu de ſon milieu *n* où eſt ſon centre de gravité, & le corps A *s* agira comme s'il étoit ſuſpendu du point 4. où eſt ſon milieu & ſon centre de gravité. Or A *n*. A 4 : : A *c*. A *s*. Ainſi donc le corps A *c* agira plus fortement par cela ſeul, qu'il eſt apliqué plus loin que ne l'eſt A *s* : & cette augmentation d'action ou de force priſe de ce ſeul chef ſera comme la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire 4. fois plus grande. Mais d'autre part, le corps A *c* étant plus peſant, ſçavoir 4. fois plus que le corps A *s*, comme la longueur A *c* eſt 4 fois plus grande que la longueur A *s*; ce corps A *c* agira encore de ce chef avec plus de force ſelon la même raiſon de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire, 4. fois plus fortement. Ainſi tout le corps A *c* agira en tout ſelon la raiſon priſe deux fois, (c'eſt-à-dire, ſelon la raiſon doublée) de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'est-à-dire, que A *e* agira 16. fois davantage que ne fera A *s*. Et si ce qui tient ces corps en *b* étoient des cordes, il faudroit que les cordes qui tiennent le corps A *c* fussent 16. fois plus fortes.

II. *Si les corps sont de même grosseur, la force à soûtenir un fardeau, faisant précision de ce que peut faire leur propre pesanteur, est simplement en raison réciproque des longueurs, en prenant la longueur depuis l'endroit où ils sont attachez, jusqu'à l'endroit où est appuyé le fardeau.* Si le corps A *c* peut soûtenir sur *c* un milier pesant, il pourra soûtenir sur *s* quatre milliers sans se rompre : car le même fardeau *d* posé premierement en *c*, & puis en *s*, agira plus fortement en *c* qu'en *s* dans la raison de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'est-à-dire, 4 fois davantage.

III. *S'ils sont de même longueur, la force absoluë à soûtenir un fardeau sans se rompre, faisant précision de ce que peut faire leur propre pesanteur, est en raison triplée des largeurs.* Comme si le corps A *c* a premierement toute la largeur *e o*, & puis qu'on le divise, & qu'on ne lui laisse que la largeur *e b*, par ex. la moitié ; il est manifeste qu'il ne tiendra pas si fort dans la surface qui n'a que cette petite largeur *e b*, que dans la surface qui a la largeur (deux fois) plus grande *e o* ; & que la difference sera comme ces surfaces, ou en raison doublée des largeurs *e b*, *e o*, c'est-à-dire, du quadruple. Car comme chaque point de ces surfaces *e o* ou *e b*, est uni à autant de points du corps A par des fibres, comme par autant de petites cordes qui l'y tiennent ; plus cette surface *e o* sera grande à l'égard de la surface *e b*, plus aussi sera-t-elle attachée

attachée plus fortement, puisqu'elle y sera attachée avec plus de fibres ou de cordes. De plus, à raison du levier, dont le centre est *e*, un bras est *c b*, l'autre bras, dans le corps *c o e*, est *e o*, & dans le corps *c b e*, c'est *e b*; le corps *c b e* donne moins de prise, & a plus davantage dans la même raison d'*e b* à *e o*, c'est-à dire, du double. Ainsi la force entiére de tout le corps *c o e* à celle du corps *c b e*, sera en raison triplée d'*e o* à *e b*, c'est-à-dire, huit fois plus grande.

IV. *S'ils sont de même longueur, l'effort qu'ils font à se rompre par leur propre pesanteur, est simplement en raison des largeurs.* Si les corps *c o e*, *c b e* étoient attachez seulement par des cordes en *o* & en *b*, il faudroit que les cordes d'*o* fussent deux fois aussi fortes que celles de *b*. Car à la verité, tout le corps *c o e* a plus de pesanteur que le corps *c b e*, en raison doublée des largeurs *o e*, *b e*, c'est-à-dire, quatre fois plus. Mais à raison du levier, dont le centre est *e*, un bras *c e*, un autre bras, dans le corps *c o e* est *e o*, & dans le corps *c b e*, c'est *e b*, l'effort du corps *c o e* est plus petit que celui de *c b e* en raison d'*e o* à *e b*, c'est-à dire, du double; ainsi tout l'effort du corps *c o e*, sera à l'effort du corps *c b e* simplement en raison d'*e o* à *e b*, c'est-à-dire, double.

V. *Dans les corps de même longueur, qui font effort de se rompre par leur propre pesanteur, la force respective, c'est à-dire, la resistance qu'ils font pour ne point se rompre, à l'égard de l'effort que fait leur pesanteur: ou bien l'effort que fait la pesanteur à l'égard de la force à resister, est en raison doublée des largeurs.* Car absolument parlant le corps *c a* *e* plus fort que le corps *c b e*, en raison triplée d'*o e* à *b e*, par la 3e proposit. de cet article. Mais aussi l'effort que fait la pesanteur du corps *c o e* contre *o e* est plus grand en raison simple d'*o e* à *b e*, par la 4e proposit. Ainsi la force de tout le corps *c o e* comparée avec l'effort de sa pesanteur, est à la force du corps *c b e* comparée aussi avec l'effort de sa pesanteur, en raison doublée d'*o e* à *b e*.

VI. *En tout ceci, La longueur du bras vertical du levier se doit prendre depuis le point d'appui e jusqu'à la hauteur du centre de gravité de la surface e b o.* Car comme chaque point de cette surface *e b o* tient avec une certaine force, & resiste à l'effort que fait l'autre bras; nous pouvons imaginer cette force, de chaque point, comme une pesanteur qui le feroit aller vers le corps A comme vers son horizon: ainsi le centre de cette espece de pesanteur seroit au même point, où est en effet le veritable centre de gravité de cette surface. Mais comme ce centre de gravité se trouve toûjours dans les figures semblables, dans une distance du point *e* proportionnée aux hauteurs *e b*, *e o*; on peut prendre indifferemment pour bras des balances, ou les hauteurs des surfaces, ou les distances, jusqu'au centre de gravité.

VII. *Dans tous les corps, de quelque longueur & de quelque largeur qu'ils soient, la force absoluë est en raison composée de la raison triplée des largeurs, (si les sections sont des figures semblables, ou si elles ne le sont point, de la raison des surfaces & de la raison des hauteurs, jusqu'au centre de gravité,) & de la raison réciproque des longueurs.*

VIII. *Les corps appuyez par les deux bouts ont deux fois autant de force que ceux qui ne sont attachez que par un bout, & qui d'ailleurs auroient même grosseur & même longueur.*

IX. *Les regles precedentes sont veritables dans les corps appuyez sur les deux bouts, ayant égard à la force qu'ils ont à porter sur le milieu, sans s'y rompre.*

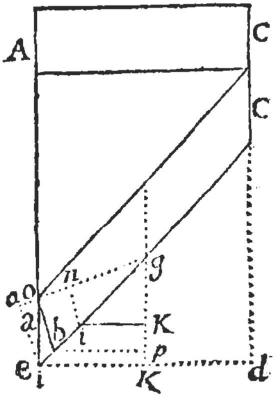
CVI. Des corps appuyez horizontalement sur les deux bouts.

X. *Dans les corps de même longueur & de même grosseur, dont les uns portent un fardeau sur le point du milieu A,* (figure de la page 299.) *& les autres sur un point D hors du milieu plus près d'un bout que d'un autre ; les forces à porter ainsi sans se rompre, faisant précision de leur propre pesanteur, sont réciproquement comme les rectangles des segmens* C A B, C D B. (101.)

XI. D'où il suit que *si le corps étoit de telle figure que sa section de bout en bout fût circulaire ou élliptique, & que les sections de travers fussent des figures semblables, il seroit partout également fort.* Car ces sections de travers sont toûjours égales ou proportionnelles aux rectangles C D B.

CVII. Des corps inclinez.

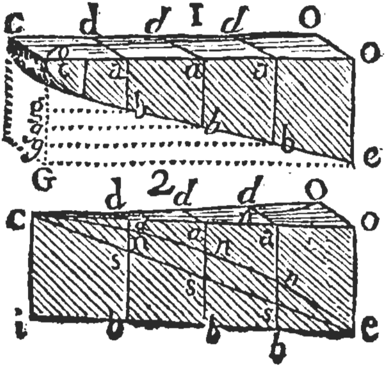
XII. *Dans les corps inclinez, attachez par un bout, ou appuyez sur les deux bouts, les forces absoluës de leurs extrêmitez sont comme* *dans les corps de même longueur horizontale, (c'est à dire, qui seroient terminez entre deux plans verticaux & paralleles) & dont les sections faites par un même plan vertical, seroient égales.* Ainsi le corps incliné c a, a autant de force en e o, que l'horizontal c A quoiqu'il soit plus long & plus étroit, pourvû que tous les deux soient de même longueur horizontale, sçavoir que tirant *c d* verticale, & *d e a* horizontale, on trouve *d e* égale à *c* A: & que d'ailleurs la surface e o soit aussi égale à la surface *e o*, & c à c, & la hauteur *e o* à la hauteur e o.



XIII *Déterminer l'endroit où un corps incliné attaché par un bout se doit rompre, en considerant toutes les parties de ce corps unies en long par les mêmes filamens qui les traversent de bout en bout.* De l'extrêmité o de la surface d'enhaut au point *g* de la surface d'enbas, où est la ligne de direction de tout ce corps, tirez la ligne droite o *g*, sur laquelle soit perpendiculaire o *b*; je dis que le corps se doit rompre en o *b*: car imaginant le point *b* comme le centre d'un levier, dont un bras seroit *b p*, sur lequel est appuyé tout le poids du corps a c, & l'autre bras seroit *b* o qui resisteroit à la division. De même, imaginant un autre point, quel qu'il soit, *i*, plus haut ou plus bas dans la même surface, comme centre d'un autre levier *k i* o; s'ils se trouve toûjours que *p b* ait plus grande raison à *b* o, que *k i* n'en a à *i* o, c'est-à-dire, que le bras *i* o soit plus grand à l'égard du bras *i k*, que *b* o ne l'est à l'égard de *p b*; il sera vrai aussi que le poids a c agira plus fortement dans le levier *p b* o, que dans levier *k i* o. Or cela se trouve en effet; car tirant *i n* parallele à *b* o, ou perpendiculaire à *g* o, il sera toûjours vrai que *p b*. *b* o :: *k i*. *i n*, à cause que tant *p b*, *k i*, que *b* o, *i n*, sont comme *g b*; *g i*. (Geom 6. 43.) Or *i* o est toûjours plus grande que *i n*, (Geom. 2. 19.) puisque par la supposition *i n* est perpendiculaire: ainsi *i* o sera toûjours plus grande à l'égard de *k i*, que *b* o ne l'est à l'égard de *p b*; & par consequent la surface en *i* o est plus forte, & resiste plus au bras *i k*, que ne fait la surface *b* o au bras *p b*; c'est donc en *b* o que ce corps est plus foible, & c'est là aussi qu'il se doit rompre.

CVIII. Console parabolique également forte par toutes ses parties.

Supposant encore que toutes les parties du corps sont également fortes, & également divisibles à proportion de leur grandeur; imaginons une Console dont la surface d'enhaut soit un parallelogramme, (figure 1. de la page suivante) o C, les surfaces paralleles des deux côtez paraboliques *o c b e*, dont l'axe *o c*, ou O C, le sommet *c*, ou C, les appliquées verticales *o e*, *a b*; cette Console sera également forte par toutes ses parties à porter un fardeau sur l'extrêmité *c* C, faisant précision de ce que peut faire sa propre pesanteur; car prenant la surface *b a d*, le bras *b a*, dans la balance *a b g*,



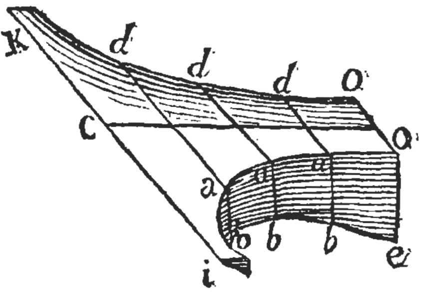
sera plus grand à l'égard du bras *b g*, que le bras *e o* ne l'est à l'égard du bras *e* G, dans la balance *o e* G; & cette différence est en raison sousdoublée des longueurs *c a*, *c o*, c'est-à dire, en raison *b a*, *e o*, suivant la nature de la Parabole. Mais d'ailleurs, aussi la surface *b a d* est plus foible que la surface *e o* O, en même raison d'*e o*, *b a*. Ainsi la foiblesse de la surface *b a d* étant compensée par la grandeur du bras *b a*, cette surface *b a d* doit resister au poids qui agroit par le bras *b g* autant que la surface *e o* O résiste au même poids qui agit par le bras *e* G.

CIX. *Console triangulaire également forte par tout.*

De même, si une autre Console a les deux surfaces de dessus & de dessous égales, paralleles & triangulaires, & les surfaces des côtez parallelogrammes *o e i c*, (figure 2.) ensorte que *o e*, *i c*, soient verticales, cette Console sera aussi également forte par tout à porter un fardeau sur *c*; car le fardeau agiroit contre la surface *b a d* plus foiblement que contre la surface *e o*, comme *b i* est plus court que *e i*; mais aussi la surface *b a d* tiendroit moins que la surface *e o* O, comme *a d* est plus court que *e* O, c'est-à-dire, comme *i b*. *i e*.

C X. *Console hyperbolique également forte par tout.*

De même, si la surface d'enhaut est un plan terminé par deux hyperboles asymptotes *o a a*,



O *d d*, & par la droite aſymptote *i k*, la ſurface d'enbas un plan *c i k*, les ſurfaces des côtez courbes faites par des verticales *a b*, *a b*, & *d*, *d*; cette Conſole ſera auſſi également forte par tout à porter un fardeau ſur le point *c*, ou ſur toute la ligne *i k*, pourvû que ce fardeau ſoit également étendu par deçà & par delà le point *c*; car ſuivant la nature de l'hyperbole, toutes les ſurfaces *b a d*, paralleles à la ſurface *e o O*, ſont toûjours égales, & les balances *o e G*, *a b g* toûjours ſemblables.

CXI. Pyramide horizontale également forte par tout.

Mais ſi dans la fig. 2. de la page 310. on imagine une ſorte de Pyramide *c n e*, dont les ſections *n a n*, paralleles à la baſe *e o O*, ſoient ſemblables, & la ſection verticale *c n e*, ſoit une parabole, dont l'axe eſt *c i*; cette Pyramide poſée horizontalement ſera également forte par tout, ayant égard à l'effort que fait ſa propre peſanteur : car l'effort de la partie *c a n* à l'effort de tout le corps *c a e*, ayant égard à la ſeule peſanteur, eſt en raiſon compoſée des longueurs *c a*, *c o*, & des ſurfaces *n a n*, *e o O*; (car ces corps *c o e*, *c a n*, ſont toûjours la cinquiéme partie des Priſmes qui ont même baſe *e o O*, ou *n a n*, & même longueur *o c*, ou *a c*, & par conſequent ſont comme ces Priſmes en raiſon compoſée des longueurs *o c*, *a c*, & des ſurfaces *e o O*, *n a n*) & ayant égard aux leviers, dont les centres ſeroient *n* ou *e*, un bras *n a* ou *e o*, un autre bras égal à la diſtance *a c* ou *o c* (ou à la ſixiéme partie de cette diſtance, où l'on peut démontrer que ſe trouve le centre de gravité des corps *c a n*, *c o e*,) l'ef-

fort

fort de la partie *c a n* à l'effort de tout le corps *c o e*, est réciproquement comme *c a*, *c o*; ainsi tout l'effort de ces corps, tant à raison de la pesanteur, qu'à raison du levier, est en raison des surfaces *n a n*, *e o O*: mais aussi la force ou la resistance des surfaces *n a n*, *c o O*, est comme les surfaces mêmes *n a n*, *e o O*.

CXII. *Pyramides verticales également fortes par tout.*

Nous pouvons considerer maintenant une Pyramide posée verticalement comme les pointes des clochers, & examiner la force qu'elles ont à resister au vent, & à se soûtenir. Si c'est une Pyramide, dont la section par l'axe soit rectiligne, comme *e s c o*, (figure 2. de la page 310.) & que nous fassions précision de la pesanteur, considerant seulement la liaison qu'ont les parties entre-elles.; elle sera également forte par tout, pour resister au vent qui feroit effort pour l'abbatre: car la force du vent qui souffle sur toute la surface *o e s c*, est à la force du vent qui souffle sur la partie *a s c*, comme toute la surface *o e s c* à la partie *a s c*, c'est-à-dire, en raison doublée de *o c*, *a c*: mais aussi la force qui tient les surfaces *e o O*, *s a d* est comme ces surfaces mêmes, c'est-à-dire, en raison doublée de *e o*, *s a*, ou de *o c*, *a c*; & d'ailleurs les balances *c e o*, *c s a* sont semblables, en prenant pour un de leurs bras *c e*, & *c s*, ou bien leur tiers, où se trouve le centre de gravité des surfaces *c e o*, *c s a*, contre lesquelles le vent souffle.

CXIII. Tour parabolique également forte par tout.

Si la ſection par l'axe de la Pyramide eſt la parabole *c b e*, dont l'axe eſt *c o*, (fig. 1. de la page 310.) cette Pyramide ſera également forte par tout pour reſiſter au vent, ayant égard à la force de la peſanteur des parties qui reſiſtent par leur propre poids. Car la force du vent qui ſouffle ſur toute la ſurface parabolique *o e*, *bc*, eſt à la force du vent qui ſouffle ſur la partie *a b c*, comme toute cette ſurface à cette partie, ou en raiſon compoſée de *c o*, *c a*, & de *o e*, *a b* : & ayant égard aux leviers, dont un bras ſeroit la hauteur *o c*, ou *a c* (ou bien la diſtance, qui eſt toûjours proportionnelle à cette hauteur, juſqu'au centre de gravité de ces ſurfaces paraboliques, & par conſéquent de la force du vent) & l'autre bras ſeroit *o e*, ou *a b* ; l'effort du vent ſeroit plus grand contre *o e* que contre *a b*, en raiſon de *o e*, *a b* ; de ſorte que tout l'effort du vent, tant à raiſon de la grandeur des ſurfaces ſur leſquelles il ſouffle, qu'à raiſon du levier, eſt toûjours en raiſon compoſée de *o c*, *a c*, & de la raiſon doublée d'*o e*, *a b*. Mais auſſi la reſiſtance, ou la force des ſurfaces *e o O*, *b a d* eſt comme la peſanteur des corps *e o c*, *b a c*, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de la raiſon d'*o c*, *a c*, & de la raiſon doublée d'*o e*, *a b*.

CXIV. Endroit plus foible d'une Pyramide épointée.

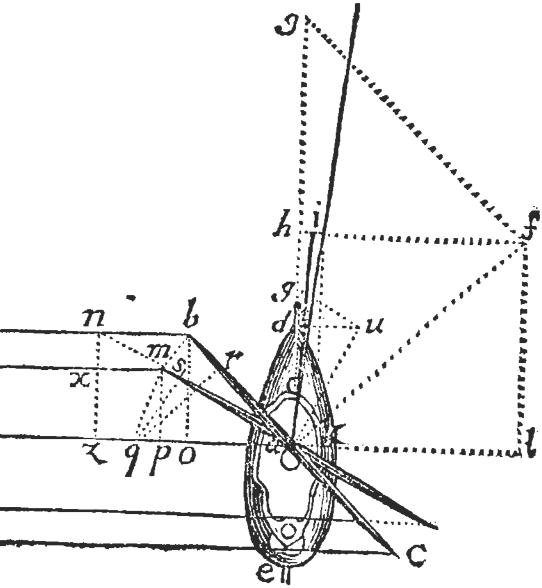
On voit bien par là que la Pyramide *o c s e* est plus forte vers le bas *o e*, que vers le haut *a s*, ou a s, si l'on a égard à la resistance que fait en effet la pesanteur : mais si la Pyramide est coupée vers la pointe en a s, elle sera plus forte vers le bas & vers le haut, que vers un endroit de l'entre-deux : & c'est un problême assez beau, que de déterminer l'endroit où cette Pyramide est ainsi le plus foible, & où par consequent le vent la doit rompre, & l'abbatre. Voici comme le Problême se propose. *Une Pyramide épointée* a s e o *étant donnée, trouver la section s a s parallele à la base e o O, qui soit telle que le trapeze* a s s a, *multiplié par la ligne tirée de son centre de gravité perpendiculairement sur sa base s a, ait plus grande raison au morceau pyramidal* a s s a d, *multiplié par la base du trapeze s a, que tout autre trapeze fait par une autre section, & multiplié de même par la ligne tirée de son centre de gravité sur sa base, au morceau pyramidal emporté par cette nouvelle section, & multiplié par la base de ce nouveau trapeze.* Ce Problême est plus long que difficile.

CXV. Application des regles de Méchanique au mouvement d'un vaisseau.

Toutes ces connoissances peuvent être de grand usage dans l'Architecture & dans les autres Arts ; & si des ouvriers aidez seulement par une longue experience & par un bon ſens, peuvent juger de la fermeté ou des défauts d'un bâtiment & de choſes ſemblables ; il n'y a point de doute,que ſi ce bon ſens & cette longue pratique eſt aidée de ces connoiſſances de Méchanique , ils pourront juger avec incomparablement plus d'aſſurance ; ils trouveront mieux les remedes aux inconveniens qui ſe preſenteront ; ils prendront leurs précautions avec plus de ſûreté,& s'épargneront,ſans doute,bien des frais inutiles. Ce diſcours , qui ne doit contenir que les regles generales , ne ſemble pas permettre qu'on en faſſe ici une application particuliere ; mais je croi qu'on ne ſera pas marri de voir dans un exemple quelque eſſai de l'uſage que l'on peut faire des Méchaniques, pour expliquer la Nature , & pour perfectionner les Arts. Je prens donc pour ſujet le mouvement d'un Vaiſſeau , qui eſt ſans doute un des plus beaux ouvrages de l'Art , & où l'induſtrie des hommes ſemble le mieux ménager les loix méchaniques de la Nature.

CXVI. Démonſtration du chemin d'un Vaiſſeau pouſſé par un vent de côté.

Conſiderons donc un Vaiſſeau *d a e* , dont la grande vergue *b c* ſoûtienne la voile dans la même ſituation , tandis que le vent ſouffle de côté *n b* , *z a*. Tirons la perpendiculaire à la vergue , ſçavoir *a f*, & une autre ligne ſuivant la quille du vaiſſeau *a d g* , une troiſiéme *f g* , parallele à la vergue ou à la voile. Suivant ce qui a été démontré au diſcours du Mouvement local §. 28. l'effort du vent pouſ-



ſeroit la vergue vers *af*; & ſi le vaiſſeau étoit tout rond comme une boule, ſe pouvant mouvoir indifferemment de tous côtez avec la même facilité, il ſeroit meu en cette rencontre vers *af*, puiſque c'eſt de ce côté-là qu'il ſeroit pouſſé par le vent. Mais le vaiſſeau étant plus long que large, & ayant plus de facilité à ſe mouvoir le long de la quille vers *ag*, qu'à ſe mouvoir de côté vers *al*, il avancera plus vers *g* que vers *l*, ſelon que cette facilité ſera plus grande. Suppoſons donc qu'il ſe meuve cent fois plus aisément le long de la quille que de côté, & qu'il faille cent fois plus de force à le pousser de côté d'*a* vers *l*, qu'à le pousser de la poupe *e* vers la prouë *d*; achevons le rectangle *f h a l*, prenons *h i* la centiéme partie de *h f*; je dis que le vaisseau ira sur la ligne *a i*: car l'impression qui le porte vers *a f* se peut entendre composée de deux, dont l'une le porte le long de la quille vers la ligne *h f*, & l'autre de côté vers *l f*; (Mouv. local §. 25.) mais comme cette impression du côté ne peut agir que de la centiéme partie, il est clair qu'au tems que le vaisseau sera parvenu à la ligne *h f*, il n'aura fait de côté que l'espace *h i*, sçavoir la centiéme partie de *h f*, qu'il auroit fait, s'il fût allé aussi librement de ce côté-là.

CXVII. *Autre démonstration de ce chemin.*

L'on peut encore concevoir que le vaisseau se ment sur la ligne *a g* comme sur un plan incliné; car dans le triangle *a f g*, le vaisseau seroit porté par le vent directement vers *a f*, comme un poids vers l'horizon; & supposant qu'il ne pût se mouvoir de côté, mais seulement le long de la quille, son impulsion le porteroit vers *g*, mais avec un degré diminué, ensorte que si la force du vent étoit representée par la ligne *a f*, l'impulsion n'agiroit vers *a g* que par la force exprimée par la ligne *a h*, suivant l'art. 51. parce qu'ici *a h* est à *a f*, comme *a f*, à *a g*, ainsi le vaisseau iroit jusqu'en *h* par cette force du vent *a f*. Mais cependant le vaisseau n'étant pas tout-à-fait incapable de se mouvoir de côté, & étant susceptible de la centiéme partie de ce mouvement, il faudroit prendre *a k* la centiéme partie de *a f*, & tirer la parallele *k i*; car ainsi l'on auroit *a i* le chemin du vaisseau, & l'on connoîtroit en même-tems qu'il auroit dérivé de l'espace *b i*.

En ceci nous ne comptons point ce que toute la masse du vaisseau, donnant de la prise au vent, peut contribuer pour faire dériver davantage; nous supposons aussi que le gouvernail e, est tout droit suivant la quille.

CXVIII. Changement de biais des vergues & des toiles.

Considerons après cela que le vaisseau & le vent demeurant dans la même disposition, on change le biais de la vergue, & qu'elle est maintenant en *a m*, faisant un angle plus aigu avec le vent. Tirons *a u* perpendiculaire à la vergue; ce sera selon cette ligne *a u*, que le vaisseau sera poussé par le vent. (Mouv. local §. 28.) Tirons de plus *m p*, *b o* perpendiculaires au vent *a p*; & soit prise la longueur *a u*, ensorte que *a f* soit à *a u*, en raison doublée de *b o* à *m p*; tirons enfin *u d* perpendiculaire à la quille *a d*, sur laquelle on prend la centiéme partie *d t*: je dis que le vaisseau ira par la ligne *a t*, en même tems qu'il seroit allé par *a i*, si la vergue fût demeurée en *a b*. Car faisant du centre *a* le cercle *b m q*, les perpendiculaires *q s*, *q r* (égales à *m p*, *b o*) mesureront la force du même vent *q a*, qui vient fraper sur ces deux vergues (Mouv. local § 24. 25. 26.) & comme *q s*, ou *m p*, est plus petite que *q r*, ou *b o*, aussi la force du vent diminuë de ce seul chef, à proportion que cette ligne *m p*, est plus petite que *b o* : mais d'ailleurs la force du vent diminuë encore avec la même proportion d'un autre chef ; car quand la vergue est en *a b*, elle est poussée par tout le vent qui est entre *b n*, & *a z* ; au lieu que quand elle est en *a m*, elle n'est poussée que par le vent qui est entre *m x*, & *a z* ; ainsi ces deux forces diminuent dans la même proportion que le font *n z* & *x z*, ou *b o* & *m p* ; de sorte que la force du vent, à tout prendre, diminuë deux fois dans la proportion de *b o* à *m p*, c'est-à-dire, dans la raison de *f a* à *u a*, qui ont été prises en raison doublée de *b o* à *m p*. Donc la force du vent étant exprimée par *a f*, lorsque la vergue est en *a b*, cette force sera exprimée par *a u*, lorsque la vergue sera en *a m* ; ainsi le vaisseau seroit porté en *u*, s'il étoit également susceptible de tout mouvement : mais comme il se meut cent fois plus aisément selon la quille *a d* que de côté, il se mouvra vers *t*, selon ce qui a été démontré auparavant.

CXIX. *Autres considerations de Marine.*

Par ces considerations on peut déterminer quel est le biais de la vergue, qui est le plus propre pour avancer chemin ; car plus la vergue est oblique vers le vent, moins le vaisseau dérive, mais aussi il avance moins ; au contraire, plus la vergue est droite au vent, plus le vaisseau dérive, de sorte que la vergue pourra être en telle disposition qu'il dérivera autant qu'il avancera ; & même après qu'on est venu à un tertain angle, il est nuisible de l'augmenter davantage, puisque pour lors le vaisseau en avanceroit moins; & ce sont ces angles que la Méchanique & la Geometrie peuvent parfaitement déterminer, aussi-bien qu'une infinité d'autres Problêmes considerables qui regardent la Marine: comme par exemple, deux vaisseaux étant donnez, & le vent qui souffle, déterminer le Rhumb & le biais, qui est le plus propre à l'un pour poursuivre l'autre, ou pour le fuïr. Quand il faut aller à bandes, déterminer le meilleur biais qu'il faut prendre, & la grandeur des bandes. Déterminer quelle est la meilleure figure du vaisseau pour aller vîte, ou pour être forr. Ce que peut faire le biais du gouvernail pour tourner les vaisseaux, pour les empêcher de dériver, & pour les faire aller plus contre le vent. Pourquoi un vaisseau peut aller contre le vent, quand bien méme les voiles seroient toutes roides, comme celles de la Chine, qui sont de natte. Jusqu'à quel Rhumb de vent contraire on peut avancer sans se détourner. Quel avantage l'on peut tirer de la flexibilité des voiles enflées, (en parabole.) A quoi bon les voiles latines; & l'on peut démontrer qu'une voile latine, qui seroit échancrée en hyperbole, dont le mas & l'horizon seroient asymptotes, auroit une force égale par tout en haut & en bas, pour faire pancher le vaisseau sur le côté, quand bien le mas seroit infiniment élevé, ou la voile infiniment étenduë de tous côtez. Tout cela se peut resoudre par ces regles de Méchanique; mais je croi que ce qui a été expliqué peut suffire pour le dessein que je m'étois proposé.

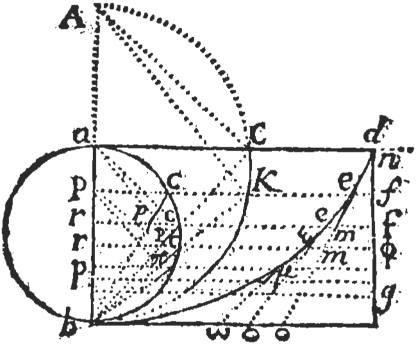
Comme j'ai dit dans la Preface du mouvement uniforme qui se feroit dans une Cycloïde ; je veux indiquer la maniere dont je procede, pour démontrer cette uniformité ; afin que quand M. Huygens aura publié sa démonstration, je puisse voir si j'ai été assez heureux pour concourir avec un si grand homme.

Fin des Forces Mouvantes,

TABLE
DE LA STATIQUE
ou de la Science des Forces Mouvantes.

Fin de la Table des Forces Mouv.

PENDULE DANS UNE CYCLOÏDE.



DU cercle *a c b* on fait la Cicloïde *d e e i. b.* *b ω o o g* est tangente, *d g*, *e o*, *x ω*, sont diverses tangentes. Je dis que *le mouvement d'un poids se fait toûjours en même-tems par toutes ces tangentes d g, e o*, c o, &c. Car tirant des paralleles *d a*, *f a*, *c P*, f m e *p*, φ m *ι x* p, &c. les tangentes *d g*, *e o*, &c. seront égales, & également inclinées aux cordes *b P a*, *b p c*, *b* p c, &c. dans lesquelles cordes le tems est toûjours égal.

Les lignes *g d*, *g f*, *g* f, *g* φ, &c. sont continuellement proportionnelles. Je dis que *le mouvement se fait en même-temps par toutes les tangentes d f, e m*, e m, ι μ, &c. Car comme le tems de la toute *d g*, au tems de sa partie *d f*; ainsi le tems de la toute *e o* au tems d'une pareille partie *e m*.

Prenant deux progressions quelconques de ces tangentes, comme *d f*, *e m*, e m, &c. d'une part; & *e m*, e m, ι μ, &c. d'une autre; & imaginant qu'un corps commençant à descendre de *d*, se meut par *d f*, & puis par *e m*, e m, &c. & qu'un autre corps égal au premier, commençant par *e*, descend par *e m*, e m, ι μ, &c. Je dis, que *ces corps se mouvront en même-tems dans les tangentes, qui seront dans un rang semblable de leur progression*, par ex. par la 3. e m de la progression *d f*, *e m*, e m, &c. & par la 3. ι μ de la progression *e m*, e m, ι μ, &c. Car prenant les portions des cordes égales & également inclinées *a P*, *c p*, c p, κ π, &c. continuons la 3. c p, (égale à e m) jusqu'à la rencontre d'*a d* au point C. Par le point C, tirons le cercle *b* C *A*. Si un poids descendoit par C c p, commençant par C, il arriveroit en c, en même tems qu'il parviendroit en *a*, s'il descendoit par *A a*, commençant par *A*; continuant vers c p *b*, il parcouroit la ligne c p, en même-tems que la ligne *a* P (car il est fort aisé de voir que p P est parallele à c *a*) Or on sçait que le poids fait le chemin c p en même-tems, soit qu'il ait commencé à se mouvoir par la ligne C c, ou qu'il soit venu par les deux *a P*, *c p*; ainsi le tems que met le poids à parcourir cette 3. c p, en descendant par les trois *a P*, *c p*, c p, est le même que celui qu'il mettroit en *a P*, s'il descendoit par *A P*, en commençant par *A*.

Mais le même poids met aussi le même tems à parcourir la 3. $\kappa\pi$, (de la 2. progression) quand il commence à descendre par $c\,p$, & qu'il continuë ensuite par c p., $\kappa\pi$, car en prolongeant $\pi\kappa$, on rencontre le cercle A C K, dans la ligne $P\,c$ K, comme il est aisé de démontrer. Ainsi le tems par K κ, est égal au tems par $A\,\alpha$, & le tems par $\kappa\,\pi$ au tems par $a\,P$.

De là il suit, que si l'on prend une progression de termes infinis $d\,f$, $e\,m$, e m, $\iota\,\mu$, &c. allant vers le bas de la Cycloïde b; le mouvement s'y fera toûjours en même-tems, de quelque endroit que le corps commence à descendre. Et comme les termes de cette progression peuvent être faits aussi petits que l'on veut, ensorte que le premier $a\,P$ ou $d\,f$, ne soit que la milliéme, ou la cent-milliéme, ou la cent millionniéme partie du diametre $a\,b$; il est clair que tous ces termes de progression étant des tangentes infiniment petites de la Cycloïde, ils peuvent passer pour la Cycloïde même; & qu'ainsi le mouvement par la Cycloïde se fait toûjours en même-tems de quelque point que le corps commence à descendre. Si l'on veut, on peut reduire ceci à la démonstration des Anciens; car le mouvement qui se fait en ces tangentes qui vont ainsi en bas $d\,f$, $e\,m$, e m, &c. est toûjours plus court, que celui qui se feroit par la Cycloïde $d\,e$ e ι, &c. quoique en multipliant les termes de la progression, on s'approche infiniment de l'égalité; mais aussi, si les tangentes sont tirées en haut $e\,n$, e n, $\iota\,\nu$, &c. le mouvement s'y fera en un plus grand tems que dans la Cycloïde.

Un poids suspendu du point d par une corde double du diametre $a\,b$, se balançant entre deux Cycloïdes ſemblables *d e c i*, & d'*E i*, décriroit en bas une Cycloïde entiére, égale & ſemblable aux ſuperieures, & toutes ſes vibrations ſe feroient en un tems égal. Car toûjours *e o*, c o, (ou *c b*, c b) eſt la moitié du celle de la Cycloïde *e b*, c *b*.

Fin de la Cycloïde.

TABLE
DE LA PENDULE dans une Cycloïde.

Fin de la Table de la Cycloïde.

DEUX
MACHINES
PROPRES A FAIRE
LES QUADRANS
AVEC
TRES-GRANDE FACILITE

PREFACE

DES DEUX MACHINES propre à faire des Quadrans.

LA difficulté que l'on experimente dans la pratique des Quadrans, & dans cette suite ennuyeuse de diverses operations qu'on est obligé de faire quand on suit la methode commune, fait perdre ordinairement le plaisir que l'on auroit à s'exercer à une occupation qui est d'ailleurs si curieuse & si utile. C'est pourquoi on ne sçauroit assez estimer les inventions qui nous rendroient ces pratiques aisées. Voici deux machines, qui semblent assez propres pour cela, puisque par leur moyen on peut aprendre, en moins d'une heure, la maniere de faire toutes sortes de Quadrans, & qu'on peut pratiquer, comme en se joüant, ce qu'on a apris, & faire sur les murailles, & dans les chambres, toutes sortes d'Horloges, avec une très-grande facilité.

Il ne faut pas s'imaginer que l'usage de ces instrumens ne soit qu'une operation méchanique, où l'on agit à l'aveugle, sans sçavoir ce que l'on fait. S'il s'agit d'operation, les pratiques les plus simples, les plus sûres doivent passer pour les plus sçavantes, & pour les plus

Geometriques ; & j'estime qu'il est bien mal-aisé de rien faire avec moins de peine, ni avec plus de certitude, que par le moyen de ces machines. Mais s'il s'agit d'aprendre la Theorie des Quadrans, je ne croi pas qu'on puisse le faire mieux que par le moyen de ces machines mêmes, où l'on fait comprendre aisément la raison de toutes les operations, le raport des lignes horaires, & du cours du Soleil, les sections que font les arcs des Signes, & en un mot toute la science de la Gnomonique.

La description de ces Machines est tirée d'un livre Latin, intitulé : *Horologium Thaumanticum.* C'est une sorte d'Horloge, qu'on a apellée ainsi *Thaumantique*, à cause d'une Iris artificielle, ou d'un Arc-en-ciel, qui étant repandu dans toute une chambre, y marque les diverses heures, les Signes du Zodiaque, les degrez de hauteur, & tout ce qu'on peut marquer dans les Horloges, avec d'autres particularitez qui doivent paroître d'autant plus curieuses, qu'elles sont particulieres à cette sorte de Quadran, & que ceux qui ont traité le plus exactement de ces choses, n'ont encore donné rien de semblable. On y connoît à chaque moment quels sont les endroits de la terre qui sont éclairez du Soleil, & quels sont ceux qui sont dans l'obscurité de la nuit. On y voit d'un coup d'œil tous les lieux où le Soleil se leve actuellement, & où il se couche. On y remarque les Païs qui ont de longs jours, & ceux qui ont de longues nuits; on y distingue vers les Poles tous les endroits qui ont une nuit perpetuelle, ou qui voyent le Soleil sans interruption ; les heures Italiques & les Babyloniques, la grandeur des Crepuscules, la durée des jours & des nuits.

Ces nouvelles heures si ingenieusement inventées à Lyon, y sont representées par une seule ligne. Les signes ascendans & les descendans, les Maisons celestes, & tout le reste, qui feroient un épouvantable embarras dans les Quadrans ordinaires, se voyent ici sans aucune confusion, & avec tant d'ordre, que la vûë même en est assez agréable.

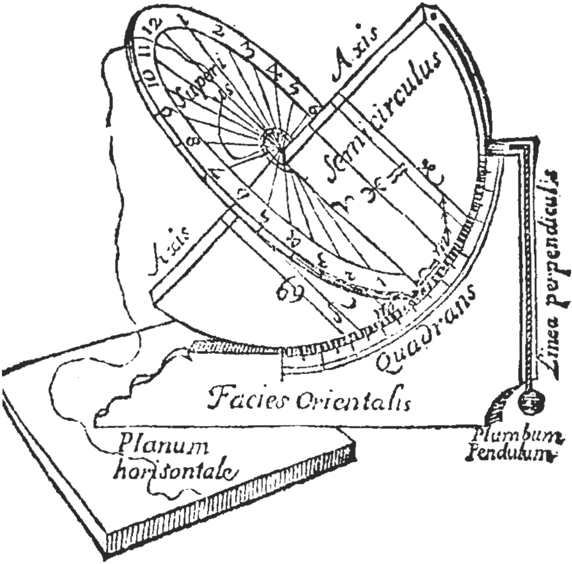
A l'occasion de ce Quadran qui n'avoit pas encore paru, on en décrit un autre, qui a grand raport à celui-là, & qui se fait sur un Globe, où sans aucun style, l'ombre du Globe même marque toutes les mêmes choses qui se voyent en cet Horloge Thaumantique : de sorte que tout ce qui se fait dans l'un par le confin de l'ombre & de la lumiere qui divise tout le Globe, se fait dans l'autre, par le moyen d'un Arc-en-ciel, qui entre dans la chambre, & qui la partage.

Comme un Arc-en-ciel, qu'on fait ainsi par artifice, a quelque chose d'admirable, on s'est attaché dans ce Livre-là à donner divers moyens de le faire; & peut-être que ceux qui se plaisent aux inventions de la Dioptrique, en trouveront ici quelques-unes qui leur agréeront, ou du moins qui les exciteront à faire quelque nouvelle recherche sur les ouvertures qu'on y donne, pour perfectionner ce qui est ici commencé, & qui peut avoir de trés-grands usages.

Enfin, on donne en ce même Livre un moyen de trouver les foyers des sections Coniques, propre à décrire dans les Quadrans les arcs des Signes. On avoit déja l'invention de faire ces sortes de lignes, par le moyen de certains filets; mais cette invention, qui seroit trés-commode dans la description des Quadrans, a été jusqu'ici inutile dans la pratique, à cause de la difficulté extrême qu'il y a de trouver les foyers, c'est-à-dire, les points où il faut attacher les filets : de sorte qu'on avoit plûtôt fait de décrire les Signes par la methode ordinaire, quelque longue qu'elle fût, que d'entreprendre à calculer ou à operer, pour trouver le point de ces foyers. On donne donc ici une proposition generale, & une démonstration Geometrique, par laquelle on trouve très-aisément ces foyers en toutes sortes de sections, n'y ayant autre chose à faire qu'à tirer deux lignes paralleles à deux autres lignes déja données.

DEUX MACHINES propres à faire les Quadrans avec une très-grande facilité.

Deſcription de la premiere Machine.



1. CEtte premiere Machine eſt faite de bois, quoiqu'on la puiſſe faire encore mieux de leton, ou de quelqu'autre

métail plus doux. Elle a trois principales parties. (Voyez la premiere figure.) La premiere, est une planche à peu près quarrée, assez massive, & bien unie. Nous l'appellons *le Plan horizontal*, parce que dans l'usage il doit être mis horizontalement, ou à niveau.

2. Vers un coin de ce Plan il y a une cheville bien tournée, sur laquelle est la seconde Piece, que nous appellons *le Plan Meridional*, qui doit tourner sur cette cheville comme sur un pivot, ensorte qu'il demeure toûjours à angles droites avec le Plan horizontal.

3. Il y a au côté de *ce Plan* un plomb, qui peut servir de niveau.

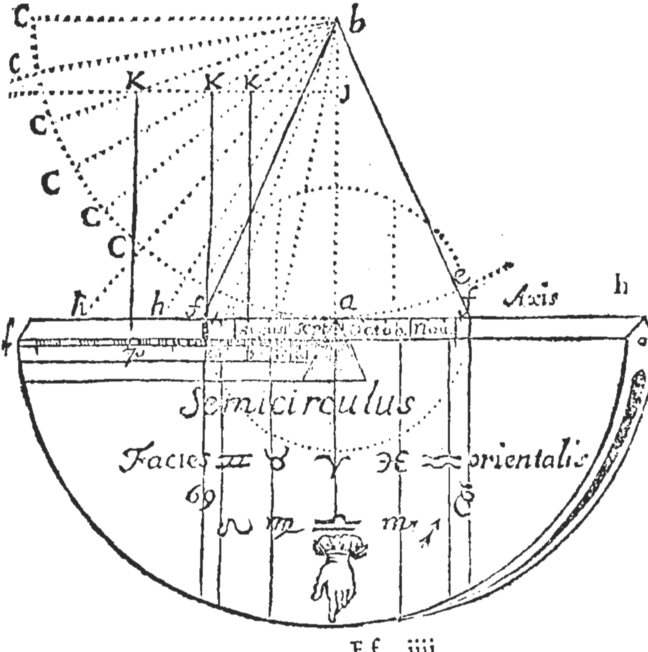
4. Ce même Plan est fait de deux pieces; l'une, qui est la plus basse, se nomme *le Quadran*, parce que c'est un quart de cercle divisé en quatre-vingts-dix degrez; l'autre est un *demi-cercle*, qui est tellement engagé dans le Quadran, qu'il peut tourner, en s'inclinant, ou en se dressant; tant que l'on veut. Le diametre de ce demi-cercle s'appelle l'*Axe*, & son centre s'appelle simplement *le Centre* de l'instrument, comme le filet qui en sort s'appelle *le filet du Centre*.

5. La troisiéme Piece est un *Cercle* divisé en vingt-quatre parties égales, dont chacune se peut diviser en deux ou en quatre. Ce cercle se joint tellement avec le plan Meridional, qu'il fait toûjours avec lui des Angles droits, quoiqu'il puisse changer de place, & être mis en diverses situations. L'une des faces de ce Cercle s'appelle *Superieure*, & l'autre *Inferieure*.

6. Dans le demi-cercle on voit les mois mar-

quez d'une certaine maniere. Ceux qui ne se soucient que de la pratique, ne doivent pas se mettre en peine de sçavoir comment on a marqué ici ces signes ou ces mois, puisque trouvant des instrumens déja tout faits & tout marquez, ils peuvent s'en servir pour faire les Quadrans, suivant l'usage qu'on va expliquer.

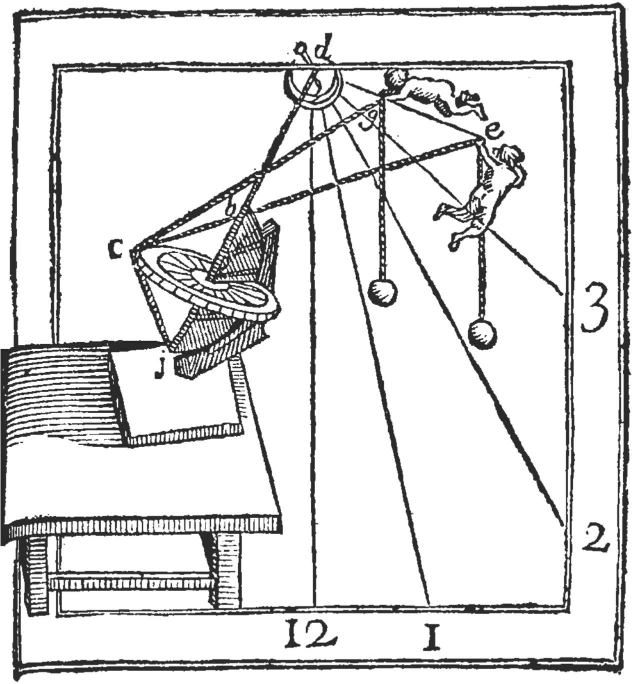
7. Mais ceux qui veulent de plus sçavoir marquer cet instrument même, pourront s'y prendre de cette maniere.



Sur l'axe *a h*, on tire la perpendiculaire *a b* égale au demi-diametre du Cercle. De *b*, comme du centre, on fait le cercle *a c*. On prend de part & d'autre, depuis *a* jusques à *e*, vingt-trois degrez 30'. & tirant les lignes droites *b e*, *b e*, qui coupent l'axe en *f*, *f*, on a dans ces deux points *f*, *f*, les endroits où doivent être les deux Signes des Tropiques de *Cancer* & de *Caper*. Après cela, du centre *a* on fait le cercle *a f*, qui se divise en douze parties égales, & tirant les lignes paralleles par les divisions opposées, on marque les autres Signes du Zodiaque sur l'axe, comme l'on voit dans la figure. Il semble plus utile de mettre sur l'axe les mois comme ils repondent aux signes. On en met six sur le côté Oriental, & six sur l'Occidental. Et pour les signes, on les peut mettre plus bas dans la face du demi-cercle.

8. Un peu au-dessous de l'axe, on marque les degrez qui servent à décrire les Almicantarats dans les Quadrans, & ces degrez se marquent ainsi. On divise le cercle *a c* en ses degrez, par chacun desquels, ou bien seulement par chaque dixiéme, on tire des lignes de *b*, qui vont couper l'axe en *h*, *h*; de sorte qu'en transportant les distances *a h*, *a h*, un peu plus bas, on aura les degrez marquez jusques à 44. ou 45. le demi-cercle n'en pouvant contenir davantage. Mais si l'on tire *i k* parallele à l'axe, ensorte que *i b* soit la quatriéme partie de *a b*, on pourra transporter les distances *i k*, *i k*, sur la ligne *l l*, par les paralleles *k l*, *k l*, & de cette sorte on aura les degrez jusqu'à 70. & davantage. Il est bon de mettre ces petits degrez du côté Oriental du demi-cercle, & les grands du côté Occidental.

USAGE
De la premiere Machine.
PROBLEME I.
Décrire un Quadran sur quelque surface que ce soit.



1. METtez une table ferme & inébranlable contre la muraille, ou autre surfa-

ce où l'on doit faire le Quadran, ensorte qu'il y ait un peu d'espace entre cette surface, & la table à peu près autant que doit être grand le style. Sur le bord de la table placez à niveau le *Plan horizontal* de l'instrument, ce que vous pourrez faire par le moyen du plomb qui est derriere le *Plan Meridional.* Car si en tournant de tous côtez ce Plan Meridional, vous voyez que le plomb descend toûjours, suivant la ligne marquée sur le dos de ce Plan Meridional, vous serez asseuré que le Plan Horizontal est bien à niveau. Mais si le plomb sort de sa ligne, c'est signe que le Plan panche de ce côté-là, ainsi il faut le relever & le bien affermir, quand il sera bien à niveau.

2. Mettez le *Demi-cercle* sur son Quadran, ensorte que le petit doigt, qui est au milieu de la demi-circonference réponde au degré d'élevation de Pole, suivant que les degrez sont marquez dans le Quadran. Et ensuite placez le *Cercle* sur le *Plan Meridional*, ensorte qu'une de ses surfaces touche *le Centre*, sans le couvrir. Mais il faut observer que pendant les six mois des courts jours, la surface *Superieure* doit toucher le centre ; & pendant les autres six mois, ce doit être l'*Inferieure* ; & de plus, ce Cercle doit être tellement placé, qu'il soit à angles droits avec l'axe ; ce qui se fera, si la surface du Cercle va tout le long de la ligne d'Aries & de Libra sur le demi-cercle.

3. Le Soleil luisant, tournez sur sa cheville tout le Plan Meridional avec son Cercle, en telle sorte que l'ombre du Cercle tombe précisément dans l'*axe* sur le degré du signe, ou sur le jour du mois où l'on est ce jour-là même que l'on fait cette operation. Et alors l'instrument

ſera placé comme il faut, le *Plan Meridional* répondra au Meridien du Ciel, l'*Axe* à l'Axe, le *Cercle* à l'Equateur.

4. Etendez tout le long de l'Axe le *filet du Centre*, juſqu'à ce qu'il aille rencontrer la muraille, ſoit en haut vers le Pole Arctique, ſoit en bas vers le Pole Antarctique. Le point de la muraille, où ce filet ainſi tendu ira ſe rendre, ſera le Centre du Quadran, & toutes les lignes des heures iront aboutir à ce point, ſoit qu'il ſe trouve au dedans de la figure même où l'on borne le Quadran, ſoit qu'il aille bien loin au de-là. De plus, ce filet ainſi tendu marquera la ſituation qu'il faut donner au ſtyle, ou à l'aiguille du Quadran. Car ſi l'on met une verge de fer dans la muraille, au même endroit, & dans la même ſituation où eſt le filet, cette verge ſervira de ſtyle, & marquera tout le long de ſon ombre les heures. Que ſi le filet alloit trop loin dans la muraille, comme il arrive aſſez ſouvent, il ſeroit trop difficile, & même impoſſible d'attacher une ſi longue verge; & en ce cas, il ſuffit de metre un autre ſtyle, dont le bout vienne toucher l'Axe, ou le filet tendu par l'Axe, en quelque endroit que ce ſoit. On peut même donner à ce ſtyle la figure que l'on voudra, on en peut faire un Serpent ou un Oiſeau, & pourveu que le bec, ou ſon extrêmité vienne toucher le filet, ſon ombre ne manquera pas de marquer l'heure par ſon extrêmité.

5. Les heures ſe marquent en diverſes manieres. La premiere eſt celle-ci. Aprés avoir ainſi placé l'inſtrument, prenez le filet du centre, & étendez le, en le faiſant paſſer l'un aprés l'autre, par chaque heure de celles qui ſont ſur le Cercle, & marquez ſur la muraille les points,

où le filet ainsi étendu va aboutir, passant par chaque heure. Car tirant une ligne du centre du Quadran (qui est le point de la muraille, où va aboutir le filet passant par l'Axe) par chacun de ces points, on aura toutes les lignes des heures, & par conséquent tout le Quadran. Que si le centre va trop loin dans la muraille, ou qu'il n'y aille point du tout, comme il peut arriver, il faut se servir de......

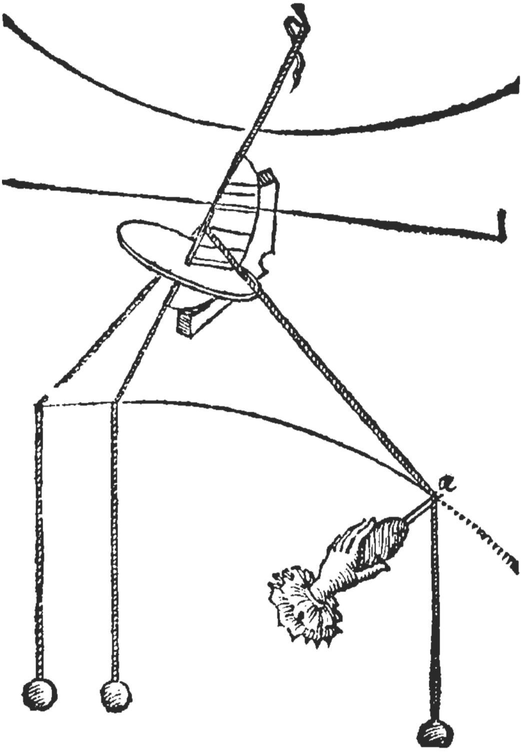
6. La seconde maniere. Après avoir placé l'instrument comme dessus, prenez un autre filet que vous attacherez, si vous voulez, au bout de l'Axe *i*. Faites-le passer par quelque heure du cercle, comme *c*. Repliez-le, en l'étendant sur l'Axe, ou sur le filet étendu par l'Axe, en sorte que ce filet *c* étant bien tendu, touche simplement l'Axe, ou le filet passant par l'Axe, en *b*, & puis en *f*, ou en quelque autre endroit que ce soit, & que les points où le filet ainsi tendu va aboutir sur la muraille, soient *g* & *e*. Alors on n'a qu'à tirer la ligne *g e*, qui sera l'heure marquée en *c*. Après avoir ainsi marqué cette heure *c*, transportez le filet de *c* en une autre heure, & vous marquerez par une semblable operation toutes les heures du Qnadran.

7. La troisiéme maniére se pratique de nuit. Mettez un flambeau en telle situation, que l'ombre de l'Axe passe par quelque heure du Cercle. Alors l'ombre du même Axe, ou du filet étendu par l'Axe, marquera dans la muraille la même heure, & il ne faut que passer le crayon tout le long de cette ombre. Après quoi transportant le flambeau, & faisant passer l'ombre par quelque autre heure, on la marquera de même sur la muraille. Ainsi de toutes les autres.

8. La quatriéme maniére se fait de jour au Soleil, par le moyen d'un miroir, qu'on place en telle situation, qu'on fait passer l'ombre de l'Axe par quelque heure du Cercle. Car alors la même ombre marque sur la muraille la ligne de cette heure-là. Ces deux dernieres manieres sont excellentes, particulierement quand le lieu où l'on fait le Quadran n'est pas plat & uni.

PROBLEME II.

Marquer les Signes du Zodiaque, & les Fêtes de l'année.



1. Laissant tout l'instrument dans sa situation, passez le filet du Centre tout le long de la surface du Cercle, & ce filet aboutissant en divers points de la muraille, y marquera la ligne équinoxiale, où doivent être les Signes d'*Aries* & de *Libra* Aprés cela transposez le Cercle, & le mettez sur le Signe de *Cancer*, (toûjours à angles droits avec l'Axe) étendez le filet du Centre, en le faisant passer successivement tout autour de la circonference du Cercle, & de cette façon vous marquerez sur la muraille le Signe de *Cancer*. Que si vous transposez ensuite les Cercles sur chaque Signe l'un aprés l'autre, vous marquerez par une semblable operation tous les Signes du Zodiaque.

2. De même, si l'on pose le Cercle sur le jour d'un mois, où tombe quelque Fête celebre; par exemple, le 15. d'Août, le 24. Juin, ou quelque autre, on pourra marquer de même sur la muraille une ligne, en tirant le filet tout autour de la Circonference du Cercle, & l'ombre du style ne manquera pas de tomber sur cette ligne, pendant tout le jour de cette Fête.

3. Afin de marquer plus commodément sur la muraille divers points, où le filet va aboutir, il est bon d'avoir une aiguille de leton, d'argent, d'ivoire ou de quelque autre matiére douce, & faire passer le filet par le pertuis *a* de cette aiguille, tandis qu'un plomb pendu au bout du filet *b* le tient toûjours bien tendu. Car alors on remuera fort aisément tout le filet, & on marquera avec plus d'assurance tant de points qu'on voudra sur la muraille.

PROBLEME III.

Marquer les Azimuts & les Almicantarats.

1. LAissant le Quadran en sa situation, dressez le demi-cercle, ensorte que son Axe soit tout droit en haut vers le point vertical. Et appliquant le Cercle en quelque endroit que ce soit, pourvû qu'il soit à angles droits, vous marquerez les Azimuts de la même maniére que vous avez marqué les heures, lors que l'Axe étoit incliné. Car mettant le filet sur chaque degré de ceux qui sont sur le Cercle, ou sur chaque 10. ou 15e. & le faisant passer par dessus l'Axe, vous irez marquer sur la muraille divers points, où le filet ira aboutir.

2. Pour les Almicantarats, mettez le Cercle sur un de ces degrez, qui sont dans la ligne *l*, au dessous de l'Axe, par ex. sur 10. degrez, & passez le filet du centre tout autour de la circonference, comme nous avons dit qu'il faut faire pour les arcs des Signes, & vous marquerez de cette maniére une ligne courbe sur la muraille, qui sera l'Almicantarat, ou le degré d'élevation sur l'Horizon, tel qu'il est marqué à l'endroit où est posé le Cercle, c'est-à-dire 10. Et quand l'extrêmité de l'ombre tombera sur cette ligne, ce sera une marque que le Soleil est élevé pour lors sur l'Horizon de 10. degrés; après cela transposés le Cercle sur 20. degrés, & sur 30. & sur les autres, &

vous

vous décrirés ainsi tous les Almicantarats, jusqu'au 45. degré environ. Mais pour décrire ceux qui sont au dessus de 45. il faut avoir un autre petit Cercle, qui ne soit grand que de la quatriéme partie de celui-ci, & qui se puisse enchasser de même sur le demi-cercle. Car en plaçant ce petit Cercle sur les petits degrés, on pourra marquer sur la muraille jusqu'à 70. degrés, qui est plus qu'il n'est necessaire, le Soleil ne montant jamais si haut en Europe.

PROBLEME IV.

Marquer les Maisons Celestes.

ABbattez le demi-cercle, ensorte qu'il soit tout couché, & que l'Axe soit mis Horizontalement. Mettés le Cercle au milieu, & inclinez-le, en telle sorte qu'une de ses surfaces touchant le centre, la circonference réponde au degré d'élevation du Pole qui est au Quadran. Alors étendant le filet tout le long de l'Axe, jusqu'à la muraille, vous aurés-là le centre, où toutes les lignes des Maisons Celestes iront se croiser. Que si ensuite on passe le filet par les heures, qui sont en nombre pair sur le Cercle 8. 10. 12. 2 4. 6. on décrira toutes les Maisons Celestes, de la même maniére qu'on a décrit les heures Astronomiques.

PROBLEME V.

Décrire les Heures Italiques, Babyloniques, & Judaïques.

1. APrès avoir marqué les Tropiques & l'Equateur suivant le Probléme II. il n'y a pas grande difficulté à marquer ces heures, parce que chacune d'elles passe dans l'Equateur par un même point, avec chaque heure Astronomique, de sorte que l'on a là un point pour chaque heure, & il ne reste qu'à en trouver un autre, ce que l'on fait dans un des Tropiques, en cette sorte.

2. La ligne Horizontale entre les Tropiques, du côté de l'Orient, est la 24. heure Italique, & du côté de l'Occident, elle est la 24. Babylonique: & de part & d'autre la même horizontale est aussi la 12. heure Judaïque. Ainsi prenant l'endroit d'un Tropique, où il coupe l'Horizon, & comptant sur ce même Tropique heure par heure, on y aura un point pour chaque heure Italique & Babylonique. Par ex. remarquant que l'Horizon coupe la Tropique du *Cancer* à 7. heures & trois quarts du soir, prenés un point, à une heure devant, c'est à dire, à 6. heures trois quarts, & ce sera le point par où doit passer la 23. heure Italique; de sorte que tirant de ce point une ligne vers le point de l'Equateur où est la 5. heure Astronomique, vous aurés toute la ligne de la 23. heure Italique. Ensuite, tirés une autre ligne depuis le point de 5. heures & trois quarts de ce

Tropique, jusqu'à 4. heures de l'Equateur, vous aurés la 22. heure Italique, &c.

3. De même, remarquant que l'Horizon coupe un Tropique du côté de l'Occident à 4. heures & un quart, vous devés prendre une heure aprés dans le même Tropique, c'est à-dire, 5. heures & un quart, & de-là tirer une ligne vers les 7. heures sur l'Equateur, & ce sera la 1. heure Babylonique. Ensuite la ligne tirée de 6. heures $\frac{1}{4}$ du Tropique jusqu'à 8. heures de l'Equateur, sera la 2. heure Babylonique, &c.

4. Si l'Horizon ne coupe pas les Tropiques vers l'Orient, ou vers l'Occident, sçachés seulement l'heure du lever & du coucher du Soleil, aux plus longs & aux plus courts jours de l'année. Par exemple, sçachant que le Soleil se leve aux plus courts jours à 7. heures $\frac{3}{4}$, vous n'avés qu'à tirer les lignes des heures Babyloniques par 6. heures $\frac{3}{4}$. 5. heures $\frac{3}{4}$. 4. heures $\frac{3}{4}$. 3. heures $\frac{3}{4}$, &c. du Tropique de *Capricorne*, les faisant passer par 7. heures 8. 9. 10. &c. de l'Equateur, ou bien sçachant que le Soleil se leve à 4. heures $\frac{1}{4}$ aux plus longs jours, tirés les lignes de 5. heures $\frac{1}{4}$. 6. heures $\frac{1}{4}$. 7. heures $\frac{1}{4}$. 8. heures $\frac{1}{4}$ &c. du Tropique de *Cancer* par 7. 8. 9. 10. &c. de l'Equateur, vous aurés les mêmes heures Babyloniques.

5. De même sçachant que le Soleil se couche aux plus longs jours à 7. heures $\frac{3}{4}$, tirez les lignes de 6. heures $\frac{3}{4}$. 5. heures $\frac{3}{4}$. 4. heures $\frac{3}{4}$. 3. heures $\frac{3}{4}$, &c. du Tropique de *Cancer* par 5. heures 4. 3. 2. &c. de l'Equateur, vous aurez les heures Italiques.

6. Pour les Judaïques, partagez en six parties égales les heures qui sont depuis Midy jusqu'au Soleil couché, ou levé, c'est à dire, jusqu'à l'Horizon dans un Tropique, & de chacune de ces parties tirez des lignes par chaque heure de l'Equateur : vous aurez les Judaïques, en sorte que la ligne Meridienne est toûjours la 6. heure Judaïque, celle qui passe par une heure de l'Equateur est la 7. Judaïque, *&c.*

Dans le Latin on a indiqué une autre methode de décrire ces sortes d'heures, propre de cet instrument.

REMARQUE.

1. QUand dans le Quadran on se contente de marquer les seules Astronomique, il est indifferent de mettre quelque style que ce soit, pourveu que son extrêmité vienne toucher quelque point de l'Axe. Mais lors qu'on y ajoûte les signes du Zodiaque ou d'autres Cercles, il faut necessairement que le bout du style réponde précisément au centre de l'instrument.

2 Il y a souvent trop d'embarras à faire des échaffauts si grands & si fermes, qu'on y puisse poser une table, & que l'instrument y soit arrêté sans branler. Ainsi il vaut beaucoup mieux tendre une toile de Peintre, ou un grand papier au bas de la muraille dans laquelle on veut faire le Quadran, & operer tout à son aise sur cette toile. Car le Quadran étant fait sur cette toile, on n'a qu'à le transporter avec une échelle au haut de la muraille, au lieu qui aura déja été preparé par les Massons, & l'appliquant en même situation qu'elle étoit au bas, marquer avec un poinçon toutes les lignes des heures & des arcs, suivant qu'elles sont tracées sur la toile. Mais sur-tout, il faut bien marquer la disposition du style suivant que l'instrument la déterminoit sur la toile.

PROBLEME VI.

Faire une Horloge de Reflexion dans une Chambre.

1. LEs plus beaux Quadrans sont ceux de Reflexion. On met sur la fenêtre un petit miroir, qui recevant la lumiere du Soleil, en reflechit un rayon dans la chambre, en sorte que ce rayon changeant de place à mesure que le Soleil s'avance, marque toutes les heures qui sont peintes dans la chambre. Cette sorte de Quadran se fait par nôtre instrument en cette sorte.

2. Mettez l'instrument sur la fenêtre, à peu prés à l'endroit où doit être le petit miroir; placez-le sur son Meridien à l'ordinaire, suivant ce qui a été prescrit au Probl. I. n. 3. & aprés avoir ainsi trouvé la situation Meridienne, tournez tout le Plan Meridien avec son Cercle, ensorte que le haut de l'Axe, au lieu de regarder vers le Pole Septentrional, soit tourné vers le Midy. Après quoi il faut operer dans la chambre de la même maniére qu'on a prescrit qu'il falloit operer dans les murailles à l'égard des autres Quadrans.

3. Quand il n'y a que les heures Astronomiques, le miroir doit être mis Horizontalement, ensorte qu'il touche en quelque point que ce soit l'Axe, ou le filet étendu le long de l'Axe. Mais si les Signes & les autres Cercles y sont; il faut que le miroir soit placé justement à l'endroit où étoit le centre de l'instrument.

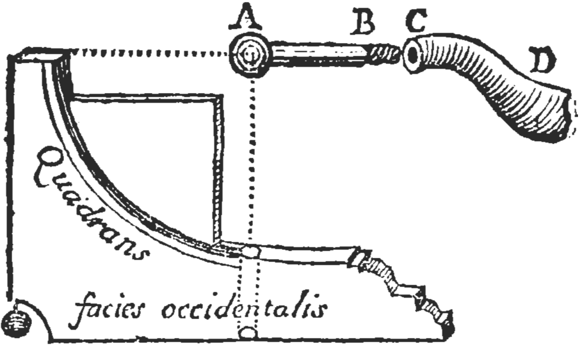
PROBLEME VII.

Trouver à tout moment quelle heure il est, & la hauteur du Pole du Païs où l'on est.

AJoûtés à l'instrument une aiguille aimantée, par le moyen de laquelle vous pourrés mettre le Plan Meridional sur le vrai Meridien du lieu. Après quoi ayant placé le Cercle sur le centre, élevés ou inclinés le demi cercle, qui emporte aussi le Cercle, jusqu'à ce que l'ombre de la circonference tombe justement sur le jour dans l'Axe. Alors la petite main qui est au milieu du bord du demi-cercle indiquera la hauteur du Pole dans les degrés du Quadran, & en même tems l'ombre de l'Axe marquera l'heure sur le Cercle ; sinon que l'épaisseur du Plan Meridional fait quelque empêchement depuis 9. heures jusqu'à 3.

REMARQUE.

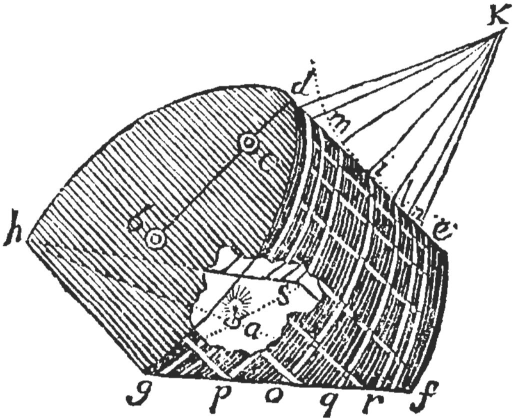
CEt instrument étant fait de leton, sera sans doute plus commode, parce qu'on pourra y joindre au lieu du Plan Horizontal, une branche de fer, par le moyen de laquelle on peut attacher l'instrument au style du Quadran, qui doit être fiché dans la muraille, le plus fort qu'il est possible.



Mais en ce cas le style doit être fait de deux piéces, en sorte que le bout *A B* se puisse ôter de l'autre partie *C D*, & s'y remettre, étant fait en vis. Quand on voudra faire le Quadran, il faut placer le Quadran de l'instrument tout nud sans son cercle, & sans son demi-cercle, ensorte que le centre reponde justement

tement au bout du style *A*, & que d'ailleurs ce même Quadran puisse tourner sur sa cheville, demeurant toûjours vertical ou perpendiculaire à l'Horizon. Alors il faudroit ôter ce bout du style, & mettre le demi-cercle & le cercle sur le Quadran de l'instrument, qui pourra être tourné maintenant comme on voudra, n'étant point empêché par le style, à cause du bout qui en a été ôté. Ainsi on le tourne quand il fait Soleil, pour l'orienter, & on opere suivant ce qui a été dit au Problême I. n. 3. & aux suivans. Le Quadran étant achevé, on ôte l'instrument, & on remet le bout du style en sa place.

DESCRIPTION
DE LA
SECONDE MACHINE.



1. CEtte Machine est une certaine Lanterne de fer blanc, ou bien même de carton, faite en Cylindre, ou en portion de Cylindre. Voyez la 6. figure *g h d* est une Plaque Circulaire, ou un grand segment de Cercle, comme l'est aussi la Plaque opposée *f e*, qui est un petit segment, ensorte que ces deux segmens, s'ils étoient joints ensemble, feroient tout le Cercle entier. Le point *b* est le centre du Cercle *g h d*, par où passe l'axe

du Cylindre *g h ſ f* eſt une Plaque, au milieu de laquelle il y a un trou *a*, qui eſt le centre de l'inſtrument. Les Arcs *i o*, *m p*, *l q*, &c. ſont les Arcs des Signes. Les lignes droites paralleles, ſont les heures. Toutes ces lignes ſe marquent en cette ſorte.

2. Tout le tour du Cylindre, c'eſt-à-dire, la circonference *g h d*, ſe diviſe en 24. parties égales, & on tire par-là des paralleles, & ce ſont les heures: enſorte que la ligne qui paſſe par le plus haut point *d*, & *e*, eſt l'heure de Midy.

3. Au milieu on tire le demi-cercle *i o* tout au tour du Cylindre, & ce ſera l'Equateur. On fait la perpendiculaire *i k* égale au demi-diametre *b d*. De *k*, comme d'un centre, on fait un Çercle, dans lequel on prend de part & d'autre 23. degrez 30'. & tirant par ce degré les lignes *k d*, *k e*, on a ſur la Meridienne les points par où l'on doit tirer les Cercles paralleles à l'Equateur, qui ſeront les Tropiques; & aprés cela, on trouve aiſément les points des autres Signes, ſuivant la pratique donnée au n. 7. de la deſcription de la premiere Machine.

4. Il eſt bon, mais non pas abſolument neceſſaire, que le demi-cercle de l'Equateur ſoit préciſément terminé par la Plaque d'embas, dans l'endroit où l'Equateur coupe la ligne de 6. heures, & que cette même Plaque faſſe avec le Plan de l'Equateur l'Angle du Païs où l'on eſt; & de cette façon cette Plaque ſera l'Horizon.

USAGE
DE LA
SECONDE MACHINE.

1. FAites ſur la pierre de la Fenêtre un petit creux rond de la grandeur d'un demi écu, pour y mettre le miroir ; ou bien faite faire exprès une petite Boëte de fer, avec une pate en bas, qui puiſſe s'enchaſſer dans la pierre, & s'y ſouder avec du plomb.

2. Prenés la ligne Meridienne, qui paſſe par cet endroit-là, ce qui ſe fait fort aiſément à Midy même ſi le Soleil y luit. Car tenant un plomb pendu à un filet, au-delà de la fenêtre, enſorte que l'ombre du filet paſſe par deſſus ce creux preparé ; cette ombre marquera la ligne Meridienne. On peut, pour plus grande commodité, laiſſer ce fil ainſi tendu,& l'affermir en cette même diſpoſition.

3. Metrés de nuit une petite Lampe dans ce creux, enſorte que la flamme qui en doit être petite, mais claire, ſoit juſtement en l'endroit où doit être le miroir.

4. Placés la Machine là-deſſus, enſorte que la flamme de la Lampe ſoit juſtement au trou *a*, qui eſt le centre, & qu'en même-tems le rayon qui paſſe par le trou de l'Axe *b* aille répondre au filet tendu, ou en quelque part que ce ſoit de la ligne Meridienne. En un mot, il faut que cette Machine ſoit orientée, & placée en telle ſorte, que ſon axe regarde le vrai Meridien du lieu.

5. Alors le rayon de la Lampe paſſant par

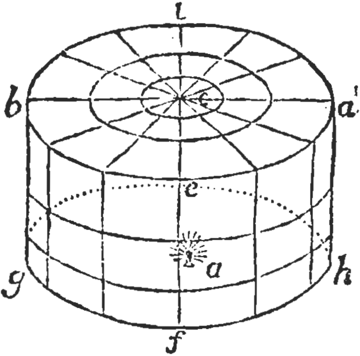
toutes les ouvertures de la Lanterne, marquera fidélement dans la chambre tout l'Horloge, & vous n'avez qu'à passer le crayon par tous les endroits des murailles, & du plancher où vont ces rayons, pour pouvoir aprés les faire peindre tout à loisir.

6. Ensuite on prend un miroir, & on le met dans ce creux, en telle situation, qu'il marque tout à la fois l'heure & le Signe de ce jour, & de ce moment, qu'il faut connoître d'ailleurs par quelque autre Quadran. Et quand le verre est ainsi placé, il faut l'affermir dans cette situation avec du mastic, ou plûtôt avec des grosses couleurs détrempées à l'huile de noix, telles que sont celles dont les Peintres se servent pour dorer, qui se sechent fort, & qui tiennent admirablement bien, resistant à la pluye & au chaud.

7. Une des commodités de cet instrument, est qu'on peut le tourner comme l'on veut, pour faire aller les lignes des heures, & tout le Quadran, dans l'endroit de la chambre qui est le plus propre pour les recevoir. Au lieu que par la methode ordinaire on est gêné à faire aller toûjours les heures vers un certain endroit, suivant la Meridienne, & très-souvent il arrive que cet endroit est le moins propre, & que les heures y sont tout de travers sur les poutres, ou sur d'autres lieux irréguliers. Mais par le moyen de cet instrument, on fait aller les heures où l'on veut. Car pourveu que le rayon de *b* aille donner en quelque point de la ligne Meridienne, c'est-à-dire, pourveu que l'axe du Cylindre soit dans le plan Meridien, on peut dresser l'instrument, ou l'incliner; le tourner vers l'Orient, ou vers l'Occident, comme l'on juge plus à propos. Encore pour-

roit-on le placer même, en ne faisant pas aller ce rayon de *b* dans la Meridienne; mais pour lors il y auroit un peu plus de difficulté à le placer.

6. Par une semblable Machine, on peut marquer les Azimuts, & les Almicantarats.



Car si l'on a une autre Lanterne faite comme un tambour (2. fig.) & qu'on la mette, ensorte que la flamme de la Lampe étant au centre *a*, le rayon de *c* aille répondre au point vertical de l'Horloge, (lequel point aura été trouvé par l'autre instrument en marquant dans le plancher le point où le rayon passant par *c* du même instrument fig. 1. alloit aboutir) alors les rayons passans par les Cercles paralleles, marqueront dans la chambre les almicantarats, ensorte que *g f h* sera l'Horizon; & ceux des lignes qui traversent, & qui vont de haut en bas, marqueront les Azimuts, pourvû néanmoins qu'on ait tellement placé cette lanterne, que les raïons passant par une de ces lignes, aillent tomber sur la Meridienne, qu'on a marquée dans la chambre. Et par ce même moyen on pourroit marquer les Meridiens de divers Païs, les Cercles de Latitude, & toute une Geographie.

9. Il y a un inconvenient, quand on se sert de la lumiere d'une Lampe: c'est que cette lumiere est trop foible, pour se faire bien discerner sur les murailles, & sur les planchers, quand la chambre est grande. Voilà pourquoi il faut se servir des rayons du Soleil, par le moyen de quelques miroirs. En voici la pratique.

10. 1. Commencés par attacher le petit miroir en sa place. 2. Quand le Soleil y donne, marqués trois ou quatre endroits où le rayon reflechi, va tomber dans la chambre à trois heures differentes. Il est bon de faire cela un jour que le Soleil entre dans quelqu'un des Signes: & du moins une de ces operations doit être faite, lorsqu'on sçait qu'il est une certaine heure; par exemple, à midi, ou à 10. heures, ou à 3. heures & demie, &c. 3. Placés l'instrument, ensorte que son centre réponde précisément au petit miroir. 4. Ayés quatre ou cinq autres miroirs assez grands (s'ils sont concaves, ils en seront meilleurs) & placés-les, en sorte que recevant les rayons du Soleil, il les reflechissent sur le petit miroit, lequel les reflechira aussi, lui de sa part, vers la circonference de la Lanterne, où trouvant des ouvertures, ils passeront pour aller dans la chambre y marquer fort sensiblement les lignes Horaires & les Signes. 5. Mais quand on voit passer ainsi ces rayons par la Lanterne, il faut la disposer, en sorte que les rayons qui passent par le Signe du jour, auquel on a marqué ces trois ou quatre points, aillent justement répondre à tous ces points, & qu'en même-temps les rayons de l'heure aillent aussi

ſur le point qu'on avoit marqué lorſqu'il étoit cette heure-là.

11. Cet inſtrument eſt encore très-commode pour faire les Quadrans ſur les murailles, & ailleurs. Mais pour cet effet, il faut qu'il ſoit plus petit, & plus leger que pour les Quadrans de Reflexion; & de plus, il faut trouver le moyen de l'attacher au ſtyle déja fiché dans la muraille, en ſorte que le bout du ſtyle ſe trouve dans le centre de cet inſtrument, ce qui n'eſt pas fort malaiſé à pratiquer. De plus, il faut le placer, en telle ſorte, que les rayons du Soleil paſſant par la fente de 12. heures, aille répondre à la ligne Meridienne, qu'on auroit déja marquée dans la muraille; & qu'en même tems les rayons du Signe aillent auſſi répondre aux 3. ou 4. points qu'on y auroit auſſi marquez le jour de ce Signe. Que ſi le Soleil ne donne pas à Midi ſur cette muraille, il faut ſe ſervir de quelqu'autre point qu'on y auroit marqué à quelqu'autre heure, dont on ſeroit aſſeuré, ſoit par quelqu'autre Quadran, ou par quelqu'autre voye.

12. Il eſt à remarquer que quand on fait les Quadrans de reflexion, l'inſtrument doit être mis le dos en haut, & qu'il doit être tourné, en telle ſorte que ſon axe, & le trou *b* regardent, non vers le Septentrion, ou vers le Pole, mais vers le Midi. Au contraire, quand on fait les Quadrans ſur les murailles, il faut que l'inſtrument ſoit le dos en bas, & que ſon axe, ou le point *b*, regarde directement vers le Pole.

Il eſt fort aiſé d'appliquer tout ceci aux Quadrans que l'on feroit par le rayon direct, qui paſſeroit par un trou pour entrer dans une chambre.

Fin des Machines aux Quadrans.

TABLE
SUR LES MACHINES propre à faire les Quadrans.

Problême IV.

Problême V.

Problême VI.

Problême VII.

Fin de la Table des Quadrans.

DISCOURS
DE LA
CONNOISSANCE
DES
BESTES.

A

MONSEIGNEUR

MONSEIGNEUR LE COMTE DE GUICHE, VICEROY DE NAVARRE.

MONSEIGNEUR,

Tandis que Vous êtes occupé à faire des preparatifs de Guerre, & que Vous vous disposez à ces grandes expeditions qui tiennent l'Europe en attente, & qui font maintenant l'entretient ordinaire de tout le monde : J'ose bien Vous presenter un Discours de Philosophie, & de pure Speculation. Ce dessein paroîtra peut-être hors de saison à ceux qui ne Vous con-

noissent pas entiérement, & qui ne considerent en vous que ces Qualitez héroïques, qui vous ont fait agir avec tant de courage dans les Armées, & avec tant de conduite dans vos Gouvernemens. Mais ceux qui connoîtront la grandeur surprenante de vôtre Esprit ; cette étenduë prodigieuse de Connoissances ; cette facilité incroyable à penetrer les Sciences les plus profondes, ne trouveront pas si étrange que je vous offre un Livre, dont la Matiere fait aujourd'hui le sujet des plus grandes Contestations des Philosophes ; & qui servant aux autres de sujet à leurs plus serieuses meditations, sera pour Vous un divertissement, & vous pourra donner quelque relâche dans vos occupations plus importantes. Vous y verrez, MONSEIGNEUR, une opinion bien extraordinaire touchant la Nature des Bétes, ausquelles on ôte un avantage qui ne leur avoit jamais été contesté. On les degrade du rang qu'elles tenoient parmi les Estres au dessus des Elemens & des Plantes : On les prive de tout sentiment : On ne veut pas même leur permettre de vivre ; on souffre seulement qu'elles se remuent, & qu'elles fassent paroître au dehors quelques mouvemens semblables à ceux des Montres & des Horloges : En un mot, on les reduit toutes au rang des Machines & des Automates. Comme il n'appartient qu'à l'Homme seul de commander aux Animaux, selon la remarque d'un Saint Pere ; il n'appartient aussi qu'à lui seul de juger de leur Nature. Et je puis dire qu'en cette rencontre, tous les Hommes ne sont pas des Juges competans pour prononcer sur une affaire si délicate. Aussi voyons-nous que les Philosophes les *plus éclairez de ce temps, prennent cette affaire à cœur, & l'estiment digne de donner de l'emploi à leur esprit.* * *Un grand Prince des Siécles passez, recommandable par sa vertu, & par le zele qu'il avoit de rendre justice à tout le monde, crût bien donner un Arrest digne de sa Grandeur, lorsqu'il prononça en faveur d'un vieux cheval, qui ayant été abandonné dans sa vieillesse par son Maitre, à qui il avoit rendu de trés-notables services dans la Guerre, alla, je ne sçai par quel instinct, ou par quel accident, sonner une cloche qui avoit été mise exprès à la porte du Palais, afin que tous ceux qui se sentoient mal-traitez, la pussent sonner pour se plaindre, & pour demander justice. Il ne s'agit pas ici de l'interêt d'un cheval; mais il y va de la vie de tout ce qu'il y a d'Animaux au monde. Et j'ose dire,* MONSEIGNEUR, *que si vous daigniez vous mêler de cette affaire, vous la pourriez bien-tôt terminer. Vous n'auriez qu'à prononcer,* QUE LES BESTES VIVENT. *Vôtre jugement seroit une Ordonnance irrevocable; & le préjugé d'une Personne si éclairée & si penetrante, feroit plus d'impression sur leurs esprits, que tout ce qui a été allegué jusques ici en faveur des Animaux. Mais de quelque maniere que vous preniez cette affaire, & quelque jugement que vous en fassiez, j'aurai toûjours la satisfaction que j'ai pretenduë, si je sçai que ce petit Discours ne vous aura point été désagreable, & qu'il vous aura donné quelque diver-*

* Carolus Dux Calab. v. Spond. an. 1328. Ex summont.

tissement. C'est l'unique dessein que j'ai eu en Vous le dediant, n'ayant pû trouver d'autre moyen de Vous donner des marques publiques du desir sincere que j'aurois de Vous plaire, & de me rendre digne de toutes les bontez dont Vous m'honorez, & qui m'obligeront toute ma vie d'être avec un très-profond respect,

MONSEIGNEUR,

Vôtre très-humble & très-obéïssant Serviteur,
PARDIES.

DISCOURS DE LA CONNOISSANCE DES BESTES.

I. Qu'il s'est toûjours trouvé des Philosophes qui ont eu des sentimens fort extraordinaires.

LA contrarieté des sentimens dans les choses qui paroissent les plus évidentes, est sans doute une marque des plus visibles de la foiblesse des hommes, & tout à la fois de la force de leur esprit. Ce ne sont pas seulement quelques particuliers, qui se laissant emporter par leur imagination, ont dit des choses extraordinaires & surprenantes. Les sectes entiéres des Philosophes ont été divisées sur des sujets des plus clairs : & quoique de toutes parts il y ait eu de très-grands hommes, ils ont eu des opinions autant éloignées les unes des autres, qu'elles le sont toutes de ce que le sens commun semble nous avoir appris. Il ne faut pas penser que ç'ait été un jeu des Philosophes, qui ayent voulu faire paroître de l'esprit à soûtenir des choses qu'ils voyoient bien eux-mêmes être contraires à la verité. C'est tout de bon qu'ils ont crû ce qu'ils disoient; & nous voyons encore aujourd'hui, que l'on se fait une cruelle guerre; & que les uns traitent d'extravagant & de ridicule, ce que les autres estiment très-conforme au bon sens & à la raison. Il y a sans doute de leur part bien de l'esprit, d'avoir pû trouver des raisons pour soûtenir des opinions si surprenantes; mais il faut avoüer aussi qu'il y a bien la foiblesse de nôtre part, lorsque les considerant avec un esprit libre & desinteressé, nous avons de la peine à découvrir qui se trompe; & c'est assurément le peu de lumiere de nôtre esprit, qui ne nous permet pas de voir la verité où elle est, & qui nous la faisant voir de tous côtez où elle ne peut être, nous fait juger qu'elle n'est nulle part, par la raison que nous la croyons voir par tout.

II. Il y en a eu qui doutoient de tout, & d'autres qui ne doutoient de rien.

Il y en a qui ont dit que nous ne sçavions rien, & que le sage devoit douter de tout. D'autres au contraire ont assuré que nous sçavions tout, & que le sage ne devoit douter de rien. Peut-on imaginer des sentimens plus opposez entre eux, & tout ensemble plus contraires à nôtre propre experience? Et cependant les

Académiciens & les Stoïciens en ont fait le capital de leurs sectes : & ils ont apporté de part & d'autre des preuves si belles & si vraisemblables, qu'il y a de la peine quand on les a oüis à les condamner, & même à ne point juger qu'ils ont raison.

III. D'autres ont dit qu'on n'apprend rien de nouveau.

D'autres survenant là-dessus, & accordant aux uns que nous avons quelques connoissances certaines & inébranlables ; & aux autres, que nous en avons de douteuses & de chancelantes, soûtiennent néanmoins que nous n'apprenons rien de nouveau ; que la science n'est qu'une Reminiscence ; & que dans le travail continuel de nôtre étude, nous ne faisons que nous rafraîchir la memoire des choses que nous sçavions dès le premier moment de nôtre naissance. Et ce sentiment, tout extraordinaire qu'il est, n'a pas laissé de plaire à bien des gens, & de trouver créance dans l'esprit du grand saint Augustin, qui en raporte les raisons, comme s'il en étoit pleinement convaincu.

IV. Quelques-uns pensent que la Terre est meuë.

Quelques-uns sont venu nous inquieter dans nôtre repos ; & au lieu que nous pensions voir rouler le Soleil & les Étoiles, ils veulent que les Cieux soient immobiles ;

* & de cette masse de terre qui nous paroissoit si lourde & si inébranlable, ils en font une piroüette, qui tournant incessamment sur son propre centre, nous emporte avec une rapidité prodigieuse. Ils nous disent que les Planettes sont des Terres, que la Terre est une Planette; & par une espece de sacrilege, pour railler avec un Ancien, en transportant la Terre, *ils ont remué les Dieux tutelaires de l'Univers*, ausquels on ne devoit jamais toucher. * *Ils ont enlevé la Déesse Vesta*, qui ne devoit jamais changer de demeure; & de paisible & solitaire qu'elle étoit, ils en ont fait une éveillée & une vagabonde.

* *Heus tu, noli nos impietatis reos facere, eo pacto quo Aristarch. putavit Cleant. Samium violatæ religionis à Græcis debuisse postulari tanquam universi Lares Vestamque si loco movisset: quod is homo conatus ea quæ in cælo apparent tutari certis ratiocinationibus, posuisset cælum quiescere, Terram per obliquum evolvi circulum, & circa suum versari interim axem.* Plutarch. de facie Lunæ, Interpr. Xylandro.

* Stat vi Tertiâ suâ, vi stando Vesta vocatur. *Ovid. Met.* Μένει γὰρ Ἑστία ἐν Θεῶν οἴκῳ μόνη. Plato in Phæd.

V. Que les Planettes sont autant de Terres.

Il seroit à souhaiter qu'il n'y eut que la Religion des Vestales d'interessée dans l'entreprise de ces Philosophes : mais ils ne s'arrêtent pas là ; & trouvant tout ce Monde trop petit pour y borner leurs conquêtes, ils en cherchent de nouveaux, & ils nous parlent du † *Monde de Jupiter*, où ils mettent quatre Lunes. Et ce qui au commencement n'avoit été proposé par un Astronome † que pour un songe, a été pris ensuite très-sérieusement par d'autres qui ont fait des Livres tous entiers *du Monde dans la Lune*, & on a pris le soin de nous faire une description exacte des particularitez de ces nouveaux Mondes, de la durée de leurs jours, de la vicissitude de leurs saisons, & en un mot, de tout ce qu'ils ont de remarquable.

† Simon Marii Mundus Jovialis.
† Kepleri Somnium sive Astronomia Lunar.

VI. Et qu'il y a plusieurs Mondes.

Mais leur curiosité, ou si j'ose ainsi parler, leur ambition n'a pas encore été satisfaite ; & comme s'ils avoient déja assujetti à l'empire de leur Philosophie, tous ces mondes qui sont à la portée de nos yeux, ils vont encore chercher d'autres Mondes invisibles à conquerir, & ils nous font entendre qu'au de là de tout ce grand Monde Solaire, qui en comprend pour le moins une douzaine de petits ; il y a encore une infinité d'autres Mondes qui ont tous leur Soleil, leurs Planettes, leurs Cieux, leurs Revolutions, & leurs Mondes particuliers ; & tout ceci, qui semble d'abord plus tenir de la galanterie d'un faiseur de Romans, que de la pensée sérieuse d'un Philosophe, a été reçû avec un applaudissement incroyable d'une infinité de personnes : on en a donné mille loüanges à l'Auteur Aristote, & tous les Anciens ne sont rien au prix de lui ; & jamais peut être Christophe Colomb n'a reçû tant de benedictions du peuple, pour avoir découvert les mines de l'Amerique, que Monsieur Descartes en a eu de ses Sectateurs, pour avoir enrichi la nouvelle Physique, par la découverte de tant de trésors inconnus à l'Antiquité.

VII. Sentiment extraordinaire touchant les qualitez sensibles.

Voici encore quelque chose de plus surprénant. Jusques-ici nos sens avoient été en possession de juger des choses sensibles ; leur jugement étant absolu, personne ne leur contestoit leur jurisdiction : & quand il s'agissoit des couleurs, de sons, de saveurs, & de choses semblables, on s'en raportoit aux yeux, aux oreilles, & à la langue, & on ne croyoit pas qu'il pût y avoir en cela de la tromperie. Il y a même des Philosophes qui ne reconnoissent point d'autre regle pour juger infailliblement de la verité, & ils pensent que nous n'avons jamais de plus grande certitude, que lorsque tous nos sens conspirent à nous representer la même chose. Quoiqu'il en soit de cette regle, il est certain qu'il n'y a rien de quoi nous fussions moins disposez à douter, que des choses que nous, & tous les hommes avec nous, experimentions par nos sens, depuis nôtre naissance. Ainsi nous n'avions pas le moindre doute, que la lumiere que nous voyons ne fût répanduë par le monde, que le son des paroles que nous entendons ne fût produit dans la bouche de celui qui parle, & qu'il ne fût porté par l'air, jusqu'à venir frapper nos oreilles. Nous croyions fermement qu'un diamant étoit dur, que la neige étoit blanche, que le feu avoit de la chaleur. Mais on nous vent faire entendre que nous nous trompons en cela; que ce n'est qu'une illusion de nos sens, & que par le préjugé de nôtre enfance, nous nous imaginons des couleurs, & des qualitez où elles ne sont point. Qu'en effet, il n'y a point de dureté dans le diamant, point de douceur dans le lait, ni de pesanteur dans les pierres: que toutes ces choses sont dans nous mêmes, & non pas dans les objets; & qu'en un mot, tout ce que la Philosophie vulgaire appelle des *Qualitez sensibles*, ne sont nullement des accidens des corps, mais que ce sont des modes de nôtre ame, c'est-à-dire, de veritables pensées que nous avons à la rencontre des objets qui se presentent à nos sens. Ces Philosophes du commun sont donc bien loin de leur compte, quand ils se mettent tant en peine de sçavoir si la chaleur du feu est une substance ou un accident. Ces gens-là ne l'entendent pas: la chaleur du feu n'est ni substance, ni accident; parce que la chaleur du feu est une chimere, qui ne fut jamais que dans nos fausses imaginations, n'y ayant point d'autre chaleur que celle de nôtre ame. Après cela, je ne voi point sur quoi nous pourrons prendre nos assurances, puisque nous nous trompons si lourdement dans des choses qui nous paroissoient si évidentes.

VIII. Quelques-uns pensent que les Bêtes sont de pures machines sans connoissance & sans sentiment.

Mais peut on imaginer rien de plus plaisant, que ce que disent maintenant nos Philosophes touchant la nature des Bêtes? A considerer la conduite admirable des animaux, le rapport & la proportion que toutes leurs actions ont avec une fin, particulierement lors qu'on fait reflexion sur ce qu'on dit des Singes & des Elephans certainement, il y a de la peine à expliquer comment tout cela se peut faire sans quelque sorte d'intelligence qui soit dans l'ame de ces Animaux. Mais ces Messieurs, bien loin d'accorder la raison aux Bêtes, leur refusent même la connoissance, & le sentiment. Ils font un jeu de Marionnettes de tous ces mouvemens si reglez. Les Bêtes, à leur avis, sont de petites Machines qui ne se remuent que par ressorts. Le battement des arteres n'est pas plus une marque de vie, que le battement d'une montre; & l'exactitude avec laquelle les Abeilles font ponctuellement leurs ouvrages, ne marque pas plus de connoissance que la régularité d'une aiguille, qui montre exactement les heures. Quelque expressement que nous remarquions dans un Chien qui a perdu son maître, & quelque allegresse qu'il fasse paroître quand il la trouvé; ce Chien néanmoins n'a ni joye, ni inquiétude; il ne connoît pas même son maître; ayant des yeux il ne le voit pas; & quoiqu'il obéisse à sa voix, il ne sçauroit pourtant pas l'entendredre : de sorte qu'à la vûë de toutes ces allées & venuës si inquiétes, de tous ces bonds, de ces tressaillemens & de ces caresses, nous n'avons pas plus de sujet d'attribuer au Chien aucune veritable passion, qu'à une aiguille aimantée, qui semble chercher avec empressement son pole, & demeurer paisible & contente quand elle l'a trouvé. De même, disent-ils, quand un chien est blessé, il ne sent point de douleur ; & quelque pitoyables que soient ses cris, ce n'est pourtant qu'un bruit fait naturellement par la machine de son corps, qui ne marque pas plus de douleur ou de sentiment que le fait le bruit d'un tambour ou d'une charette mal graissée. Ainsi on a grand tort d'accuser de cruauté ceux qui massacrent les animaux. A la verité, c'est grand dommage de gâter ainsi des machines si admirables ; mais aprés tout, il n'y a pas en cela plus de cruauté qu'à déchirer un tableau de Raphaël, ou à briser impitoyablement une Antique. Aussi lors qu'aprés avoir frappé une bête, elle se retourne, & nous mord ; si nous nous imaginons que c'est par colere & par vengeance ce qu'elle en fait, nous sommes aussi simples que ces bons * Gnidiens, qui voulant percer leur Isthme, & se mettant déja en devoir de piquer à coups de marteau le Roc qui sépare les deux mers, s'arrêterent bien-tôt, voyant que les éclats leur en sautoient au visage, & crurent fermement que le Rocher ne trouvoit pas bon leur dessein, qu'il étoit choqué de se sentir ainsi frapé, & que c'étoit par vengeance qu'il leur vouloit crever les yeux ; si bien qu'ils alle-

* Herodot. l. 1. Pausan. in Corinthiacis.

rent consulter l'Oracle, pour apprendre le moïen d'appaiser une pierre, qui assurément ne machinoit rien contre leur ruïne.

IX. D'autres au contraire, accordent la connoissance aux Plantes & aux Elemens.

Mais si ces Philosophes ont refusé la connoissance aux Bêtes ; Dieu merci il s'en trouve d'autres qui l'accordent aux Plantes & aux Elemens. Et comme si la nature vouloit se dédommager du tort qu'on lui a fait en ce siécle, de borner ses connoissances dans la seule espece de l'homme, elle a suscité de nos jours des Philosophes, qui ont assuré que les arbres & les pierres connoissoient veritablement ce qui est convenable à leur nature, & que les corps les plus insensibles n'agissoient dans leurs operations que par l'usage, & par la direction de leur propre connoissance.

X. Pour bien examiner cette opinion, il en faut considerer toutes les raisons.

Comme j'ai dessein de m'arrêter un peu sur ce sujet, & de l'examiner, je ne veux pas qu'on me fasse le reproche qu'on a fait à ceux qui se contentent de dire que ce sont des extravagances, & qui pensent avoir bien refuté une opinion, quand ils ont dit qu'elle choque le bon sens. Je veux donc voir quelles peuvent être les raisons qui ont porté ces Philoſophes à priver ainſi les Bêtes de connoiſſance & de ſentiment ; & ſi l'on trouve enſuite que je ne ſuis pas de leur avis, peut être jugera-t-on que ce n'eſt pas au moins faute d'avoir conſideré leurs raiſons, & j'eſpere que ces Meſſieurs ne me reprocheront point ce qu'ils nous diſent ordinairement, que nous jugeons par prévention, que nous les condamnons ſans les entendre, & que la préoccupation nous empêche de penetrer les matiéres. Voici donc, à mon avis, les raiſons qui peuvent favoriſer leur ſentiment.

XI. *Les mouvemens naturels ſe font en nous ſans connoiſſance.*

Il eſt certain que dans nous-mêmes il ſe fait pluſieurs mouvemens, ſans qu'il y intervienne du côté de nôtre ame aucune penſée. * *Nous digerons les viandes ſans y penſer*, dit le ſçavant Boëce ; *nous reſpirons auſſi dans le ſommeil ſans y prendre garde.* De ſorte que ſelon la remarque de ſaint Gregoire de Nyſſe, † ces mouvemens *qui ne procedent d'aucune ſorte de penſée, ni d'aucun acte de la volonté, doivent dependre de quelque autre cauſe* ; ſçavoir d'une certaine chaleur, & comme il avoit dit un peu auparavant, de *la machine du Corps.* Ce que je dis de la digeſtion & de la reſpiration, il le faut encore entendre de la palpitation du cœur, du battement des arteres,

* Acceptas eſcas ſine cogitatione tranſigimus in ſomno ſpiritum ducimus neſcientes, *&c.* l. 2. Conſol. pr. 11.

† De Opific. hom. cap. 30.

de la distribution des esprits,& de tous les autres mouvemens qu'on appelle *naturels*, qui se font toûjours en nous-mêmes, quand nous ne le voudrions pas. Ainsi nous pouvons dire que du moins, pour de semblables mouvemens, il ne faut point de connoissance dans les Animaux, & qu'une machine peut digerer, peut respirer, peut faire circuler le sang dans les veines, & enfin peut donner des marques de vie dans le battement des arteres.

XII. Et même plusieurs mouvemens de ceux qu'on appelle volontaires.

Mais ce ne sont pas seulement les mouvemens naturels qui se font en nous, sans le secours de nos connoissances ou de nos volontez : il y en a encore une infinité de ceux qu'on appelle mouvemens *volontaires* & *spontanées*, qui se font aussi, ce semble, par la seule disposition de la machine du corps, sans que nôtre ame y contribuë aucune pensée. Si lorsque nous pensons à toute autre chose, l'on vient à nous appliquer à la main un bouton de feu, nous la retirons incontinent avec une trés-grande promptitude ; il ne faut point de déliberation pour cela, nôtre volonté n'a que faire de commander ce mouvement, nôtre main s'est retirée devant que nous ayons seulement pensé à faire ce mouvement. De même, si quelqu'un avance un peu son doigt vers nos yeux, nous les clignons d'abord ; & quand même nous ferions une reflexion particuliere à tenir ferme, que nous serions assurez que celui qui fait ainsi semblant de nous vouloir crever les yeux est nôtre ami, qu'il ne fait cela que pour nous faire peur, ou même pour essayer ce qui arriveroit; avec tout cela neanmoins nous ne sçaurions nous empêcher de fermer vitement les yeux toutes les fois que cet ami avanceroit sa main, tant il est vrai que ce mouvement se fait sans qu'il soit besoin d'aucune connoissance.

XIII. Des mouvemens que nous faisons pour nous tenir, & nous empêcher de tomber.

Il y a une infinité de rencontres où ces mouvemens spontanées previennent nos connoissances & nos volontez, quoiqu'ils se fassent si à propos pour le bien & pour la conservation de tout le corps, qu'on ne sçauroit jamais mieux les faire quand on y emploiroit tout le raisonnement possible. Mais il est bon de faire remarquer quelques mouvemens particuliers qui se font en nous, sans que nous y prenions garde. Aristote qui est l'homme du monde qui fait les plus belles reflexions sur les effets de la nature, remarque l'industrie merveilleuse qui paroît dans les animaux, lors qu'ils observent à la rigueur toutes les regles de la plus fine méchanique, pour se tenir toûjours en équilibre, & s'empêcher de tomber. Si nous voulons nous baisser pour ramasser quelque chose à terre, nous retirons une jambe en arriere, pour servir de contre-poids au reste du cops, qui se panche sur le devant. Si marchant sur un endroit dangereux, nous venons à glisser, nous élevons incontinent le bras opposé à l'endroit où nôtre corps a déja pris sa pente pour tomber, & par ce moyen nous nous retenons, parce que ce bras ainsi élevé, éloigne son propre poids du milieu du corps où est le centre, & par cet éloignement il aquiert assez de force pour contrebalancer le reste du corps qui panchoit de l'autre côté; comme nous voyons qu'un petit poids suspendu loin du centre de la balance se tient en équilibre contre un autre beaucoup plus grand qui seroit plus proche du centre. Ayez le plaisir de considerer les contorsions du corps, & les autres mouvemens que fait un homme qui marche sur une corde, ou sur une poutre élevée. Et pour éviter tout danger, faites mettre un chevron fort étroit à terre, sur lequel il faille passer sans tomber: vous verrez que la même chose, que l'industrie de ceux qui ont appris à danser sur la corde observe, lorsqu'ils ont une longue perche qu'ils portent d'un côté ou de l'autre, suivant le besoin qu'ils ont de faire un plus grand poids pour se redresser: vous verrez, dis-je, que la même industrie paroît en tous les hommes qui se servent de leurs deux bras comme d'un contrepoids, & même de tout le corps, qu'ils inclinent par des contorsions qui paroissent d'ailleurs ridicules, mais qui sont merveilleusement propres à faire l'équilibre, & à tenir toûjours l'homme sur ses pieds.

XIV. Ces mouvemens-là se font en nous sans connoissance.

Qui a appris à un enfant, ou à un païsan, ou au plus étourdi des hommes, que le poids éloigné du centre a plus de force? Que le bras élevé pourra soûtenir tout le poids du corps qui commence à tomber! Que le centre de nôtre pesanteur doit toûjours être droit au dessus de nos pieds? Et cependant les enfans & les idiots pratiquent toutes ces regles avec la même justesse que les plus habiles Philosophes. Toutes les reflexions que nous faisons sur les loix du mouvement & de l'équilibre sont inutiles dans la pratique; & bien loin que ces connoissances nous puissent servir dans les occasions; elles nous seroient trés-nuisibles, si nous voulions les employer; étant certain que nous faisons mieux tous ces mouvemens, quand nous n'y pensons pas, que quand nous y pensons; & si dans ces rencontres où nous sommes sur le point de tomber, nous nous avisions de commander à nos bras les mouvemens que nous jugerions les plus propres, & les plus justes, assurément nous serions par terre, tandis que nous délibererions. Il faut donc avoüer que tout cela se fait en nous sans connoissance, ou que du moins la connoissance que nous en avons quelquefois par reflexion n'en est pas la cause, puisque ces mouvemens nous previennent, & que toutes les pensées que nous avons pour lors, nous empêchent plus qu'elles ne nous aident. Si donc des mouvemens si reglez, si proportionnez au besoin, & si conformes aux loix de la plus sçavante Philosophie, peuvent se faire si à propos dans les hommes sans aucune connoissance; pourquoi veut on que les Bêtes agissent par connoissance? Et pourquoi n'avoüera-t-on pas avec nos Philosophes, qu'elles peuvent faire par la seule disposition de la machine de leurs corps, ce que nous faisons par une semblable disposition du nôtre ?

XV. *Les mouvemens necessaires pour former la parole se font sans connoissance.*

A bien considerer ceci, peut être ne trouvera-t-on rien dans les Bêtes qui demande plus de connoissance que ces mouvemens méchaniques, qui nous entretiennent toûjours dans l'équilibre. Voici néanmoins quelque chose, qui sans difficulté surpasse infiniment toutes les actions des animaux. Il n'y a rien dans ce que font les Bêtes qui puisse entrer en comparaison avec la parole. Je n'entends pas ici parler de l'institution des hommes, ni des pensées que les paroles font naître : je parle seulement du son que nous formons diversement pour en faire toute la diversité des mots que nous prononçons. Nous sommes surpris quand nous faisons reflexion aux divers mouvemens qui sont necessaires pour former la voix. Nous enflons premierement nos poumons pour les remplir de vent, puis en les pressant nous poussons l'air contre un petit tuyau, qui a une bouche à peu prés semblables à celle des tuyaux à anche qui sont dans les orgues : cette petite bouche excitée par l'air qui sort du poumon sonne comme fait une flûte, mais avec une trés grande diversité. Car comme à mesure qu'on serre ou qu'on élargit la languette des anches des tuyaux, on fait des sons plus bas ou plus hauts ; aussi à mesure que cette petite bouche de nôtre tuyau se resserre ou s'entrouvre, le son se fait plus grave ou plus aigu. De même en changeant la disposition de l'ouverture de ce même tuyau, nous imitons tantôt le son clair d'un flageolet, tantôt le bruit enroüé du nazard ; en un mot, nous faisons tel son qu'il nous plaît. De plus, ce son encore informe, en passant par nôtre bouche, est diversifié par le moyen de la langue, des dents & des levres ; & c'est une chose prodigieuse, de voir comme quoi nous poussons quelquefois la voix tout droit tenant la bouche ouverte ; quelquefois nous la retenons comme enfermée, pour la faire sortir tout d'un coup à la premiere ouverture des levres ; tantôt nous élevons la langue vers le palais d'enhaut ; tantôt nous la poussons contre les dents ; d'autres fois nous la replions en dedans, ou bien nous la creusons comme un canal : enfin, il y a une infinité de mouvemens, que nous pratiquons en parlant, qui sont tous si justes, si diversifiez, & si proportionnez à l'effet qui doit s'en ensuivre, qu'il n'y a peut-être rien dans la nature de plus admirable; cependant tout cela se fait sans y penser. Un Orateur commence son discours, & le poursuit jusqu'à la fin, sans jamais faire reflexion qu'il remuë la langue ou qu'il parle. On ne s'avise point de considerer comme il faut serrer les dents, ou fermer les levres pour prononcer les mots. Quand nous y voudrions penser, nous n'en parlerions pas mieux, ni sans doute si bien ; & toutes ces pensées & ces reflexions que nous ferions pour bien disposer les organes de la parole, nous empêcheroient de parler. Et aprés cela, on veut que les Bêtes connoissent ce qu'elles font ? Et parce qu'elles agissent à propos dans les rencontres, nous jugeons qu'elles ont de la connoissance. Quoi donc, pourront dire nos Philosophes, un homme parle sans connoissance, & un chien ne sçauroit japper sans connoissance ? Toutes les pensées sont inutiles dans nous-mêmes pour l'execution de tous ces mouvemens si merveilleux, & les pensées seront necessaires dans les Bêtes pour des mouvemens qui ne sont pas à beaucoup près si admirables ?

XVI. La pensée n'est pas necessaire pour parler, mais seulement pour vouloir parler.

On dira peut-être que si la pensée n'est pas necessaire dans l'execution même de ces mouvemens qui forment la voix, elle l'est néanmoins dans la resolution que nous prenons de parler. En effet, nous parlons quand nous voulons, & de la façon que nous voulons ; nous ne le faisons point sans nous déterminer à le faire, & il est impossible de se déterminer sans connoissance : ainsi la connoissance est toûjours necessaire pour parler, & le son des paroles suivies, sera une marque infaillible des pensées qui sont dans les hommes. Or nous voyons que les Bêtes agissent à peu prés par de semblables principes ; si elles n'agissent pas avec une pleine liberté, elles agissent du moins avec cette independance, que l'on appelle *Spontanée* ; & quoi qu'elles ne déliberent pas, elles ne laissent pas de se déterminer. Mais l'on peut repondre que si l'execution de tous ces mouvemens peut se faire même dans nous sans connoissance, & que les pensées ne soient necessaire que pour resoudre, & pour commander; il faut avoüer que tout ce que nous voyons dans les Bêtes, peut se faire sans connoissance, puisque nous ne voyons en elles que la pure execution des mouvemens, sans que nous les ayons jamais consultées, pour sçavoir par quels motifs elles se déterminent ainsi volontairement à agir. Je ne veux pas m'arrêter ici à faire voir que les Bêtes ne veulent point, & ne se déterminent point elles-mêmes, & qu'elles n'agissent que par la détermination des objets extérieurs, selon la disposition intérieure de leurs organes : on parlera un peu plus bas de ceci; mais cependant c'est beaucoup, si l'on a montré que du moins tout ce que nous voyons dans les Bêtes peut être pratiqué, sans que dans l'execution il y ait aucune perception, ou aucune connoissance; puisque les Bêtes ne font rien qui puisse entrer en comparaison avec les mouvemens necessaires à la parole des hommes, qu'ils font néanmoins pour la plûpart sans en avoir la moindre connoissance.

XVII. Qu'on chante & qu'on joüe du Luth sans y penser.

Considerons maintenant quelque chose de ce que nous pratiquons par le moyen de l'air, & nous verrons encore des mouvemens admirables que nous faisons sans qu'il soit besoin de connoissance. Quelle industrie, ou plûtôt quelle science, quelle reflexion & quel raisonnement ne semble-t-il pas qu'il y ait dans un homme qui joüe du Luth avec justesse ? Combien de divers mouvemens sont necessaires pour cela ? Aprés avoir monté toutes les cordes sur leur propre ton, il faut mettre en action tous les doigts des deux mains ; il faut que ceux de la droite s'accordent avec ceux de la gauche, & que tandis que les uns pinsent les cordes, les autres s'appliquent sur les touches, pour y diversifier les sons par une infinité de differentes manieres. Il faut qu'aprés qu'un doigt a frappé une corde, il en frappe encore une autre, qui doit être choisie seule entre toutes : il faut que tandis que deux doigts sont occupez à faire les plus hautes parties, un troisiéme étant pour ainsi dire d'intelligence avec les autres, fasse la basse. Peut on rien voir d'approchant dans les actions des Animaux ? Il est vrai qu'il y a du plaisir à entendre au Printemps le Rossignol, & j'avouë que ces fredons entrecoupez ont bien des charmes. Mais aprés tout, qu'est-ce en comparaison de ces passages si agréables du Luth, de ces chûtes qui surprennent tout-à-fait l'auditeur, de ces tons diminuez, & de ces dissonances mêmes, qui étant employées à propos, plaisent d'autant plus, qu'elles auroient été désagreables en d'autres rencontres ? Les Poëtes ont beau dire que le chant des oiseaux surpasse infiniment toutes nos plus belles simphonies ; qu'un seul Rossignol vaut mieux que tout un cœur de voix humaines ; que ses accords sont incomparablement plus charmans : Si toutes ces expressions sont belles, elles ne sont point vrayes ; & il y a toûjours autant de difference entre le gasoüillement d'un oiseau, & le concert d'un Luth, qu'il y en a entre le discours d'un Orateur, & le babil d'un Perroquet. Et néanmoins n'est-il pas vrai qu'on jouë trés-souvent sans y faire reflexion, & que par la.

ſeule habitude on repete des piéces les mieux concertées, ſans ſçavoir ce qu'on fait, & ſans avoir ſeulement la penſée qu'on a un Luth entre les mains? Pourquoi donc les oiſeaux ne pourroient-ils point chanter ſans y penſer, & que ſera-t-il beſoin de connoiſſance dans les animaux, pour des actions qui ſont infiniment plus ſimples que ces mouvemens d'un Muſicien, qui les fait tous ſans aucune connoiſſance?

XVIII. Ce que c'eſt que connoiſſance virtuelle.

On dira, ſans doute, qu'il y a ici une *connoiſſance virtuelle*, qui provient des connoiſſances actuelles qu'on a eu lorſqu'on apprenoit la Muſique, & qu'on ſe formoit l'habitude de Joüer: & qu'ainſi ce jeu concerté eſt toûjours une marque indubitable, que celui qui joüe a en ſoi la fatulté de connoître. Je n'ai garde d'approuver ici le procedé de ceux qui ſe plaignent continuellement qu'on les veut payer de mots qui ne ſignifiẽt rien; qu'ils ne ſçavent ce que c'eſt que connoiſſance virtuelle, & qu'ils n'entendent point toutes ces diſtinctions de l'Ecole. Pour ne me pas plaindre moi-même de l'injuſtice de ce procedé, & pour me tenir dans mon ſujet, je dis qu'il eſt fort aiſé d'entendre le ſens de ces mots *de connoiſſance virtuelle*, & il n'y a que la préoccupation de ceux qui ne peuvent ſouffrir l'ancienne Philoſophie, qui les empêche de voir qu'il n'y a rien de plus vrai, & qu'eñ effet il y a une connoiſſance virtuelle dans celui qui joüe du Luth ſans y penſer. Mais par cela même, il ſemble qu'on peut prouver qu'il n'y a dans les Bêtes aucune connoiſſance. Car remarquez que quand on dit qu'il y a ici quelque connoiſſance virtuelle, cela veut dire qu'en effet il n'y a aucune connoiſſance, mais qu'il y a quelque choſe qui vaut autant que la connoiſſance; ſçavoir, l'habitude que l'on s'eſt acquiſe par le ſoin, & par les connoiſſances precedentes. Si donc ces mouvemens ſi reglez peuvent ſe faire dans les hommes, ſans une connoiſſance actuelle, & par la ſeule habitude ou diſpoſition que les organes ſe ſont faites: n'eſt-il pas viſible que les mouvemens des Animaux ſe peuvent faire auſſi ſans aucune connoiſſance actuelle, & par la ſeule diſpoſition des organes, qui ſupplée à la connoiſſance? Et qu'on ne diſe point non plus que cette diſpoſition des organes s'eſt faite par le moyen de diverſes connoiſſances qui ont precedé: car il eſt bien vrai que cela ſe fait ainſi dans le cours ordinaire, & qu'on ne ſe forme l'habitude de joüer juſte, que par une longue application; mais auſſi il eſt certain qu'une ſemblable habitude n'a de ſoi nulle dépendance neceſſaire des penſées. N'y a-t-il pas des habitudes infuſes? Dieu ne peut-il pas mettre dans nos membres cette même qualité, que les ſoins d'un maître, & un grand exercice produiſent en nous? Il le peut, ſans doute, c'eſt ainſi qu'il en a uſé à l'égard des Apôtres, & même de pluſieurs autres Saints, qui ſans aucune étude arrivant en un païs barbare, y parloient la langue du païs, avec autant de facilité, & avec la même exactitude, que ſi c'eût été leur langue naturelle.

XIX. *Ce que c'est qu'habitude & disposition.*

Or cette sorte d'habitude, dont nous parlons maintenant, n'est point au fond d'une nature differente de ce que nous appellons disposition des organes, & nous pouvons dire que l'habitude est une disposition artificielle, que nous aquerons par nos soins, comme la disposition est une habitude naturelle que nous avons dès nôtre enfance. Si donc, poursuivent nos Philosophes, il n'y a point de doute que Dieu ne puisse former en nous de ces sortes d'habitudes, qui disposent nos membres à faire avec facilité ces mouvemens reglez & extraordinaires; & si d'ailleurs ces mêmes habitudes peuvent être reduites en pratique sans aucune connoissance actuelle, comme nous avons dit: pourquoi Dieu ne pourroit-il pas mettre dans les organes des Bêtes toutes les dispositions necessaires à faire les mouvemens convenables à leur nature, & pourquoi ces mêmes dispositions ne pourroient-elles pas se reduire en pratique sans connoissance?

XX. *Que Dieu peut faire une machine semblable à une Bête.*

Puisque nous avons fait mention du pouvoir de Dieu, il est bon de rapporter tout de suite un discours de nos Philosophes qui fondent une raison particuliere sur ce pouvoir infini. Voudroit-on soûtenir, disent-ils, que Dieu avec sa Toute puissance, ne sçauroit faire une machine semblable à une Bête? Un Ingenieur de l'Antiquité fit une statuë de Memnon au haut d'une montagne, qui ne manquoit pas de châter au Soleil levant.* Un autre fit un Pigeon artificiel, qui voloit en l'air. Et afin qu'on ne pense point que ce sont des fables, on a fait de nos temps ces mêmes choses, & l'on voit dans des grottes de gentillesses bien plus spirituelles : un Satyre qui jouë de la flûte sur un rocher, tandis que la Nymphe Echo, tirant la tête hors d'une caverne opposée, écoute avec grande attention, & repete ensuite fort doucement tout le concert. Une assemblée de petits oiseaux qui demeurent fort paisibles, tandis qu'un certain Duc demeure caché ; mais si-tôt que celui-ci se montre, tous ces oiseaux se mettent à criailler ensemble, avec un si grand tintamarre, qu'on ne sçait s'ils pretendent se moquer, ou si tout de bon ils sont en colere. On n'auroit jamais fait, si l'on vouloit raconter les merveilles de ces sortes d'artifices, où l'art imite les actions des animaux. Il est vrai qu'à comparer toutes ces machines avec les Bêtes, on y trouve une difference infinie, & que tous ces petits mouvemens qui se font ainsi par ressors sont bien bornez & bien grossiers, en comparaison de cette subtilité, & de cette diversité prodigieuse, qui se voit dans les actions du plus petit des animaux. Mais ne compte-t-on pour rien la sagesse & l'industrie de Dieu ? Nous demeurons d'accord, ajoûtent-ils, que la difference de ces machines de l'art & de la nature soit grande, mais la difference des ouvriers l'est encore davantage ; & si des ouvriers aussi ignorans

* V. Kirch. Œdip. to. 2 clas. 8. cap. 3.

que

que le sont les hommes, qui executent avec tant de peine, ont neanmoins assez d'adresse pour faire ces machines qui nous surprennent, & qui imitent si bien quelques mouvemens des Animaux ; cet ouvrier qui a une intelligence infinie, & qui execute par ses seules idées tout ce qu'il lui plaît, ne pourra pas faire ces machines qui imitent en tout les mouvemens d'une Bête. Certainement, ce seroit avoir une idée trop basse de la sagesse & de la puissance de Dieu.

XXI. Dans toutes ses parties exterieures & interieures.

Mais encore pour venir au détail des choses, voyons du moins ce que nous pouvons aisément concevoir que Dieu pourroit faire. Premierement, il peut sans difficulté faire une machine qui ressemble entierément à un Chien, non-seulement au dehors, mais encore au dedans, ensorte qu'à comparer simplement le corps d'un veritable Chien, avec celui de cette machine, sans avoir égard à leurs fonctions, ni à leurs mouvemens, on n'y sçauroit trouver aucune difference ; l'un & l'autre auroient la même figure exterieure, ils seroient tous deux couverts de peau & de poil de même couleur. En les ouvrant tous deux, on les trouveroit composez de diverses parties, les unes dures & blanches comme les os, les autres molles & rouges comme la chair. On y verroit des vaisseaux, comme si c'étoient des veines & des artéres ; en un mot, ces deux corps seroient entierement semblables. Jusques là il ne faut point d'ame ni de connoissance.

XXII. Que le sang de cette machine peut être échauffé.

En deuxiéme lieu, Dieu peut remplir de sang toutes les veines & les artéres de cette machine, & y mettre tous les esprits & les autres liqueurs toutes semblables à celles d'un Chien; & ensuite il peut donner au cœur, & à tout le sang, un certain degré de chaleur, puisque la chaleur n'est pas une proprieté essentielle de l'ame & de la vie, & que nous voyons plusieurs choses insensibles & inanimées qui entretiennent une très grande chaleur. Tout cela peut être sans ame & sans connoissance.

XXIII. Que le cœur & les artéres battront réguliérement comme dans les Animaux.

En troisiéme lieu, le cœur de cette machine auroit par la disposition de ses fibres, ou si vous voulez, par l'activité des esprits qui le remplissent; ce cœur, dis je, auroit la faculté de se dilater, & de se resserrer, comme nous voyons que le cœur arraché d'un veritable Chien, ne laisse pas de battre réguliérement pendant long-temps, quoique pour lors on ne voudroit pas dire que ce cœur eût une ame & de la connoissance. Or supposé que le cœur de cette machine palpitât ainsi en se dilatant & en se retressissant, il faudroit de necessité absoluë que le sang passât du ventricule droit du cœur au poulmon; que du poulmon il revint au ventricule gauche du cœur ; que de là il sortît par l'Aorte ou la grande artére, qu'il se répandit par toutes les parties du corps, qu'il se philtrât dans les chairs, qu'il se ramassât dans les veines, & qu'il retournât enfin dans le cœur. Tout cela devroit suivre du mouvement du cœur, par la même necessité qui fait le mouvement des eaux dans les machines hydrauliques, ou celui de l'air dans les soufflets. Ainsi la circulation du sang se feroit dans cette machine, les artéres battroient, le pouls en seroit reglé, & tout cela sans ame & sans connoissance.

XXIV. Que le sang circulera & se philtrera dans les diverses parties du corps de la machine.

En quatriéme lieu, tandis que le sang échauffé circuleroit ainsi dans le corps, il faudroit que passant par divers endroits, il se philtrât diversement, & qu'il se fit diverses sortes de séparation: car toutes les parties charneuses du corps, sont autant de diverses sortes de tamis ou de passoirs differens, où les pores étant de certaines figures déterminées, laissent passer les particules du sang, qui se trouvent conformes à ces ouvertures. Ainsi le Foye sépare la bille, & laisse retourner au cœur le reste du sang : les sérositez sont séparées dans les reins, la mélancholie dans la ratte, & ce qu'on appelle Esprits dans le cerveau.

XXV. Les Esprits se formeront dans le cerveau, & se disperseront dans tous les muscles.

Il faudroit donc que le sang le plus impétueux sortant immediatement du cœur, montât tout droit par l'artére carotide dans la téte, qu'il se dispersât par une infinité de petites branches dans la substance du cerveau; que ce qu'il y auroit de plus subtil transpirât & se ramassât dans les cavitez du cerveau comme dans des reservoirs, d'où se feroit la distribution des esprits par le conduit des nerfs qui se repandroient par tout le corps, comme autant de petits tuyaux, dont l'origine seroit dans ces mêmes cavitez. Ainsi tous ces esprits étant portez par tout, ils devroient aussi étendre uniformement tous les nerfs avec tous les muscles, & tenir par conséquent toute cette machine tenduë, & en état de consistence. Mais si par quelque sorte d'accident, quelques ouvertures de ces petits nerfs qui aboutissent au cerveau, venoient à s'ouvrir plus qu'à l'ordinaire, & que par cette plus grande ouverture il se fit un écoulement d'esprits en plus grande abondance; ne faudroit-il pas que le muscle où se feroit cette inondation d'esprits, s'enflât pour les contenir, & en s'enflant ne faudroit-il pas qu'il se retressit, & en se retressissant ne faudroit-il pas qu'il tirât un os, à l'extrêmité duquel ce muscle se trouve attaché; en un mot, ne faudroit-il pas que tout ce membre se remüât? Tout cela assurément se feroit par la necessité des loix de la méchanique, & il ne faudroit point pour cela ni d'ame, ni de connoissance.

XXVI. Cette machine se mouvoit d'elle-même comme un Animal.

Faut-il donc s'étonner, disent maintenant nos Philosophes, si un Chien qu'on effraye tout d'un coup par quelque bruit surprenant, fremit premierement, & puis s'enfuit ; puisque la même chose arriveroit à cette machine ainsi preparée? Cette soudaine agitation de l'air venant à battre tout d'un coup les oreilles de la machine, émouvroit les petits nerfs qui servent à l'oüie : ces nerfs ainsi agitez porteroient leur émotion jusques dans le cerveau ; dans cette émotion surprenante les ouvertures en seroient relâchées, par où les esprits qui étant renfermez, & extrêmement pressez, cherchant toûjours issuë ; s'échaperoient avec violence : d'où suivroit ce fremissement, qui secoüeroit tout d'un coup tout le corps de la machine. Mais cette même agitation causée dans le cerveau par les petits nerfs de l'oüie, ouvriroit sans doute quelques nerfs particuliers, & en fermeroit d'autres suivant la disposition de la machine même : ainsi il faudroit que quelques muscles s'enflassent, & que quelques autres s'alongeassent ; & la disposition de la machine pourroit avoir été faite avec telle industrie, que ces passages qui s'ouvriroient ainsi, & ceux qui se fermeroient, seroient justement ceux qu'il faut pour faire le mouvement des jambes, & la fuite..

XXVII. La difficulté que nous avons de comprendre en détail les ressors de cette machine, n'empêche pas qu'ils ne puissent être.

Il est vrai que nous avons bien de la peine à comprendre le détail de tous ces petits ressors, & toute la liaison qui fait la suite de ces mouvemens si divers ; mais il ne faut pas s'en étonner. Ceux qui ne sont pas Horlogers ne sçauroient comprendre tout l'attiral qui est necessaire pour faire une Montre;on sçait bien en general, que tout le mouvement de l'aiguille se fait par le moyen de certaines petites roues qui s'engrainent les unes dans les autres, qui sont toutes poussées par le ressort du tambour, & temperées par le balancier:mais de sçavoir maintenant quelles sont ces roues, quel est le nombre de leurs dents, quelle liaison elles ont entre elles ; c'est ce que peu de personnes sçavent, & il y a assurément là dedans bien des pieces,dont l'usage & la composition n'est connuë que des maîtres. On peut dire la même chose de la machine du corps des Animaux. D'expliquer la liaison & la dépendance de tous ces petits ressors, ou quelle est la disposition particuliere de toutes les fibres qui font que les esprits s'écoulent plûtôt dans un muscle que dans un autre, & que cela se fasse toûjours si à propos ; que la presence d'un objet nuisible détermine à fuïr, à japper, à crier ; & au contraire, la presence d'un objet convenable détermine à s'approcher, à sautiller, à caresser : tout cela assurément nous passe, & il n'appartient qu'à ce divin Ouvrier d'avoir la connoissance de tant de differens ressors, & d'une liaison si admirable de tant de diverses parties. Tout ce que nous pouvons faire, c'est de concevoir que sans doute ces mouvemens se font ainsi par la détermination des objets exterieurs, qui émeuvent premierement les nerfs, qui vont aboutir aux yeux, aux oreilles, ou aux autres sens exterieurs, & qu'ensuite ces nerfs ainsi émus en émeuvent d'autres, soit en ouvrant quelques-uns, soit en fermant quelques autres, & que les esprits s'écoulent tels qu'il faut pour faire le mouvement de fuite ou d'approche, suivant l'avantage de la machine. Voilà tout ce que nous pouvons dire; sçavoir, que Dieu peut faire des ressors disposez en telle sorte, que tous ces mouvemens s'en ensuivent.

XXVIII. Tous ces ressors sont en effet dans les Animaux.

Il faut bien que Dieu puisse faire une telle disposition, puisqu'en effet il l'a faite ainsi, & que nous experimentons en nous-mêmes, que sans le vouloir, & sans y penser nous faisons ces mêmes mouvemens; & qu'ainsi il faut bien que la machine de nôtre corps soit tellement disposée, qu'à cette agitation de l'air qui frappe tout d'un coup nos oreilles, il se fasse une certaine émotion dans nôtre cerveau; que dans cette émotion une éruption soudaine d'esprits nous secouë, & nous fasse fremir, & ensuite que de certains nerfs s'ouvrent, & que d'autres se ferment, pour laisser couler les esprits dans les muscles qui font ce mouvement des jambes, par le moyen duquel nous nous retirons de ce lieu où il y a danger. Tout cela, disent-ils, se faisant en nous sans la détermination de nôtre ame, & sans nôtre connoissance, il faut necessairement qu'il se pratique par les loix de la méchanique, & par la disposition de la machine même. Ne semble-t-il donc pas bien évident que Dieu peut faire une machine qui donnera toutes les marques de vie dans la palpitation du cœur, dans le battement des arteres, dans la circulation du sang, & qui de plus marchera, qui jappera, qui mangera, & qui se nourrira comme un Chien? Qu'est il donc besoin d'ame & de connoissance?

XXIX. Si cette machine pourroit être appellée un Animal.

On dira sans doute à tout ceci, que si Dieu peut faire cette machine qui se meuve ainsi par ressors, ce ne sera pas un Animal, puisqu'un Animal n'est pas ce qui se meut, ou qui fait du bruit, ce que peut faire une machine; mais qu'il est de la nature de l'Animal de sentir, & de faire tous ses mouvemens par un principe vital & interieur, qui ait la faculté d'appercevoir, & de sentir; ce qui ne convient pas à la machine. Mais nos Philosophes repondent que c'est de quoi l'on dispute; sçavoir, s'il est de la nature de ceux des Animaux, qui n'ont point une ame spirituelle, de sentir & d'appercevoir, & ils pretendent que non; & qu'en effet, tout ce que nous remarquons dans les Bêtes, ne sont que des mouvemens corporels, qui se peuvent faire par une machine: de sorte que de dire que ces mouvemens procedent immediatement d'un principe qui sent & qui apperçoit, c'est deviner, puisque d'ailleurs nous ne penetrons pas dans

dans le secret du cœur des Bêtes, pour en connoître les pensées & les pretentions. Ainsi à juger par les dehors, qui est l'unique voye de connoître la nature des Bêtes, ils concluent que les Bêtes sont de pures machines, puisque tous ces dehors peuvent être sans ame & sans sentiment.

XXX. *Que les Bêtes ne peuvent avoir une ame capable de connoissance.*

Bien plus, ils pretendent non-seulement qu'il n'est pas necessaire de donner aux Bêtes une ame capable d'appercevoir & de sentir, pour faire leurs mouvemens, mais même qu'il est impossible qu'elles agissent de la sorte, & qu'à moins qu'on leur accorde des ames toutes spirituelles comme l'ame de l'homme, il n'est pas possible qu'elles sentent, ou qu'elles connoissent. En voici les raisons, qui ne semblent pas trop méprisables.

XXXI. *Le principe du sentiment doit être* Un *indivisiblement.*

Si un Animal a une ame qui ait la faculté de sentir & d'appercevoir, il faut que cette ame soit repanduë par tout le corps, en telle sorte que le même principe qui voit, soit aussi le même que celui qui entend; que le même principe qui sent au pied, soit le même que celui qui sent à la tête & à toutes les autres parties du corps; que celui qui sent de la douleur, soit encore le même que celui qui un peu auparavant sentoit peut être du plaisir. En un mot, il faut que ce principe soit *Un*, qu'il fasse indivisiblement toutes ces fonctions, & qu'il apperçoive tous ces divers sentimens, dans toutes les diverses parties du corps. Il est impossible de concevoir un principe sensitif, si nous ne le concevons ainsi unique; & l'experience de ce que nous sentons en nous-mêmes, nous fait clairement entendre que c'est par le même principe que nous faisons nos fonctions: & quoique nos organes soient divers, ce qui les anime n'est qu'une même chose; ensorte que si nous voyons par les yeux, si nous entendons par les oreilles, si nous sentons diverses émotions du corps, ce *Nous* qui apperçoit en voyant par les yeux, c'est absolument le même qui apperçoit en entendant par les oreilles, ou qui sent toutes ces differentes émotions du corps.

XXXII. Et par conséquent ce ne peut être qu'une ame spirituelle.

Nos Philosophes mettent donc comme une chose indubitable, que si les Bêtes ont la faculté de sentir & d'apercevoir, il faut que dans chacune il y ait un principe, qui étant unique, soit le même qui sente, & qui apperçoive toutes les differentes émotions des diverses parties du corps. Or il n'est pas possible que cela soit, à moins que ce principe ne soit une substance spirituelle, & une ame raisonnable; & c'est ainsi que saint Grégoire de Nysse prouve l'existence de nôtre ame. Voici comme il parle au chapitre 10. de l'Ouvrage de l'homme. *Comme le toucher*, dit-il, *est un sens particulier, l'Odorat un autre, & que tous les autres sens sont si differens entre eux, qu'ils n'ont rien de semblable: que cependant la faculté d'appercevoir est la mê-*

me qui est presente à tous:il faut absolument croire que cette faculté d'apercevoir est quelque chose de differente nature que n'est pas le corps ; ou autrement, il faudroit dire qu'une chose simple & unique, seroit composée de diverses choses.

XXXIII. Le principe de sentiment ne pourroit resider dans les Bêtes en quelque endroit particulier.

Vous direz que ce principe sensitif des Bêtes peut resider en quelque endroit particulier du corps, & que de là où tous les organes des sens vont aboutir,& où se fait le sens commun, ce principe peut appercevoir tout ce qui se passé dans le reste du corps, comme fait une araignée au centre de sa toile, où tous les filets qui traversent vont aboutir : ou bien encore comme l'on dit que nôtre ame a son siége principal en quelque endroit particulier, où elle fait toutes ses fonctions, d'où elle donne tous ses ordres, & où enfin tous les sens extérieurs & toutes les parties du corps envoyent, pour ainsi dire, lui rendre compte de tout ce qui se passe.

XXXIV. Il ne peut être dans la tête.

Mais il y aura bien de la peine à soûtenir cela : car si l'ame des Bêtes residoit en quelque endroit particulier, ce seroit sans doute dans le cerveau, comme veulent la plûpart des Modernes ; ou dans le cœur, comme vouloit Aristote. Mais ce ne peut être ni dans l'un ni dans l'autre : car nous voyons qu'aprés que la tête a été coupée à un Animal, & aprés que le cœur lui a été arraché, le reste de son corps ne laisse pas de vivre encore quelque-tems, & de donner les mêmes marques de sentiment. J'ai gardé plus d'un mois durant une sorte de Haneton, apres lui avoir coupé la tête, qui vivoit néanmoins pendant tout ce temps-là ; & quand on venoit à le toucher ou à le piquer, il s'agitoit, il remüoit ses aîles, & il voloit comme s'il eût été tout entier. Les Canes & les Outardes vivent aussi quelque-tems sans tête : les Animaux même les plus parfaits font encore quelques mouvemens après qu'on leur a coupé la tête. Mais pour nous arrêter à ce que j'ai dit du Haneton, toutes ces agitations marquent bien qu'elles peuvent être sans aucun principe qui sente, & qui apperçoive, ou que du moins ce principe ne residoit pas dans sa tête, puisque cet Animal ainsi mutilé donne les mêmes signes de vie & de sentiment qu'auparavant.

XXXV. Ni dans le cœur.

De même, on ne peut pas dire que ce principe reside dans le cœur ; car il est certain que les Animaux les plus parfaits ne laissent pas de vivre après avoir eu le cœur arraché. * Galien raconte qu'on a vû souvent dans les Temples des Brebis & d'autres victimes, qui aprés avoir eu la poitrine ouverte, & le cœur arraché, s'échappoient d'entre les mains des Sacrificateurs, & couroient, jettant des cris fort pitoyables. C'est une chose ordinaire, que j'ai vû moi-même plusieurs fois en faisant des anatomies de chiens vivans, qu'après leur avoir

* Lib. 2. de Hippocr. Decr. c. 4.

arraché le cœur, ils ne laissoient pas de s'agiter encore extraordinairement, comme s'ils eussent senti de grandes douleurs. Ce ne peut donc être ni dans le cœur, ni dans la tête que ce principe sensitif reside; mais au contraire, s'il y a quelque semblable principe, il faut dire qu'il est repandu divisiblement par tout le corps.

XXXVI. S'il y a un principe de sentiment dans les Bêtes, il doit être repandu divisiblement par tout le corps.

En effet, si nous coupons un Serpent par le milieu, chacune de ces moitiez vivra encore fort long-tems: elle se mouvra; & si aprés avoir demeuré quelque-tems en repos, on vient à la piquer, elle recommencera à s'agiter comme si elle avoit senti de la douleur: de sorte que chaque partie ainsi divisée, donne encore les mêmes marques de vie, de sentiment, & de douleur, que lorsqu'elle étoit jointe à l'autre, & que le Serpent étoit entier. Ce principe qui fait sentir, & qui apperçoit, n'est donc point ramassé dans une seule partie du Serpent, mais il est repandu par tout le corps; & il n'est pas indivisible & unique, puisque maintenant il se trouve en deux endroits separez.

XXXVII. Petit Animal de S. Augustin, vivant dans toutes ses parties, aprés avoir été divisé en plusieurs morceaux.

Peut être vous repentez-vous d'avoir accordé trop facilement, que ce principe sensitif doive être dans les Animaux unique & indivisible ; & vous direz, sans doute, que ce principe étant materiel dans les Bêtes, il n'y a pas d'inconvenient qu'il soit divisible, & répandu par tout le corps. Mais je vous prie, examinons un peu comment cela se peut entendre, & considerons un de ces petits Animaux à plusieurs pieds, semblable à celui dont parle saint Augustin, au livre de la Quantité de l'ame. Ce saint Docteur raconte qu'un de ses amis prit un de ces Animaux, qu'il le mit sur une table, & qu'il le coupa en deux ; & qu'en même tems ces deux parties ainsi coupées se mirent à marcher & à fuïr fort vîte, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre. Ce n'étoit pas un mouvement irrégulier ; elles marchoient avec la même justesse qu'auroit fait l'animal entier. Lorsqu'on leur opposoit quelque chose, ou qu'on les frapoit d'un côté, elles se détournoient fort bien, & s'enfuyoient vers un autre endroit. On coupa déréchef chacune de ces parties, & il parut pour lors quatre piéces qui marchoient, comme si c'eût été quatre animaux differens, & quoiqu'on les partageât encore davantage, chaque petit morceau vivoit encore.

XXXVIII. Animaux multipliez par la division comme les plantes.

J'ai fait ſouvent une ſemblable experience avec bien du plaiſir;& Ariſtote dit, que cela arrive à la plûpart des inſectes longs à pluſieurs pieds ; & même il dit en un autre endroit,qu'il arrive à peu près à de certains animaux,, ce que nous voyons dans les arbres : car comme en prenant un rejetton, & le tranſplantant,nous le voyons vivre ; & de partie d'arbre qu'il étoit auparavant, devenir lui-même un arbre particulier : auſſi, dit ce Philoſophe, en coupant un de ces Animaux, les pieces, qui auparavant ne faiſoient enſemble qu'un Animal,deviennent enſuite autant d'Animaux ſéparez. Saint Auguſtin dit, que cette experience le ravit en admiration, & qu'il demeura quelque-tems ſans ſçavoir que penſer de la nature de l'ame. Et en effet, ſi nous ſuppoſons que l'ame de ces Animaux ait la faculté de ſentir & d'appercevoir, comme nous ſentons, & comme nous appercevons ; certainement, ce qui ſe voit dans cette experience, ſera non-ſeulement admirable;mais incomprehenſible.

XXXIX. Toute ame qui peut ſentir, ſe peut ſentir elle-même, & ſe dire MOI.

Car enfin, toute ame qui a la faculté de ſentir & d'appercevoir les objets, ou ce qui ſe paſſe au dehors, en la maniere que nous le ſentons & l'appercevons, devra beaucoup plus ſentir &

apercevoir ce qui se passe en elle-même. * Elle se sentira donc elle même, puisque rien ne lui est si intimement apliqué ; & en se sentant ainsi, elle se pourra nommer, pour ainsi dire, elle-même, & se dire *Moi*; Moi qui me sens, & qui m'aperçois, moi qui sens la douleur, ou qui remarque cet objet.

* Nihil tam novit mens quàm id quod sibi præsto est : nec menti magis quicquam præsto est, quàm ipsa sibi. *Aug. l. 14. de Trin. c. 4.*

XL. Si l'ame des Bêtes peut dire MOI.

Mais si cela est, que deviendra ce *moi*, dans la division de cet insecte ? Je voudrois bien voir quels sont les sentimens de l'ame ainsi partagée; car je croi qu'elle se trouveroit bien surprise de se voir ainsi en divers endroits. Sans doute, que si elle pouvoit s'expliquer, elle le feroit à peu près comme le Sosie de Plaute, & qu'elle diroit, *le moi qui suis là*, & *le moi qui suis ici.* Faisons, je vous prie, un effort d'esprit ; ne nous contentons point de mots, mais tâchons de penetrer, & de voir en effet comment cela se peut entendre. En bonne foi, concevons nous que ce *moi* puisse être ainsi en deux lieux ? Ou bien dirons-nous que ce *moi* est partagé, & que ce petit Animal divisé puisse dire en effet à part lui-même, ce que disent par une expression figurée, ces Amans passionnez : Je ne suis plus moi tout entier ; il y a une autre moitié de moi-même qui n'est plus avec moi ; ce que je voi courir loin de moi, est une partie de ce que je suis. Tout cela peut il avoir un bon sens? & l'idée que nous avons du *moi*, n'est-ce pas une idée d'une chose entiérement indivisible, qu'il est impossible de partager sans la détruire? Quoi donc, y aura-t-il plusieurs *moi* dans cet Animal, ensorte qu'une de ses parties ainsi divisée se sentant de son côté elle-même, dira *moi*, tandis que l'autre se sentant aussi elle-même, & vivant & s'apercevant, dira aussi de son côté *moi*, & que ce *moi* de l'un ne sera pas le *moi* de l'autre, mais que ce seront deux *moi* differens? Tout cela est inconcevable: car ces deux *moi* qui sont maintenant après la division devoient aussi être auparavant: ainsi cet Animal entier n'est pas informé d'une seule ame, mais c'est un ramas d'une insinité d'ames distinctes, qui font autant d'Animaux differens; puisque l'ame d'une jambe sera une ame distincte de l'ame d'un autre jambe; & que tandis qu'on pinsera une partie du corps de l'Animal, l'ame qui se trouvera là presente, dira: c'est à moi qu'on en veut; cette partie est à moi: c'est moi qui sens de la douleur. Les autres ames qui sont dans le reste du corps, pourront bien porter compassion à celle-ci; mais après tout, elles n'en sentiront rien. Ne faut-il pas avoüer que tout ceci, de quelque biais qu'on le considere, est inconcevable? Pourquoi donc, pourront dire nos Philosophes, veut-on que les Animaux ayent des ames, qu'ils sentent, qu'ils apperçoivent? Et puisque d'ailleurs, l'on fait voir que tous ces mouvemens des Animaux peuvent se faire sans connoissance & sans sentiment; à quel propos ajoûter ainsi un principe connoissant que nous ne sçaurions jamais comprendre?

XLI. Les membres mêmes des hommes se meuvent quelque-temps étant coupez.

Ce qui se passe encore dans le corps de l'homme peut donner de l'éclaircissement à cette matiére ; car ce ne sont pas seulement les insectes ou les chiens qui vivent & qui se remüent aprés avoir été divisez, ou aprés qu'on leur a arraché le cœur : on voit la même chose dans les hommes ; & tandis que d'une part une tête coupée tourne les yeux comme pour témoigner de la douleur, remuë les lévres comme pour parler, mord la terre comme par une espece de rage : d'une autre part le cœur ne laisse pas de palpiter réguliérement pendant longtems ; & même ce que Galien a dit des victimes, Acosta l'a assuré d'un jeune garçon Indien, que les Barbares sacrifioient à leur fausse divinité. * Car il raconte que ce miserable ayant la poitrine ouverte, & le cœur arraché, il ne laissoit pas de vivre, de se plaindre, & même ce que je trouve un peu difficile de parler. Cependant l'ame de l'homme, qui est spirituelle & indivisible, ne sçauroit être ainsi en deux lieux séparez. Il faut donc que du moins une de ces parties ainsi divisées, ou même toutes deux, se meuvent encore sans ame, & par conséquent sans connoissance & sans sentiment.

* Hist. Moral. de Indias, lib. 5. cap. 22. & Herrera Dec. 3. lib. 2. c. 16.

XLII. Si les esprits suffisent pour cela, ils suffisent aussi pour les mouvemens des Animaux.

Je sçai bien que l'on dit ordinairement que ces mouvemens des parties coupées se font par le moyen de quelques esprits, qui ne pouvant être éteints dans un moment, s'agitent un peu tandis qu'ils subsistent. Mais c'est cela même qui semble favoriser l'opinion que je traite ; car s'il est vrai que de purs esprits, c'est-à-dire, de certains petits corps fort subtils, puissent mouvoir ainsi régulierement des membres séparez, & que ces insectes divisez en plusieurs parties puissent fuïr, éviter la rencontre de ce qui pourroit leur nuire, & enfin donner toutes les marques de vie ; si tout cela, dis je, peut se faire par le moyen des esprits, sans qu'il soit besoin de connoissance, de sentiment ou de perception ; il ne faut pas trouver étrange, si l'on dit ensuite generalement, que tous les mouvemens des Bêtes se font aussi par le moyen des esprits, ou par quelque chose d'équivalent, puisqu'il est d'ailleurs bien manifeste, que tout ce que nous voions faire aux Bêtes, & ce que font ces parties divisées, ne different que comme le plus & le moins.

XLIII. Pour sçavoir ce que c'est que sentir & appercevoir, il faut se consulter soi-même.

Passons plus outre, & tâchons de penetrer la nature du sentiment & de la perception : & pour ne pas dire ici des choses en l'air, & qui ne satisfassent pas l'esprit, j'estime qu'il faut nous consulter nous-mêmes, & voir ce que nous experimentons quand nous sentons, & que nous nous appercevons du sentiment. Car quoique peut-être il y ait de la difficulté à connoître bien les principes de ces perceptions, & la maniere dont elles se font; il n'y a néanmoins rien de quoi nous ayons une plus claire experience que de nos propres sentimens & de nos connoissances.

XLIV. L'action de l'objet, ou les mouvemens de l'organe ne sont pas le sentiment.

Qu'est-ce donc que sentir, & qu'est-ce qu'appercevoir? Quand je voi un Tableau devant moi, il y a une infinité de rayons qui sont portez dans l'air, & qui passant au travers des humeurs de mon œil, vont faire une peinture admirable de ce Tableau, sur les peaux qui sont vis-à-vis. Ce n'est pas encore voir, puisque tout cela se peut faire dans un œil artificiel, & dans celui d'un mort. Ensuite, par le moyen du nerf optique, il se fait une certaine communication jusques dans l'interieur du cerveau, où est ce qu'on appelle le Sens commun, & le siége de l'Imagination; & il s'y forme une autre sorte d'image infiniment plus subtile & plus délicate, que * S. Augustin appelle Spirituelle, pour la distinguer de la premiere, qu'il appelle Corporelle. Jusques-là ce n'est pas encore appercevoir, parce que toutes ces representations, pour subtiles qu'elles soient, ne sont que de certaines

* De Gen. ad lit. lib. 12. cap. 7. & seq.

figures corporelles, qui se forment dans la substance du cerveau, à peu prés, dit Aristote,* comme celles qu'on imprime sur de la cire avec des cachets : & c'est ce que ce Philosophe appelle *Phantasmata*. Or que la substance du cerveau soit imprimée comme il vous plaira, qu'on y grave les figures les plus délicates du monde ; s'il n'y a autre chose, ce ne sera point là appercevoir.

* De Memor. & Rem cap.1.

XLV. La perception est une experience de l'ame.

Comme donc nôtre ame se trouve en cet endroit intimement presente & attentive, & comme d'ailleurs elle a la faculté de connoître, ainsi que nous l'experimentons nous-mêmes ; elle ne peut ignorer ce qui se passe ainsi chez ellemême. Nous concevons sans peine qu'un Ange étant present à une pierre, s'apercevroit fort bien que c'est là une pierre ; aussi nôtre ame étant presente à cette partie du cerveau, ainsi émuë & ainsi figurée, s'aperçoit fort bien de ce mouvement & de cette figure. Mais pour cela il faut qu'outre toutes ces diverses agitations, & toutes ces figures du corps, nôtre ame se fasse elle-même une autre sorte de peinture, & qu'en la faisant, elle la considere & la regarde en elle-même; de sorte que l'image ne soit point differente de l'action par laquelle on la considere, & que se representer un objet soit la même chose que le considerer.

XLVI. Qui se forme elle-même l'image qu'elle considere.

Voilà ce que nous experimentons en nous, quand nous sentons, & que nous apercevons : nous nous formons nous mêmes en nous-mêmes une image & une representation de quelque chose, & par cela même que nous formons cette image, nous la considerons indivisiblement, & comme l'on parle dans l'école, *intransitivement* : & sans cette representation interieure, * que S. Augustin apelle Intellectuelle, les objets exterieurs auroient beau se presenter à nos sens, ils pourroient se peindre dans le fond de nos yeux ; ils pourroient même ébranler nos nerfs jusques dans l'interieur du cerveau ; ils pourroient, si vous voulez, y graver ces images & ces figures ; mais pour tout cela, ils ne seroient jamais aperçûs.

* Ibid.

XLVII. Que cela ne peut convenir qu'à une ame spirituelle.

Or cette sorte de representation, que nos Philosophes estiment ainsi necessaire pour le sentiment & pour la perception, est quelque chose de si relevé, qu'il n'y a corps imaginable, pour grande que soit sa subtilité & sa perfection, qui puisse atteindre jusques-là ; & qu'ainsi cette operation étant au de-là de tout ce que peut faire un corps, il faut necessairement qu'elle ait un autre principe qui ne soit pas corps, c'est-à-dire, qui soit une ame spirituelle, & immaterielle. Car enfin qu'est-ce qui peut convenir à un corps ? Tout ce que nous concevons, c'est qu'il peut être touché, remué, figuré; qu'il peut, si vous voulez, recevoir de la chaleur & en donner; qu'il est sec ou humide; qu'il resonne quand on le frape, ou qu'il amortit le son; qu'il peut croître ou diminuer en diverses manières. Voilà ce qui peut arriver à un corps; mais que fait tout cela pour apercevoir? Certainement, être touché, ou remué, ou figuré, ou échauffé, n'est pas apercevoir. Donnez à une cire telle figure ou tel mouvement qu'il vous plaira, imprimez-y des cachets gravez, si vous voulez par le plus excellent graveur du monde; tournez-la en tel sens que vous voudrez; sécoüez-la, agitez-la, mettez-la en toutes les situations imaginables; jamais pour tout cela cette cire ne viendra à se plaindre de tous ces mauvais traitemens que vous lui ferez, ou à avoir de la complaisance pour ces belles figures que vous lui donnerez: parce que tout cela se fera en elle, sans qu'elle en ait la moindre aparence de perception.

XLVIII. Nul corps ne peut appercevoir.

Ce que je dis de la cire, je le dis encore de toute autre sorte de corps imaginable: car quelqu'un pourroit penser que la cire ne s'aperçoit pas de tous ces changemens, parce qu'elle n'est point animée; mais que si elle avoit une ame semblable à celle des animaux, alors cette ame apercevroit sans difficulté ce qui se passeroit dans le corps de la cire. Mais tout cela ne satisfait pas; car si cette ame de la cire ou des animaux,étoit une substance spirituelle, comme est la nôtre, je conçois fort bien qu'elle auroit la faculté de connoître & d'apercevoir les mouvemens d'un corps qui lui seroit intimement present. Mais si cette ame de la cire aussi-bien que celle des Bêtes est une substance corporelle, c'est-à-dire, si elle est un corps elle-même, ne peut-on pas dire d'elle, ce que j'ai dit de la cire; qu'elle pourra bien être agitée en divers sens, qu'elle pourra recevoir une infinité de figures, qu'elle sera capable de froid & de chaud, & de semblables qualitez; mais que tout cela ensemble ne sera pas capable de la faire apercevoir?

XLIX. Quelques-uns pensent que cette opinion qui nie les ames dans les animaux est dangereuse.

Quelques-uns pensent que cette opinion qui nie les ames dans les animaux est dangereuse, & qu'elle favorise l'impieté des libertins, qui ne veulent pas reconnoître l'immortalité de nôtre ame: car, disent-ils, si une fois l'on admet que toutes les operations des Bêtes peuvent se faire sans ame, & par la seule machine du corps; on viendra bien-tôt à faire le pas, & à dire aussi que toutes les operations des hommes peuvent se faire par une semblable disposition de la machine de leurs corps. Voilà ce que disent quelques-uns, dont le zele est assurément bien loüable: mais ils ne font pas peut-être reflexion qu'on peut leur opposer un semblable raisonnement, & leur dire: Si une fois vous admettez que tout ce qui se passe de plus admirable dans les Bêtes, peut se faire par le

moyen

moyen d'une ame materielle ; ne viendrez-vous point bien-tôt à faire le pas, & à dire que tout ce qui se passe en l'homme, peut se faire aussi par le moyen d'une ame materielle ? Jusques-là tout est égal, & les uns n'ont pas plus de droit que les autres de se reprocher leurs sentimens, & de les rendre odieux par la suite qu'on en pourroit tirer en faveur des impies.

L. D'autres au contraire pensent qu'il est dangereux de donner des ames aux Bêtes.

Mais d'ailleurs ceux qui veulent que les Bêtes ne connoissent point, & qu'elles soient de pures machines, ont de l'avantage par dessus les autres : Car, disent-ils, si vous mettez une fois que les Bêtes sans aucune ame spirituelle sont capables de penser, d'agir pour une fin, de prévoir le futur, de se ressouvenir du passé, de profiter de l'experience par la reflexion particuliere qu'elles y font ; pourquoi ne direz-vous pas que les hommes sont capables d'exercer leurs fonctions sans aucune ame spirituelle ? Après tout, les operations des hommes ne sont point autres que celles là, que vous attribuez aux Bêtes : s'il y a de la difference, ce n'est que du plus & du moins ; & ainsi tout ce que vous pourrez dire, ce sera que l'ame de l'homme est plus parfaite que celle des Bêtes ; parce qu'il se ressouvient mieux qu'elles, qu'il pense avec plus de reflexion, & qu'il prévoit avec plus d'assurance : mais enfin vous ne pourrez pas dire que leur ame ne soit toûjours materielle.

LI. Il est dangereux de dire qu'une ame materielle suffit pour penser & pour agir pour une fin.

Vous direz peut-être que dans l'homme il se trouve des operations qui ne sçauroient convenir aux Bêtes, ni proceder d'autre principe que d'une ame spirituelle : & ces operations sont les connoissances universelles ; le raisonnement par lequel nous tirons une connoissance de l'autre: les idées que nous avons de l'infini & des choses spirituelles, qui ne tombent point sous les sens : mais ceux qui nient qu'il y ait aucune connoissance dans les Bêtes, ne nient pas pour cela que ces pensées & ces raisonnemens ne soient en nous, puisque nous les experimentons nous mêmes : ainsi ils ont toûjours le même droit que vous, de prouver l'existence de l'ame raisonnable. Mais d'ailleurs ils ajoûtent que toutes ces operations que vous trouvez si extraordinaires, ne different que comme le plus & le moins des operations que vous attribuez aux Bêtes : & certainement il semble qu'agir pour une fin, profiter de l'experience, prévoir l'avenir, (ce qui selon vous convient aux Bêtes) ne doit pas moins proceder d'un principe spirituel, que ce qui se trouve dans les hommes. Car enfin, qu'est-ce qu'une connoissance universelle, sinon une connoissance qui convient à plusieurs choses semblables, comme le portrait d'un homme conviendroit à tous les visages qui lui ressembleroient : Qu'est-ce qu'un raisonnement, sinon une connoissance produite par une autre connoissance, comme nous voyons qu'un mouvement est produit souvent par un autre mouvement? Certes, si l'on met une fois que la pensée, l'intention, & la reflexion, peuvent provenir d'un corps animé par une forme materielle, il sera bien difficile de prouver que le raisonnement & les idées de l'homme ne sçauroient provenir que d'un corps animé aussi par une forme materielle.

LII. Tout ame qui peut penser & agir pour une fin, peut aussi raisonner, & se déterminer librement.

Au reste, il est mal-aisé de séparer ainsi le raisonnement d'avec la pensée: & il est, ce semble, bien facile de prouver, que dès-lors qu'une substance est capable de penser, elle est aussi capable de raisonner, qu'elle est pourvûë d'une volonté & d'un libre arbitre, & en un mot, qu'elle est en état d'agir comme les hommes. Les anciens Philosophes, & même les Peres de l'Eglise, ont prouvé que nous avions un Libre arbitre par cet argument general, que tout ce qui est capable de connoître, peut connoître le bien & le mal, c'est-à-dire, ce qui lui est bon, ou ce qui lui est mauvais: que par conséquent, en considerant ces deux objets, il peut les comparer ensemble, il peut déliberer, il peut se déterminer pour en choisir l'un à l'exclusion de l'autre, en quoi consiste l'usage de nôtre liberté. Et cela est si vrai, que la définition que nous retenons encore aujourd'hui de la liberté prise en general, est celle-ci: *Facultas agendi cum ratione*, la faculté d'agir avec connoissance de cause, ce *cum ratione* signifie cela.

LIII. *Quelques Philosophes ont accordé la raison aux Bêtes.*

De là vient que de trés grands hommes n'ont pû comprendre que les Bêtes ne fussent pourvûës de raison, ne formassent de veritables syllogismes, ne deliberassent, & n'agissent avec liberté. * Cela venoit du préjugé où ils étoient, ne s'étant jamais avisez de douter si les Bêtes avoient en effet des pensées. D'où encore nos Philosophes prétendent faire voir, que ce sentiment qui accorde aux Bêtes des pensées & des connoissances est dangereux, & qu'il donne aux libertins occasion d'en tirer une mauvaise conséquence. Il n'y a rien de plus naturel, disent ils, que de raisonner ainsi : Les Bêtes pensent, & aperçoivent les objets ; donc elles connoissent le bien & le mal : donc elles déliberent & choisissent l'un pour fuir l'autre : donc elles agissent pour une fin ; donc elles raisonnent. Tout cela se fait en elles sans aucune ame spirituelle : qu'est-il donc besoin d'une ame spirituelle pour les hommes ? Ceux qui sont dans ces sentimens, & qui ont une idée si avantageuse des animaux, ne font pas reflexion à ces conséquences : l'accoûtumance dans laquelle ils ont vécu, fait que ne doutant point d'une part que les Bêtes ne pensent par le moyen d'une ame materielle, & n'usent de quelque sorte de raisonnement, ils ne doutent point aussi d'une autre part, que nous ne pensions par le moyen d'une ame spirituelle, & il n'y a que cette heureuse accoûtumance qui aprivoise l'esprit à accorder deux choses si éloignées.

* Vide Valesium Philos. Sacra.

LIV. S'il est possible qu'un agneau fuye le loup sans connoissance.

Quelques-uns, en faveur des Bêtes, ou pour justifier leur propre préjugé; demandent comment on peut s'imaginer qu'un petit poulet s'enfuye & se cache sous les aîles de la poule, aussi tôt que le milan siffle dans l'air, sans être d'ailleurs apperçû ? Comment il est possible qu'un agneau d'un jour conçoive une si grande horreur à la premiere vüë du loup, qu'il s'enfuye en tremblant, qu'il se mette à couvert de cet ennemi sous la brebis sa mere; & que cependant il n'ait point de peur du chien, quoiqu'il l'entende japper en colere, & qu'il le voye mordre tout ce qui se rencontre ? Quels ressorts peut-on se figurer dans cet agneau, qui se débandent à la vüë du loup, & non à celle du chien, quoique ces deux Bêtes soient si semblables, que les Bergers ont souvent de la peine à les distinguer ?

LV. S'il est possible qu'il le fasse avec connoissance.

Mais si l'on procede ainsi par voye d'admiration, on pourra aussi faire l'étonné à son tour, & dire comment peut-on s'imaginer qu'un petit poulet connoisse la voix du milan qu'il n'avoit jamais entenduë ? En bonne foi, qui a dit à l'agneau, que cet objet qu'il voit de loin est un loup, que c'est son ennemi, qui le veut dévorer ? qui l'a averti de s'en donner de garde, de s'enfuir vers sa mere qui pourra mieux le défendre de cette cruelle bête ? Et si le chien est si semblable au loup, comment sera-t-il possible que l'agneau ait le discernement si fin, que n'ayant jamais vû ni l'un ni l'autre, il les reconnoisse parfaitement, & qu'il juge que l'un est son ennemi, & l'autre son garde? En verité, si l'admiration peut passer ici pour une raison, il faudra donner l'avantage à ceux qui ne sçauroient croire que cet agneau agisse par connoissance. Car enfin, qu'il puisse agir ainsi par la seule disposition de son corps, & qu'il soit déterminé par le loup à fuir, & par le chien à demeurer, ou par la brebis à s'aprocher; nous avons des exemples, où de semblables mouvemens se font sans connoissance. Une aiguille de fer s'aproche de l'aiman, & ne s'aproche pas d'une autre pierre qui lui est toute semblable, & elle s'enfuit à la presence d'un autre aiman oposé diversement. Pourquoi donc ne pourroit-il pas se faire que l'aproche du loup, ou sa simple vûë, c'est-à dire, les rayons de lumiere reflechis du loup, & entrant dans l'œil de l'agneau, le pût déterminer à fuir, & cela par la necessité de la nature, & non pas par la détermination d'aucune connoissance?

LVI. Si par le mot d'ame ou d'instinct, nous comprenons mieux la nature des Bêtes, que par les ressorts méchaniques.

Il seroit à souhaiter que ceux qui demandent avec tant d'admiration, quels ressorts peuvent être ainsi débandez par le loup & non par le chien, expliquassent eux mêmes, par quel moyen ces diverses connoissances, & ces differentes resolutiôs sont produites dans l'agneau, afin qu'il aprehende l'un, & s'enfuye, & qu'il aime l'autre, & l'attende sans crainte ? Il faut bien necessairement reconnoître dans l'agneau quelque disposition du corps, qui lui fasse apercevoir l'un comme ennemi, & l'autre comme ami: appellez cela *Instinct*, ou de quelqu'autre nom qu'il vous plaira, cette disposition du corps y est absolument necessaire : mais si cette disposition naturelle suffit pour donner ces diverses connoissances, ne suffira-t-elle pas pour causer ces divers mouvemens, puisqu'il est indubitable que la connoissance est une operation infiniment plus parfaite que le mouvement ?

LVII. Les operations des Bêtes marquent non seulement de la connoissance, mais aussi de l'intelligence.

Il y en a encore qui persistant dans l'admiration, demandent comment il est possible qu'un singe, ou qu'un élephant fassent sans connoissance les choses que nous sçavons qu'ils font ? Un chien même pourroit-il apprendre à chanter sa partie avec son maître ? * Pourroit-il danser en cadence au son du violon, s'il n'entendoit, & s'il ne connoissoit ? Pourroit-il à certains mots sauter, & à d'autres s'arrêter ? pourroit-il chercher avec tant d'empressement son maître, & traverser quelquefois une riviere pour prendre le chemin le plus court, & quelquefois se détourner pour aller trouver un chemin bien éloigné, ne pouvant surmonter les

* Vide Horariam oratione peculiari de ratione brutor.

obstacles qui lui empêchoient le passage du plus proche ? Que pourroit faire autre chose une personne qui considereroit attentivement les choses, & qui consulteroit à prendre ses mesures, pour arriver au plûtôt où l'on se propose d'aller ? Ces personnes donc pensent que ce sont autant de démonstrations, qui font voir clairement que les Bêtes agissent avec connoissance, & même avec raison. Car enfin des actions qui se font si à propos, eû égard à une fin, se font par un principe, non-seulement connoissant, mais encore intelligent. Une simple connoissance ne suffit pas pour toutes ces actions ; il faut connoître une fin ; il faut considerer les divers moyens qu'il y a de parvenir à cette fin : il faut discerner quel est le meilleur, & après cela il faut le choisir & se déterminer à agir d'une maniere plûtôt que d'une autre. Or qu'est-ce que tout cela, si ce ne sont des operations d'un principe intelligent ?

LVIII. La simphonie d'un orgue ne peut être sans la conduite d'un principe intelligent.

Il est vrai certainement, toutes ces actions des Animaux sont trop bien conduites, pour être faites sans connoissance & sans intelligence : mais nous pouvons concevoir que cette intelligence qui les fait agir, peut leur être appliquée en deux maniéres : ce qui se fera entendre par un exemple. Lors qu'entrant dans une Eglise, ou si vous voulez dans une grotte d'une maison de plaisance, j'entens une agréable simphonie d'une orgue, je dois incontinent juger, que des accords si bien concertez ne

sçauroient

sçauroient être faits sans la conduite de quelque personne intelligente.

LIX. Ce principe peut être appliqué en deux manieres.

Mais aussi je puis concevoir que cette personne peut s'être appliquée en deux maniéres à faire tout ce concert ; ou bien en s'asseyant elle-même au pied de l'orgue, & joüant de ses doigts sur le clavier ; ou bien ayant fait une machine, qui tournant par le moyen de l'eau & de certaines rouës, touche à propos les clefs, & fasse ainsi toute cette musique, sans que personne s'en mesle davantage. Que si je suppose que ces orgues sont touchées immédiatement par quelque personne, & non pas par le moyen d'une machine preparée, je dois d'abord concevoir que cette personne doit être intelligente dans cet art ; & il seroit ridicule de s'imaginer qu'un homme qui n'auroit jamais eu la moindre connoissance de musique & d'instrumens, dès qu'il seroit assis au pied du clavier, pût remüer ses doigts avec tant de justesse, & faire une simphonie si réguliere.

LX. Le principe qui agit immediatement doit sçavoir la maniere dont il faut agir.

De même, à considerer la conduite des animaux, & leurs actions si bien reglées, & si proportionnées à une fin, nous sommes d'abord convaincus que tout cela procede de quelque principe intelligent. Mais aussi nous pouvons considerer que ce principe peut être appliqué en deux maniéres à produire toutes ces actions: ou bien en preparant la machine,& donnant au corps des Bêtes une telle disposition, qu'elles-mêmes agissent par ressorts, à peu près comme ces orgues automates des grottes : ou bien nous pouvons considerer que ce principe intelligent est immediatement appliqué dans le corps des Bêtes, comme une forme qui les anime, & qui produit elle-même tous les mouvemens que nous voyons en elles, comme ce Musicien fait la symphonie en touchant lui-même les clefs de l'orgue avec ses doigts. Mais en ce cas nous devons aussi-tôt penser que ce principe ainsi appliqué, & cette ame connoissante qui produit immediatement tous ces mouvemens, sçait parfaitement la maniere dont se doivent faire ces mêmes mouvemens ; & il seroit, ce semble, aussi ridicule de s'imaginer que cette ame pût ainsi mouvoir si à propos les jambes, tantôt d'une façon, tantôt d'une autre, pour marcher,sans sçavoir pourtant comment se doivent faire ces mouvemens, qu'il est absurde de croire qu'un homme qui ne sçait rien de musique, & qui n'a jamais apris à joüer des instrumens, puisse faire les mouvemens necessaires pour une juste symphonie.

LXI. L'ame des Bêtes ne peut être le principe immédiat de leurs mouvemens.

Mais est-il possible que l'ame des Bêtes sçache naturellement ce que les hommes avec toute leur Philosophie ne peuvent comprendre ? Quoi, l'ame d'un chien sçaura comme il faut envoyer des esprits en un endroit, & les retirer d'un autre, enfler un certain muscle & en désenfler un certain autre, & faire tout le reste qui est necessaire pour marcher ? Il sçaura donc comme quoi il faut premierement dilater le diaphragme, élargir la poitrine, attirer l'air, enfler les poulmons, puis les presser tout d'un coup, & ouvrir la gueule pour aboyer ? Sans mentir, si l'on se peut figurer que l'ame d'un chien a toutes ces connoissances, on aura sujet de porter envie aux Bêtes.

LXII. Ni l'ame des hommes non plus; qui ne fait que vouloir, le reste se faisant par machine.

Ne dites pas que cette raison prouveroit que dans les hommes les mouvemens se feroient aussi par machine, & non pas par la conduite de l'ame, puis qu'aussi l'ame des hommes ne sçait pas comment se doivent faire la plûpart de nos mouvemens. C'et en effet ce que nos Philosophes pretendent; que nôtre ame n'est pas la cause immediate des mouvemens, non pas même des volontaires. Nous ne mouvons le doigt que par le moyen des muscles, ni les muscles que par le moyen des nerfs & des esprits, ni les esprits que par le moyen du cerveau: de sorte que remontant jusques dans le principe du mouvement, il faut reconnoître un endroit où est le siége principal de l'ame, & d'où elle peut commander tous les mouvemens qui se passent dans nôtre corps. Et comme pour faire cette douce symphonie dont nous venons de parler, il n'est pas besoin que l'organiste sçache quelle est la disposition particuliere des soufflets ou des flûtes ; il suffit qu'il remuë lui-même ses doigts, suivant son art, & aussi-tôt les touches s'abbattront, les soupapes des tuyaux s'ouvriront, le vent s'insinuera, le son se formera, & tout cela se fera par une necessité méchanique, suivant la disposition naturelle de la machine, qui a été ainsi preparée par un Ouvrier intelligent. De même, afin que nous marchions, il n'est nullement necessaire que nous connoissions les conduits par où il faut envoyer des esprits, ou les muscles qui doivent être retirez, point du tout, il suffit que nôtre ame veüille, & qu'en voulant elle prenne elle-même le mouvement, ou la situation qu'elle a naturellement en voulant, de quelque façon que cela se fasse : aussi-tôt de certaines petites valvules s'ouvrent comme les soupapes des tuyaux dans les orgues : les esprits qui sont renfermez dans la cavité du cerveau, comme le vent dans le Sommier, s'insinuent par ces ouvertures, & s'écoulent par le conduit des nerfs, jusques dans les muscles qu'ils font enfler. * Ceux-ci en s'enflant se resserrent, en se resserrant ils retirent le membre où leur tête est attachée : & ainsi enfin se fait le mouvement par une suite méchanique & necessaire, selon la disposition de la machine qui a été divinement bien preparée par un ouvrier infiniment intelligent. † Et c'est ce que remarque Aristote, que pour mouvoir les membres, il n'est nullement necessaire que l'ame soit effectivement presente en toutes les parties du corps : mais qu'il suffit qu'elle soit en quelque endroit déterminé, &

* *Mr. Louver explique autrement le mouvement des membres.*

† De anim. mor. c. 7.

que l'ame agissant en cet endroit, le mouvement s'en ensuivra, *parce que chaque membre est ainsi disposé à faire ces mouvemens par une necessité naturelle*; * Saint Thomas rapporte en plusieurs endroits ce passage, & l'approuve aussi pour ce point, qui ne regarde que la cause du mouvement.

* 1. p. q. 76. a. 8.

LXIII. Les Bêtes n'agissent pas comme les hommes, en se déterminant & en commandant.

On ne peut pas dire que l'ame des Bêtes pourroit agir de la sorte, ayant son siége principal en quelque endroit particulier, d'où elle pourroit aussi vouloir & commander le mouvement. Mais outre ce qui a été dit, pour faire voir que l'ame des Bêtes ne sçauroit avoir un siége particulier; on sçait d'ailleurs, qu'elles n'agissent point par voye de commandement. C'est le propre de l'homme d'agir de la sorte, ayant été fait à l'image & à la ressemblance de Dieu, qui n'agit au dehors que par empire: *Fiat lux.* Que la lumiere soit faite, & incontinent la lumiere fut faite; n'y ayant creature, pour insensible qu'elle soit, qui n'entende, pour ainsi dire, la voix de Dieu, & qui n'obéïsse à sa volonté. C'est ainsi avec quelque proportion que nous agissons sur nos corps. Nous voulons que le doigt se remuë, & incontinent le doigt est remué, comme s'il avoit compris la volonté de nôtre ame, & qu'il se fût mis incontinent en devoir d'obéir à son commandement. Mais les Bêtes n'agissent pas de la sorte ; elles ne commandent point leur mouvement, puisqu'elles ne se déterminent nullement elles-mêmes, étant plûtôt déterminées par les objets. Ainsi puisqu'en nous l'ame ne fait rien à l'égard du mouvement, que vouloir, se déterminer, commander ; il est, ce semble, inutile de donner aux Bêtes des ames, puisqu'elles ne veulent, ni ne se déterminent, ni ne commandent.

LXIV. Agir en homme, & être agi en bête.

Je ne veux pas entreprendre d'expliquer ici comment se fait en nous ce premier mouvement de nôtre ame, qui donne le branle à tout le reste du corps. C'est un sujet qui demande un peu plus d'étenduë que je n'ai resolu d'en donner à ce discours, & qui pourtant ne seroit pas inutile, n'ayant pas encore été traité avec toute la clarté qu'on pourroit desirer. Je me contente de faire quelque reflexion sur ce qui se passe en nous ; & par ce moyen l'on comprendra aisément la difference qu'il y a entre agir en homme, & être agi en bête.

LXV. Quelques mouvemens qui préviennent nos volontez.

N'est-il pas vrai qu'à la premiere vûë de certains objets, nôtre cœur a des mouvemens extraordinaires ? Il palpite quelquefois avec violence, & d'autres fois ses battemens sont tout entre-coupez, & fort lens, selon nôtre disposition & la nature des objets. Cela se passe en nous, sans que nôtre ame se mêle de vouloir ces mouvemens ou de les commander; & il n'y a, ce semble, que la seule machine qui jouë en ceci, & qui, comme par un ressort débandé, est déterminée par la presence de l'objet à avoir ces agitations extraordinaires: ce qui a fait dire à Aristote, que le cœur, & quelques autres de nos parties, sont *comme des Animaux séparez*, * ayant la faculté d'exercer leurs mouvemens particuliers indépendamment de tout l'Animal. N'est-il pas vrai encore que très souvent à ces vûës surprenantes, qui nous touchent extraordinairement, nous sommes déterminez à nous approcher, ou à nous retirer? Un enfant, à la vûë d'un serpent, fremit tout d'un coup, il s'écrie, il s'enfuit: au contraire, à la vûë d'une pomme, il soûrit, il s'approche, il étend la main pour la prendre, & pour la manger: tout cela se fait sans déliberation; il n'y a point en cela d'empire de la volonté; c'est la propre disposition du corps, qui, à la vûë de ces objets, fait faire tous ces mouvemens.

* De anim. motione c. 11.

LXVI. Quelques mouvemens qui suivent la détermination de nos volontez.

Mais aussi n'est-il pas vrai, que bien souven en voyant les objets, nous les considerons avec plus de reflexion, & que nous nous déterminons librement & volontairement, à aller vers ces objets, ou à nous en retirer? Agir de cette premiere maniere, c'est agir par instinct, ou plutôt c'est être agi, & poussé par une détermination necessaire, selon le rapport de l'objet avec la disposition du corps. Mais agir de cette seconde maniere, c'est agir en homme, c'est à dire, se mouvoir par choix, & par la détermination de la volonté. Ce n'est pas que souvent il n'y ait des pensées, &. même quelque sorte d'inclination de la volonté dans ces actions, que nous faisons naturellement par instinct: mais quand il y en a, elles ne font que suivre la détermination qui est déja faite, par la disposition du corps, & c'est la difference qu'il y a en nous, entre agir naturellement par instinct, & agir humainement par choix & par volonté: quelquefois les actions préviennent les pensées & la détermination de la volonté, & pour lors elles sont *animales*, ou *naturelles*; & quelquefois l'empire de la volonté precede les actions du corps, qui pour lors sont *humaines & volontaires*.

LXVII. Les pensées sont inutiles dans ceux des Animaux, qui ne se déterminent point eux-mêmes.

Pour agir par instinct, la volonté est inutile aussi bien que les pensées; puisque s'il a pour lors des pensées, elles ne font que suivre les mouvemens du corps qui ont déja precedé. La volonté donc & les pensées n'étant necessaires que pour les actions & les mouvemens volontaires; & les Bêtes les plus parfaites n'ayant point de ces sortes de mouvemens, & ne se mouvant jamais que par instinct; on doit dire aussi qu'elles n'ont aucunes pensées, ni aucune.

volontez, & que tous ces détours extraordinaires d'un chien qui cherche son Maître, ou qui danse au son du violon, se font à peu prés comme les mouvemens que nous faisons par impetuosité à la vûë de quelque objet extraordinaire.

LXVIII. Le corps d'un animal comparé à une Ville par Aristote.

Que si l'on a de la peine à concevoir que tous ces Animaux puissent apprendre à faire des choses si merveilleuses, & qu'ils puissent les executer par une pure coûtume sans connoissance; il ne faut que considerer, que *tout le corps d'un animal avec tous ses membres*, ainsi que remarque Aristote, * *est comme une Ville bien reglée par de bonnes Loix, où aprés que l'ordre y a été une fois établis, il n'est plus besoin qu'un Gouverneur se mêle d'avertir chaque particulier de ce qu'il doit faire, parce que chacun est déja porté à faire son devoir; qu'une chose survient aprés l'autre, & se fait naturellement par coûtume.* Aussi quand une fois les membres sont bien disposez avec cette subordination qui les fait dépendre les uns des autres, & avec cette disposition qui leur donne le moyen de faire leurs fonctions naturelles; ou bien quand une fois à force de repeter la même chose, on a accoûtumé une Bête à faire, à de certains signes, certains mouvemens; il n'est plus besoin d'aucun principe intelligent, qui vienne, pour ainsi dire, avertir chaque membre de faire sa fonction : ils sont tous portez d'eux-

* De anim. mot. c. 10.

mêmes à leur devoir, & la coûtume leur fait faire naturellement tous ces divers mouvemens les uns aprés les autres.

LXIX. Les Anciens n'ont pas approfondi cette matiere.

Aprés avoir rapporté toutes les raisons qui me sont venuës dans l'esprit, & les avoir poussées avec toute la force qu'il m'a été possible ; je ne croi pas qu'on m'accuse d'avoir dissimulé ce qui pourroit favoriser le sentiment de ces nouveaux Philosophes. Aussi j'espere qu'on sera d'autant mieux disposé à écouter mes raisons en faveur de l'opinion commune, que j'ai été plus fidéle à ne rien omettre de ce qui peut donner de la vraye-semblance à cette opinion extraordinaire. Mais auparavant il ne sera pas peut-être inutile d'examiner un peu quelques endroits d'Aristote, pour voir si dans un si grand Philosophe on ne trouveroit point quelque chose qui pût autoriser une opinion qui paroît maintenant si nouvelle & si extraordinaire. Il est vrai que les Anciens ne semblent pas avoir bien examiné ce sujet : la persuasion avec laquelle nous venons, pour ainsi dire au monde, que les Bêtes ont de veritables pensées, & des sentimens comme nous, a fait qu'on ne s'est gueres avisé de revoquer en doute une chose qui nous paroît d'abord si manifeste : jusques-là, que les Platoniciens, bien loin de priver les Bêtes d'ames & de connoissances, ont pourvû tous les Estres les plus materiels & les plus insensibles de leurs Formes intelligentes, pour les gouverner & pour les faire agir suivant leur nature.

LXX. Aristote est le seul des Anciens qui s'est avisé de l'examiner.

Aristote est le seul des anciens Philosophes, autant que j'ai pû remarquer, qui a fait des reflexions particulieres sur ce sujet. Outre ce qui a été déja rapporté en divers endroits, voici ce qu'il écrit: * *Que la chaleur*, dit-il, *soit un effet de la Nature, cela ne peut pas souffrir grande difficulté: mais il est bien difficile de comprendre, comment la Nature des corps sçait employer si à propos la chaleur, & s'en servir comme d'un instrument pour donner à chaque chose ce qu'elle doit naturellement avoir, & imprimer sur chacune son caractere particulier, avec autant de justesse, que si ces corps avoient de la connoissance & de la raison.* † *Et certainement, il n'est pas possible que toutes ces choses se fassent ainsi sans connoissance, & sans la conduite du raisonnement: mais d'ailleurs, on ne voit pas comment on peut attribuer à des Natures materielles la faculté de connoître. D'attribuer tout cet artifice à la force du feu, des esprits ou des corps les plus subtils, c'est ce qui ne se peut nullement: mais de dire aussi qu'au dedans de ces corps il se trouve quelque principe qui ait cette faculté de connoître, c'est ce qui passe toute admiration. Et nous avons le même sujet d'étonnement à l'égard de l'ame même des animaux, puisqu'elle est de même nature que le feu & les esprits.* Aristote en cet endroit ne parle que de l'ame des Bê-

* Libro de Spiritu, cap. 9.

† V. Interpretem Latinum hujus loci.

tres : car pour ce qui est des Hommes, il a toûjours dit que leurs ames * *venoient de dehors*, & que cela leur étoit particulier, toutes les autres ames étant nées, pour ainsi dire, dans les corps mêmes, & étant formées de la matiére. Il dit encore qu'il n'y a que l'ame de l'Homme † *qui soit divine, & qu'elle n'a aucune ressemblance dans ses operations avec les operations du corps.*

* Lib. 2. de gen. anim. cap 3.
† De anima c. 2. t. 2. & cap. 3. t. 29.

LXXI. Aristote nie absolument que les Bêtes pensent.

On voit par ce passage qu'Aristote avoit très-bien connu la difficulté qu'il y a d'attribuer aux corps & aux Bêtes des connoissances. Mais ce qu'il n'a fait que proposer ici par voye d'admiration, il semble qu'il l'ait assuré nettement en un autre endroit, où, en parlant des Animaux, & les comparant les uns avec les autres, il dit ces paroles expresses : * *De tous les Animaux, il n'y a que l'Homme seul qui ait la faculté de penser. Homo unus ex numero animalium omnium vim obtinet cogitandi.*

* Hist. animal. c. 1.

LXXII. Remarque de Scaliger sur ce passage d'Aristote.

Je sçai bien que Scaliger a repris l'Interprete, d'avoir traduit le mot de βουλεύεσθαι par celui de *cogitare* : & il dit que ce mot Grec signifie dans sa force, mediter à part soi, & déliberer sur une affaire. Mais la langue Grecque n'a pas d'autre terme qui signifie plus expressément ce que nous disons en François *penser*, & en Latin *cogitare* : car celui de *νοεῖν* est encore plus consacré à l'Homme, puisqu'Aristote, pour distinguer nôtre ame de celle des Bêtes, ne lui donne jamais autre nom que celui de *νοῦς*.

LXXIII. La Memoire & la Reminiscence d'Aristote.

Les paroles qui suivent aprés celles que je viens de rapporter d'Aristote, n'autorisent pas beaucoup la remarque de Scaliger. *Et quoique les autres Animaux*, dit il, *soient pourvûs de memoire, & capables de discipline ; il n'y a pourtant que l'Homme qui puisse se ressouvenir.* * Par ces paroles qu'Aristote a repetées mot à mot en un autre endroit, il semble qu'il ait accordé aux Bêtes la connoissance, puisqu'il les reconnoît pourvûës de memoire ; & que s'il les prive de connoissance, ce n'est que de cette sorte de connoissance qui se fait avec une reflexion particuliere dans les déliberations, & dans la recherche que nous faisons pour nous ressouvenir. Mais il est certain qu'Aristote a distingué autrement la † Memoire & la Reminiscence ; car, selon lui, la memoire ne consiste que dans une *image*, & *une representation imprimée sur la substance de l'endroit du corps où est le sens commun*, *à peu près de même que les figures sont represen-*

* De Mem. & Rem. cap. 2.
† De Mem. & Rem. cap. 1.

tées sur de la cire par l'impression des cachets : de sorte qu'avoir la memoire de quelques choses, *c'est avoir les figures de ces choses ainsi representées.* † Au lieu que la Reminiscence emporte outre cela une certaine Perception de l'esprit, qui fait qu'en *se ressouvenant, on sçait cela même qu'on se ressouvient* : ce qui est commun à toute sorte de pensées, puisqu'il est impossible de penser sans sçavoir que l'on pense. Ainsi Aristote disant que les Bêtes ne se ressouviennent nullement, & qu'il n'y a que l'Homme qui ait la faculté de se ressouvenir ; il ne faut point trouver étrange, s'il a dit aussi que l'Homme seul entre tous les Animaux étoit capable de penser. Ce Philosophe a donc crû que les Bêtes n'avoient point de veritables pensées.

† Ibid.

LXXIV. Aristote a dit souvent que les Bêtes sont des machines Automates.

Il ne reste après cela, sinon qu'Aristote ait reconnu que les Bêtes étoient des Automates, & qu'elles ne se mouvoient que par machine, & par des ressorts preparez. Et c'est aussi ce qu'il a dit bien clairement ; car voici comme il parle, expliquant comment se fait le mouvement des Animaux. * *Comme ces machines qu'on appelle Automates*, dit-il, *dès-lors qu'on les remuë tant soit peu, d'une certaine maniere, font incontinent leurs mouvemens par la force des res-*

* De Animal. motione, c. 7.

sorts débandez. . . . . . Aussi les Animaux se meuvent de même, ayant des os & des nerfs comme autant d'instrumens disposez par l'industrie de la Nature, qui font en eux ce que font dans les machines les pieces de bois & de fer avec leurs ressorts. * Il dit la même chose ailleurs. *Il peut se faire*, dit-il, *que dans les Animaux une chose en meuve une autre, & que leurs corps soient comme ces merveilleux Automates : car en effet, ils sont composez de membres qui ont cette faculté, même lorsqu'ils sont en repos*, de pouvoir faire certains mouvemens aussi-tôt qu'on les y détermine. Et comme dans ces machines, *il n'est nullement besoin que quelqu'un y touche actuellement quand elles font leurs mouvemens, pourvû qu'on les ait auparavant touchées* : aussi on en peut dire autant des Animaux.

* 2. De gen. anim. c. 1. post med.

LXXV. Et que dans l'homme même les mouvemens des membres ne se font pas immediatement par l'ame.

† Dans l'homme même, il ne veut pas que l'ame fasse immediatement le mouvement des membres, ou qu'elle y soit actuellement presente, pour les regir dans leurs operations. Outre ce qui a été déja rapporté ci-dessus, voici comme il parle. *Il arrive en ceci*, ce sont ses paroles, *comme quand on a entre les mains quelque chose d'inanimé ; par exemple, lorsque quelqu'un remuë un bâton : car il est manifes-*

† De anim motione, cap. 8.

te que l'ame n'est point là dedans, ni dans l'extrémité du bâton la plus éloignée, ni dans celle qui est dans la main. Et pour cette même raison, si nous disons que l'ame n'est point dans le bâton, comme un principe interne de son mouvement; nous devons dire aussi qu'elle n'est pas non plus dans la main: car ce qu'est le bâton à l'égard de la main, la main l'est à l'égard du poignet, & celui-ci à l'égard du coude. Et il n'importe de rien que ces parties soient conjointes avec le reste du corps, ou qu'elles ne le soient pas: & toute la difference que nous y trouvons, c'est que *le bâton est une partie que nous pouvons séparer du corps*; au lieu que la main & le bras sont des parties inséparables.

LXXVI. L'on commence à éclaircir toutes ces difficultez.

Mais il est temps enfin de donner l'éclaircissement necessaire à toutes ces premieres difficultez, & d'établir le sentiment commun des Philosophes, qui est que les Bêtes n'ont pas à la verité des connoissances spirituelles qui n'appartiennent qu'aux seules ames raisonnables, & aux purs esprits; mais qu'elles ont néanmoins des connoissances sensibles, qui peuvent fort bien convenir à tous les Animaux, que la nature a pourvûs de divers organes des sens. Et certainement, ce seroit une chose bien étrange, & bien peu sortable à la sagesse infinie que nous remarquons dans les ouvrages de la nature, si elle avoit pris le soin de former des yeux & des oreilles, qui ne serviroient que pour une parade extérieure, & non pas pour voir, ou pour

entendre.

entendre. Que s'il n'est pas moins certain que les Bêtes voyent & entendent, qu'il est manifeste qu'elles ont des yeux & des oreilles; n'est-il pas encore indubitable qu'elles connoissent, puisque voir, entendre & generalement sentir, emporte du moins quelque sorte de connoissance, & qu'une intime perception du côté de l'ame n'entre pas moins dans l'essence de la vûë & du sentiment, que le fait du côté du corps, l'exterieure disposition de l'organe?

LXXVII. Connoissances sensibles, & connoissances intellectuelles.

Pour bien démêler une matiére si embarrassée, je croi qu'il ne faut que bien expliquer ce que c'est que connoissance spirituelle, & ce que c'est que connoissance sensible; & si l'on peut faire voir la nature de l'une & de l'autre, avec leur difference, je suis persuadé que toutes les raisons que je viens de raporter ne nous feront pas grand peine; & qu'au contraire, il ne nous sera pas fort mal-aisé de prouver qu'en effet les Bêtes ont des connoissances sensibles. Voici donc, ce me semble, ce qui peut contribuer à l'intelligence de ces choses.

LXXVIII. Qu'il y a en nous des connoissances intellectuelles.

La connoissance spirituelle, ou, si vous voulez, intellectuelle, est une perception intime, par laquelle nous appercevons tellement un objet, que nous nous appercevons de cela même, c'est-à-dire, une perception qui emporte essentiellement avec elle une espece de reflexion qu'elle fait indivisiblement sur elle-même, en sorte que nous connoissons fort bien que nous connoissons. Mais la connoissance sensible est une simple perception d'un objet sans cette reflexion Nous n'avons qu'à nous consulter nous-mêmes, & à considerer ce qui se passe en nous, pour bien comprendre la nature de ces connoissances, de ces perceptions, & de ces reflexions que je viens de dire. Quand je pense à Dieu, & qu'après avoir consideré la disposition admirable du monde, je viens à raisonner un peu, & à tirer cette conséquence, Dieu existe; je pense tellement à cette existence de Dieu, que je sçai intimement que j'y pense. Il n'est pas besoin que je fasse un autre acte de l'entendement, par lequel je me reflechisse sur cette premiere pensée, pour dire oüi. Il est vrai, je pense maintenant à Dieu & à son existence: sans faire cette reflexion par un nouvel acte; le premier suffit pour me faire sçavoir que je pense, parce que de la façon que je pense pour lors, je ne le fais pas à mon insçû; je pense en connoissant que je pense; & cette sorte de pensée est essentiellement, & indivisiblement reflexive sur elle-même.

LXXIX. Même dans nos imaginations & dans nos sentimens.

Il en est pour l'ordinaire de même, quand dans l'imagination je me figure une rose, ou lors qu'ayant les yeux ouverts, j'apperçois un objet. Car je me represente tellement la figure d'une rose, & je la considere d'une telle maniére, que je connois indivisiblement cela même. Et quand je m'apperçois de cet objet, en le voyant, je le voi de telle sorte, que je puis dire en moi-même, oüi je le voi, & je connois cela même que je l'apperçoi. Dans nos songes mêmes, nous ne laissons pas de nous appercevoir ainsi avec cette indivisible reflexion, puisqu'en effet nous nous en souvenons : ce qui seroit impossible, si nous ne nous fussions nullement apperçûs que nous pensions voir les choses comme nous les songions. De sorte que dans nos sentimens, dans nos imaginations, dans nos songes mêmes, il intervient pour l'ordinaire des connoissances intellectuelles, c'est à-dire, des perceptions qui sont indivisiblement reflexives sur elles-mêmes.

LXXX. Qu'il y a aussi en nous des connoissances sensibles.

Mais quelquefois aussi nous avons des perceptions qui n'emportent nullement avec elles ces sortes de reflexions ; & où nous appercevons, sans nous appercevoir que nous appercevions. Par exemple, souvent il arrive qu'ayant l'esprit extrêmement occupé à la consideration de quelque objet qui nous plaît beaucoup, nous sommes tellement absorbez dans cette consideration ; qu'il ne nous reste plus moyen de penser presque à autre chose. Ainsi ayant les yeux ouverts, nous ne nous appercevons pas seulement des objets qui sont devant nous, & une personne de nos amis aura pû passer sans que nous y ayons pris garde. En cette rencontre je demande, si l'on peut dire que nous ayons vû cette personne ? A la verité, j'ai déja supposé que nous ne nous en étions point apperçûs ; mais aussi ce n'est pas là ce que je demande. Je ne demande pas si l'on s'en est apperçû, puisque je suppose que non ; mais je demande si l'on a vû cette personne, qui a passé devant nous, lors que nous avions les yeux ouverts, & que rien ne manquoit, ni du côté de l'organe, ni du côté de l'objet, ni du côté du milieu pour faire la vision. L'avons-nous vûë ? Si vous dites que non, il n'y a point a hésiter, vous devez donc dire que nous étions aveugles. Cette conséquence est naturelle ; car celui-là est aveugle, qui ayant les yeux ouverts, ne voit point en plein jour ce qui se passe devant lui, lorsqu'il ne manque rien au dehors de tout ce qui est necessaire à la vision. Vous direz peut-être qu'une des conditions necessaires est l'attention, qui manque en cette rencontre ; mais prenez garde, s'il vous plaît, que si cette attention est necessaire pour nous appercevoir que nous voyons, elle peut ne l'être pas pour voir ; & je ne demande pas maintenant si nous nous appercevons, mais seulement si nous voyons.

LXXXI. *Que l'on peut voir sans s'en appercevoir.*

Pour ne pas m'arrêter ici trop long-temps, il me semble que nous devons dire absolument que nous avons vû. Car enfin, il est évident que pendant tout ce temps-là nous n'étions pas aveugles. Nous sçavons cela, & nous le disons, comme l'ayant ainsi experimenté, & sentant fort bien qu'en effet nous n'étions pas aveugles, que nous avions des yeux, que la lumiére ne nous a point disparu, que les choses étoient comme elles sont maintenant. Il est donc manifeste que nous voyions pour lors aussi-bien que nous voyons à cette heure ; & toute la difference qu'il y aura, c'est que maintenant nous voyons avec cette attention, & que tantôt nous voyons sans elle. D'où je conclus que l'on peut voir sans cette attention particuliere, je veux dire, sans s'appercevoir que l'on voit.

Mais d'ailleurs, il est évident aussi que *voir*, emporte essentiellement quelque sorte de connoissance & de perception vitale. Car enfin, voir n'est pas recevoir des rayons de lumiere, ni avoir une image de l'objet representée au fond de l'œil; voir, dit quelque chose de plus, puisque toutes ces representations optiques pourroient se faire dans un œil artificiel. Et à nous consulter nous-mêmes, nous sommes convaincus par nôtre propre experience, que dans cette rencontre nous voyons d'une maniere qui dit quelque chose de plus. Cette maniere particuliere ne peut être que la perception vitale, & c'est ce que nous appellons proprement sensation ou sentiment. Il y a donc en nous des sentimens & des perceptions vitales, qui ne sont point reflexives sur elles mêmes, & qui se font en nous, sans que nous nous appercevions; & c'est ce que nous appellons des connoissances sensibles, qu'il faut necessairement reconnoître, à la difference des intellectuelles.

LXXXII. Exemple, où l'on sent & où l'on voit.....

Et pour nous convaincre pleinement de ceci, nous n'avons qu'à faire reflexion sur ce qui nous arrive tous les jours en lisant un livre avec quelque application. Nous sommes attentifs au sens des paroles, & nous n'avons nulle attention à considerer les lettres, qui sont par leur diverse figure, & par leur arrangement, toute la suite du discours. Nous ne prenons pas garde si les caracteres sont bien formez ou non, quand d'ailleurs l'impression est assez nette pour ne nous pas arrêter. Il pourra y avoir de l'Italique mêlé avec le Romain, sans que nous nous en appercevions ; & quelquefois même nôtre application sera si grande, que nous ne ferons pas seulement reflexion sur la langue en laquelle le livre est écrit. Il faut donc reconnoître que dans cette rencontre nous n'appercevons point les lettres & les mots de ce livre avec cette perception reflexive, par laquelle nous puissions nous rendre compte à nous mêmes de ce que nous appercevons, & qui nous fasse appercevoir que nous appercevons.

LXXXIII. Sans connoissance intellectuelle.

Mais d'ailleurs, il est manifeste que nous avons vû toutes ces lettres, que nous avons remarqué leur figure, que nous les avons distinguées les unes des autres, que nous les avons considerées avec cette liaison qu'elles ont entre elles pour composer les mots ; & sans cela, nous n'en aurions jamais pû penetrer le sens, que nous avons néanmoins fort bien compris. N'est-il donc pas manifeste encore que nous pouvons voir & remarquer les objets, & les distinguer les uns des autres, sans avoir de ces perceptions reflexives que nous avons appellé spirituelles ? Il faut donc aussi reconnoître en nous de ces sortes de connoissances, que nous avons appellées sensibles.

LXXXIV. Qu'il y a des perceptions si fines, qu'on ne s'en souvient presque pas.

Il est vrai qu'il y a quelquefois des perceptions si fines & si délicates, que toutes spirituelles qu'elles sont, elles échappent même à nôtre propre connoissance, de sorte que nous ne nous en appercevons pas ; ou que du moins nous ne nous souvenons pas de nous en être apperçûs, comme il arrive souvent dans les songes, où nous avons certainement eu de ces perceptions reflexives, sans que pourtant nous puissions nous en souvenir. Et peut-être qu'on voudra dire, que comme quelquefois nous oublions les choses que nous avons le mieux sçûës ; on ne doit pas trouver étrange que nous ne puissions nous souvenir de ce qui a passé si legerement dans nôtre esprit. De sorte que dans ces rencontres, si nous ne pouvons point nous rendre compte à nous-mêmes des particularitez que nous avons vûës dans le caractere des lettres de ce livre, il ne s'ensuit pas pour cela que nous ne les ayons vûës avec cette perception, qui nous faisoit sçavoir à nous mêmes que nous appercevions, mais cela nous fait entendre seulement que nous pouvons l'avoir oublié.

LXXXV. Qu'il y en a d'autres dont on ne s'apperçoit point du tout.

Mais cela même, qu'il y ait des perceptions si fines & si délicates, que quelque soin que nous prenions, nous ne pouvons les remarquer, ni nous en souvenir ; c'est ce que je pretendois montrer, & ce sont ces perceptions que j'appellois sensibles. Ne dites pas pourtant que nous les oublions ; parce qu'enfin pour oublier, il faut avoir sçû quelquefois. Or nous n'avons jamais sçû que nous appercevions dans les rencontres que je viens d'expliquer ; & si lors même que nous lisions actuellement, quelqu'un fût venu nous interrompre, & nous demander compte des lettres & du caractere, nous aurions été aussi en peine que si nous n'eussions jamais lû, & il nous faudroit jetter les yeux tout de nouveau sur le livre, pour en remarquer l'impression. Nous oublions, il est vrai, ce qu'effectivement nous avons apperçû dans les songes : mais enfin, nous nous souvenons, du moins en general, d'avoir apperçû quelque chose ; & lorsqu'on vient à en toucher quelque particularité, nous trouvons justement que c'est cela même ; comme il arriva autrefois à Nabuchodonosor, lorsque Daniel lui raconta distinctement les songes, dont ce Roi ne pouvoit lui-même se ressouvenir : mais ici il n'y a rien de semblable. Nous avons beau nous tourmenter à nous remettre dans l'esprit ce que nous pouvons avoir vû ; on a beau nous interroger, & nous tourner de tous côtez ; plus nous y faisons reflexion, & mieux nous voyons qu'en effet nous n'avons jamais sçû comment étoit faite une certaine lettre : de sorte que quoique nous l'ayons fort bien vûë & distinguée entre toutes les autres, nous ne l'avons jamais apperçûë avec cette sorte de perception qui nous fait sçavoir intimement cela même que nous appercevons. Ainsi je ne pense pas qu'on me conteste davantage, qu'il n'y ait dans nous de certaines perceptions, dont nous ne pouvons nous appercevoir, & que nous avons appellé des connoiſſances ſenſibles, à la difference des intellectuelles, qui eſſentiellement ont cela, qu'indiviſiblement elles nous font appercevoir que nous appercevons.

LXXXVI. Que les Bêtes n'ont point des connoiſſances ſpirituelles, mais qu'elles en ont de ſenſibles.

Après quoi il me ſemble qu'il n'eſt pas fort mal-aiſé de voir la verité du ſentiment commun des Philoſophes que j'ai entrepris de défendre. Et ſi l'on fait reflexion à la difference de ces deux ſortes de connoiſſances, on verra d'abord que toutes les difficultez qui ont été propoſées contre cette opinion, s'évanoüiſſent d'elles-mêmes ; & qu'en effet toutes ces raiſons prouvent bien que les Bêtes n'ont point de connoiſſances ſpirituelles, ce que nous accordons volontiers ; mais qu'elles ne prouvent nullement que les Bêtes n'ayent des connoiſſances ſenſibles. Ainſi quand on dit que nous faiſons, ſans y penſer, pluſieurs mouvemens, qui ſont d'ailleurs trés-reglez, & trés-bien proportionnez à la fin que nous pourrions nous être propoſé nous-mêmes ; on veut dire ſeulement que dans ces rencontres nous n'avons point des connoiſſances intellectuelles, puiſqu'en effet nous n'y prenons nullement garde, & n'en ſçavons rien pour la plûpart du tems; mais on ne peut pas conteſter, ce me ſemble, qu'il n'y intervienne de ces connoiſſances ſenſibles, à peu près ſemblables à celles que je viens d'expliquer,

& que nous avons, en faisant quelque lecture avec application.

LXXXVII. La raison & la Phantaisie.

Mais il faut remarquer que nous avons en nous deux Facultez de penser & d'agir ; l'une est simple, & purement spirituelle, que nous appellons *la Raison*, ou la *Faculté raisonnable* : l'autre est composée & materielle, que nous appellons la *Phantaisie*, ou l'*Imagination*. Le discernement de ces deux Facultez est, à mon avis, un des points des plus importans de toute la Philosophie Morale, aussi-bien que de la Naturelle & de la Métaphysique. Je croi pouvoir montrer que les fautes qu'on commet dans la pratique, à l'égard des mœurs, proviennent toutes de la Raison ; & que les erreurs où l'on tombe, à l'égard des Sciences spéculatives, proviennent toutes de la Phantaisie : & de plus, que la peine que nous avons souvent dans le discernement des choses, soit pour les mœurs, ou dans les Sciences, vient du peu de soin que nous prenons de bien distinguer les operations de la Raison d'avec celles de la Phantaisie.

LXXXVIII. La Volonté & l'Appetit.

Quoi qu'il en soit, comme dans la Raison, c'est à dire, dans la Faculté raisonnable, nous distinguons deux puissances ; l'une, pour considerer les objets, laquelle est appellée *Entendement* : l'autre, pour agir, & nous porter à poursuivre les objets, où à nous en retirer, que l'on appelle *Volonté :* Aussi dans la Phantaisie Aristote & saint Thomas ont distingué comme deux facultez ; l'une, pour representer & appercevoir les objets, qui repond à l'entendement, & qui retient le nom general d'*Imagination* ; l'autre, pour agir, & nous porter à fuïr ou à poursuivre les objets, que nous appellons *Appetit sensible, ou sensitif* : ce qui repond à la volonté, laquelle est appellée par saint Thomas un *Appetit raisonnable.*

LXXXIX. Où il y a des connoissances sensibles, il y a aussi des appetits sensibles.

Aprés avoir montré qu'il y a en nous des connoissances sensibles, qui sont les operations de la pure Phantaisie, qui repondent aux connoissances intellectuelles de la faculté raisonnable ; il est facile de faire voir qu'il y a encore des appetits sensibles, qui seront aussi des operations de la pure Phantaisie, qui repondront aux actes de la Volonté. C'est une suite necessaire de ce que j'ai déja établi ; & comme dès lors qu'on admet un entendement, il faut necessairement reconnoître une volonté, parce qu'il est impossible d'avoir la faculté de contempler les objets, sans se pouvoir porter à les poursuivre ou à les rejetter : aussi, si l'on est une fois convaincu qu'il y a des connoissances sensibles, on le sera de même qu'il y a des appetits sensitifs ; parce que s'il y a des mouvemens qui nous fassent appercevoir les objets, il y en a aussi qui nous les font poursuivre.

XC. Exemple de l'appetit sensible qui est en nous.

Mais ces appetits, ou si je les osois ainsi appeller, ces volontez sensibles, paroissent clairement dans l'exemple que j'ai rapporté. Car en lisant, non-seulement nous remarquons fort bien les lettres, mais aussi nous les parcourons toutes. Nous mouvons les yeux à propos pour lire tous les mots les uns après les autres. Nous revenons après avoir parcouru toute la ligne; nous tournons le feüillet, après que la page est finie; & tout cela se fait avec dépendance des perceptions, & par la détermination qui suit des objets que nous avons remarquez, puis qu'en effet, nous ne mouvons la tête pour recommencer une ligne, sinon parce que nous avons remarqué que nous avions achevé de parcourir la precedente. Et ce sont ces mouvemens qui se font ainsi en conséquence des perceptions & des connoissances sensibles, que nous appellons des volontez sensibles, ou, pour parler plus réguliérement, des actes de l'appetit sensitif.

XCI. A la verité, les Bêtes n'agissent pas par des principes plus parfaits que nous.

Nous disons donc, qu'à la verité il ne faut pas attribuer aux Bêtes rien de plus que ce qui se trouve dans les hommes. Les Animaux peuvent sans doute faire tous leurs mouvemens de la même maniere, ou par les mêmes principes que nous faisons les nôtres dans plusieurs de ces rencontres, où il y a infiniment plus d'industrie que dans tous les mouvemens des Bêtes. Et certainement, il ne seroit point raisonnable de vouloir que le bruit que fait un chien en abboyant, se fasse avec plus de connoissance que le son des paroles d'un Prédicateur.

XCII. Mais qu'elles agissent aussi par des principes à peu près semblables aux nôtres.

Mais aussi, à considerer la grande ressemblance qui se trouve entre la maniere d'agir des animaux & celle des hommes; il faut dire, sans doute, qu'elle procede à peu près des mêmes principes dans les uns & dans les autres. N'est-il pas vrai qu'un chien voit son maître, & que dans la foule il le distingue de tous les autres hommes, de la même maniére que nous voyons les lettres dans un livre, & que dans une si grande multitude nous les distinguons les unes des autres ? Pourquoi donc ce chien s'adresseroit-il à cet homme plûtôt qu'à un autre, s'il ne l'avoit vû & distingué de la sorte ? Pourquoi lui feroit-il tant de caresses ? Pourquoi donneroit-il par tant de sauts extraordinaires, des marques d'une si grande allegresse, si en le reconnoissant il n'avoit ressenti quelque impression, qui le détermine à faire tous ces tressaillemens, du moins en la maniere que nous ressentons quelque impression qui nous détermine à mouvoir les yeux en lisant, sans que d'ailleurs nous y fassions aucune reflexion ? Il est donc indubitable que tous ces mouvemens du chien qui s'aproche, qui saute, & qui caresse son maître, procedent du sentiment qu'il a eu, & qu'ils se font en conséquence de la vûë, c'est-à-dire, par la détermination des connoissances sensibles qui ont precedé, de la même maniere que les mouvemens de nos yeux & de nôtre tête se font en conséquence de la vûë que nous avons euë des lettres, & du discernement sensible que nous en avons fait. Ainsi, il y a dans cette Bête des connoissances & des appetits sensibles, puisqu'elle voit, qu'elle sent, qu'elle distingue les objets, & qu'elle agit en conséquence de ces sentimens.

XCIII. Les raisons des nouveaux Philosophes prouvent bien que les Bêtes n'ont point de connoissances spirituelles.

Les raisons qui ont été alleguées ci-dessus, pour montrer que les Bêtes ne sçauroient avoir des connoissances, à moins qu'elles ne fussent pourvûës de raison & d'une ame spirituelle, n'ont aussi nulle force après le discernement que nous venons de faire des deux sortes de connoissances. Car il est bien vrai, que pour les connoissances spirituelles, qui surviennent pour l'ordinaire dans nos sentimens mêmes, il faut un principe indivisible, dont la force & l'énergie étant répanduë dans toutes les parties du corps, fasse que tous les divers sentimens soient néanmoins apperçûs par cet indivisible principe : ce qui ne pouvant convenir à un principe materiel, nous concluons, suivant le raisonnement de saint Gregoire de Nysse, que nous avons une ame ſpirituelle, puiſque nous experimentons que ce *nous*, qui ſent dans toutes les diverſes parties du corps, eſt un *nous* entiérement indiviſible; & que le même *nous* qui voit, eſt auſſi le même *nous* qui touche, ou qui entend.

XCIV. *Mais elles ne prouvent rien à l'égard des connoiſſances ſenſibles.*

Mais à l'égard des connoiſſances ſenſibles, il n'en eſt pas de même: comme il n'y a là aucune reflexion, par laquelle l'animal puiſſe ſe dire à lui-même, jè voi, je touche, je ſens; auſſi il n'eſt nullement neceſſaire que ce principe qui le fait ainſi voir & ſentir, ſoit indiviſible; il peut être repandu par tout le corps, & même il peut quelquefois ſe diviſer, lorſque l'on coupe l'Animal en piéces, de même façon que le principe qui donne la vie aux Plantes ſe peut partager, lorſqu'on arrache un rejetton d'un Arbre, & qu'on le tranſplante.

XCV. *Les perceptions ſenſibles peuvent être ſans liberté & ſans raiſon.*

Davantage, il eſt vrai que cette reflexion indiviſible que nous faiſons ſur nos penſées ſpirituelles par ces penſées mêmes, eſt quelque choſe de ſi relevé & de ſi au-deſſus de la portée des corps, qu'il n'eſt pas poſſible d'imaginer une ſubſtance materielle, pour ſubtile & pour penetrante qu'elle ſoit, qui puiſſe en venir là. Il eſt encore trés veritable, que ces penſées ne peuvent proceder que d'une ſubſtance, qui ſoit auſſi pourvûë de la faculté de raiſonner, de déliberer, de vouloir, de se déterminer : ce sont des suites indispensablement necessaires, & qui nous convainquent aisément, que nous, qui experimentons en nous toutes ces facultez, nous sommes pourvûs d'un principe plus parfait que tout ce qu'on peut imaginer de corporel, c'est-à-dire, d'une ame spirituelle. Mais pour les connoissances sensibles, rien de tout cela n'est requis. Ce sont des operations qui ne sont pas au-dessus de la matiére : les objets ne sont que des corps & des corps singuliers qui sont actuellement presens, qui agissent sur les organes des sens, & qui y causent de certaines émotions. Le principe qui exerce le sentiment, le fait à la verité d'une maniere admirable, & si vous voulez, incomprehensible ; mais enfin il le fait sans cette reflexion, & sans cette attention, qui seule est le caractere de la spiritualité de nôtre ame, & ainsi ce peut être un principe materiel.

XCVI. Il est vrai ce que dit Aristote, que le corps des Animaux est une machine.

L'autorité d'Aristote ne favorise nullement les nouveaux Philosophes. Car lors qu'il dit que les animaux sont comme des machines automates, il ne dit rien, de quoi tout le monde ne demeure d'accord. Il n'y a personne qui ne reconnoisse en effet que le corps des Animaux est une machine admirable, pourvûë d'une infinité de petits ressorts, qu'un Ouvrier infiniment industrieux a arrangez avec une adresse incomprehensible. Nous convenons tous en ce point ; & il ne s'agit que de sçavoir si outre cette machine du corps ſenſible, il n'y a pas encore là dedans une forme qui anime, & qui gouverne cette machine ; & c'eſt de quoi Ariſtote ne douta jamais.

XCVII. Et que les Bêtes ne penſent point.

Ce qu'il aſſure, qu'il n'y a que l'homme ſeul entre tous les Animaux qui ait la faculté de penſer, & de ſe reſſouvenir, peut avoir un très-bon ſens : car outre que le mot Grec, dont il ſe ſert, ſignifie *deliberer*, & conſulter, ſelon la remarque de Scaliger ; ſi nous y prenons bien garde ; nous trouverons auſſi que le mot *Cogitare*, dont s'eſt ſervi l'Interprete d'Ariſtote, & celui de *Penſer*, dont nous nous ſervons, ſignifie la même choſe que βουλεύεσθαι d'Ariſtote ; & qu'en effet nous ne diſons *penſer*, ou *cogitare*, que pour exprimer l'attention ſérieuſe & la reflexion que nous faiſons ſur quelque choſe. Et en ce ſens nous diſons auſſi avec Ariſtote que les Bêtes ne penſent point : ce qui n'empêche nullement qu'elles n'ayent de veritables ſentimens, & des connoiſſances ſenſibles.

XCVIII. Qu'on ne peut nier que les Bêtes n'ayent des ames.

De tout ceci on peut tirer quelque éclairciſſement, pour ſçavoir quel peut être ce principe qui fait toutes ces operations ſenſibles dans les Animaux : car ces Philoſophes qui ne veulent pas que les Bêtes ayent des connoiſſances, ne veulent pas auſſi qu'elles ayent des ames : ainſi le principe de leurs actions ne conſiſte, ſelon eux, que dans ſes reſſorts & dans l'arangement de leurs parties. * Je trouve encore que parmi les Peres, ſaint Gregoire de Nyſſe a aſſuré que les Bêtes n'ont point d'ame; & que ce qu'on apelle ame dans les Animaux ou dans les Plantes, ne participe pas plus veritablement de la nature de l'ame, qu'une pierre qui auroit la reſſemblance du pain, participe de la nature du pain. Sans m'arrêter à expliquer le ſens de ce Pere, qui eſt bien éloigné de la penſée des nouveaux Philoſophes, il me ſemble, qu'à moins que de faire une queſtion de nom & de vouloir changer l'inſtitution & l'uſage des mots, on ne peut nier que les animaux n'ayent des ames. Ce ſeroit une entrepriſe bien puerile, ſi l'on vouloit dire que les Animaux ne vivent point. Ils vivent ſans doute, & ils meurent auſſi. Il faut donc qu'ils ayent en eux quelque principe qui les faſſe vivre : & ce principe, de quelque nature qu'il puiſſe être, eſt ce que nous appellons une Ame. Ainſi on ne peut, ce me ſemble, ſans quelque ſorte de puerilité, conteſter au fond que les Bêtes n'ayent une ame.

* De Opiſ. Hom. c. 15. & c. 30.

XCIX. Si l'ame des Bêtes eſt le ſang ou les eſprits.

Maintenant, pour déterminer ce que c'eſt que cette ame, quelques-uns ſe ſervent des expreſſions de la ſainte Ecriture ; † & ſaint Baſile ne croit pas qu'un Chrétien puiſſe être en peine

† Hom. 8. in Hex.

de sçavoir quelle est la nature de l'ame des Bêtes, aprés que la sainte Ecriture a si souvent déterminé que ce n'est que leur sang. Quelques-uns néanmoins, nonobstant tous ces Passages, ne pensent pas être dans l'erreur pour avoir d'autres sentimens, & pour dire que l'ame des Bêtes consiste particulierement dans un feu très subtil & très-agissant, qui étant repandu dans tous leurs membres, leur donne cette vigueur qui les entretient dans l'action & dans la vie. Il y en a qui expliquant tout par le moyen de leurs Atomes, pensent nous donner de grandes lumieres, quand ils nous disent que de ces petits corps les plus délicats, qu'on appelle *Esprits*, sont ceux qui font la nature de l'ame; & suivant cette explication, il faut dire tout au contraire de ce que dit saint Gregoire de Nysse; sçavoir, que l'ame de l'homme n'est ame que par métaphore, & que celle des Bêtes est la seule qui doive être appellée veritablement ame, puisque ce mot, dans son origine, signifie la même chose que celui *d'esprit*, c'est-à dire, ce qu'il y a de plus subtil & de plus actif dans le corps.

C. *Qu'il n'y a ni atomes, ni esprits, ni corps imaginable qui suffise pour faire la fonction d'une ame.*

C'est une chose admirable, que tous ces Philosophes qui nous reprochent perpetuellement que nous voulons les payer de mots qui ne signifient rien, & que nous leur repondons à toutes leurs demandes par une Vertu, ou par une Forme, pensent nous donner un grand éclairciſſement ſur ce ſujet, en nous diſant ce qu'ils diſent à toutes les queſtions, que ce ſont de certains atomes, de certains eſprits, ou un certain feu, qui aſſurément ne ſont que des mots auſſi vagues que le ſont ceux de formes ou de vertus, & qui ne nous donnent pas plus de lumiere pour voir le détail des choſes, que font les qualitez occultes. Je n'entreprens pas ici de faire voir le peu de raiſon que ces Meſſieurs ont de ſe donner dans cette rencontre de l'avantage pardeſſus les Philoſophes ordinaires; mais je m'arrête ſeulement à montrer qu'il n'y a ni feu, ni atomes, ni eſprits, ni corps imaginable, pour ſubtil & pour agiſſant qu'il puiſſe être, qui ſoit capable de faire la fonction d'une ame, & d'être le Principe des ſentimens & des connoiſſances que j'ai fait voir qui ſe trouvent dans les Bêtes. Je ne parle pas maintenant des raiſons generales, qui prouvent que l'ame étant une forme, & toute forme devant penetrer la matiere, & lui être intimement preſente en toutes ſes parties, nulle forme ne peut être un corps (entendant par le corps une ſubſtance complette, & étenduë ſuivant ſes trois dimenſions) parce que nul corps ne peut penetrer un autre corps. Ces raiſons, quelque belles & quelque convainquantes qu'elles ſoient, ne feroient pas d'impreſſion ſur des eſprits qui ſont déja prevenus, & qui ont de la peine à ſouffrir ſeulement le mot de formes, bien loin de vouloir penetrer les raiſons qui nous convainquent de leur exiſtence. Sans ſortir de nôtre ſujet, voici une preuve qui me ſemble aſſez forte, pour établir ce que j'ai avancé.

CI. Les raisons qui prouvent que nous avons une Ame spirituelle.

Si je demande à quelqu'un de ces Messieurs comme quoi l'on peut démontrer que nous avons une ame spirituelle;ils me repondront,sans doute, que c'est par la propre experience que nous avons de certaines operations qui se passent en nous,& qui sont de telle nature,qu'il n'y a corps au monde qui soit capable de les produire; & qu'ainsi il faut qu'il y ait en nous un principe de ces operations qui ne soit pas un corps,mais un pur esprit, c'est-à-dire, une ame spirituelle.

CII. Prouvent aussi que les Bêtes ont une ame qui n'est pas un corps complet.

Mais appliquons ce raisonnement à nôtre sujet. Nous sommes convaincus que les Bêtes voyent, qu'elles sentent, qu'elles apperçoivent en quelque maniere les objets, & les distinguent les uns des autres. Il est évident que voir,sentir, appercevoir, & distinguer les objets, sont des operations qui ne peuvent proceder d'aucun corps imaginable, prenant le corps simplement pour une substance complette & étenduë en longueur, en largeur, & en profondeur. Divisez cette substance en tant de petits morceaux qu'il vous plaira; donnez à toutes ces parties les figures du monde qui nous sembleront les plus propres; arrangez-les,mouvez-les, tournez-les en tout sens; jamais vous n'en viendrez à me faire concevoir que ces parties ainsi muës & arrangées, puissent voir & sentir

& appercevoir les objets de la façon que j'ai montré que les Bêtes les apperçoivent, & les reconnoissent. Il faut donc que dans ces Animaux, outre ce corps sensible, & cette substance étenduë que nous découvrons par nos sens, il y ait quelque principe que nous ne voyons pas, & qui fasse en eux à proportion, ce que fait en nous nôtre ame raisonnable, c'est-à-dire, qui ait la faculté de produire ce que nul còrps imaginable n'est capable de faire.

CIII. Cette ame des Bêtes est materielle, quoiqu'elle ne soit pas un corps complet.

On dira peut-être que cette raison prouveroit que les Bêtes mêmes ont une ame raisonnable & spirituelle : Car en disant que nos operations ne peuvent provenir d'aucun corps imaginable, nous concluons d'abord que le principe d'où elles partent n'étant pas un corps, doit être un pur esprit. Si donc nous disons que les sentimens des Bêtes ne peuvent être produits d'aucun corps, il faut aussi qu'ils procedent d'un pur esprit. Mais il faut remarquer que nous parlons autrement du principe de nos operations que de celui des operations des Bêtes. Nous disons que les pensées des hommes ne peuvent provenir non-seulement d'aucun corps, mais encore d'aucun principe materiel, pour parfait qu'il puisse être d'ailleurs ; & qu'ainsi ce principe doit être un esprit : mais pour les sentimens des Bêtes, nous disons à la verité qu'ils ne peuvent être faits par aucun corps imaginable, mais nous ne diſons pas qu'ils ne puiſſent proceder de quelque principe materiel ; au contraire, nous diſons que ces penſées qui emportent cette reflexion qu'elles font indiviſiblement ſur elles-mêmes, ſont le ſeul caractere de la ſpiritualité, & que ces connoiſſances ſenſibles des Bêtes n'ont rien de ſi diſproportionné à la matiére, qu'elles ne puiſſent proceder d'un principe corporel.

CIV. Exemple.

Si nous prenions un homme qui eût paſſé toute ſa vie à travailler aux mines ; qui n'eût jamais rien vû que de l'or & de l'argent ; qui ne ſçût ce que c'eſt que graveure ou ſculpture, & qu'on lui fît voir l'impreſſion de quelque excellente figure faite ſur de la cire avec un cachet : n'eſt-il pas vrai que cet homme en conſiderant ce cachet ſimplement comme une piéce de métal, ſans s'aviſer encore de la graveure qui y eſt, ſeroit un peu en peine de ſçavoir comment un morceau d'argent de même nature que celui qu'il manie tous les jours, eſt capable de former ſur de la cire une figure ſi réguliére ? N'eſt-il pas vrai encore, que ſi cet homme étoit tant ſoit peu raiſonnable, il pourroit dire ; non, il n'eſt pas poſſible qu'un effet ſi extraordinaire provienne d'une piéce d'argent, en conſiderant ce métal, comme il l'a toûjours conſideré, c'eſt-à-dire, comme un corps de ſoi-même irrégulier, malleable, & fuſile. Ne pourra-t-il pas donc conclure, qu'il faut aſſeurément que dans ce cachet il y ait quelque choſe d'extraordinaire, qui ne ſoit pas ſimplement de l'argent, tel qu'il l'a toûjours conſideré juſqu'alors ? Oüi, ſans doute, il le pourra. Mais davantage, si on le pressoit de dire ce qu'il pense encore de la nature de ce principe, qui peut former sur la cire cette figure, & s'il ne croit pas qu'il faille dire que c'est un pur esprit ? S'il a lui-même de l'esprit, il dira sans doute que non, parce qu'après tout, cet effet qu'il remarque, tout extraordinaire qu'il lui paroît, & tout incapable qu'il est d'être produit par une simple piéce d'argent, n'est pas néanmoins si au-delà de la puissance corporelle, qu'il ne puisse être produit par quelque chose de corporel, tel que pourroit être une semblable figure gravée sur le métal.

CV. Les operations des Bêtes démontrent qu'il y a en elles quelque chose outre le corps sensible.

Nous en disons de même à l'égard des Bêtes. Certainement, il n'est pas possible que leurs operations procedent du corps, en prenant le corps simplement comme une substance que nous voyons étenduë suivant ses trois dimensions : il ne suffit pas même d'y ajoûter des figures, des arrangemens de parties ou des mouvemens ; rien de tout cela n'est capable de nous faire comprendre comment une Bête pourroit sentir : il faut donc dire qu'il y a outre tout cela quelque autre principe, que nous appellons *la forme*; & puisque ces operations ne sont pas au-delà de la puissance corporelle, il n'est pas besoin de dire que cette forme est un pur esprit, mais ce peut être une forme materielle.

CVI. Quelques-uns ne reconnoissent point d'autres êtres corporels que ce qui est un corps.

Quelques-uns des nouveaux Philosophes dans la pleine persuasion où ils sont qu'on ne les croira pas, avoüent franchement qu'ils ont l'esprit trop grossier pour comprendre cette Philosophie; qu'une si grande subtilité les passe; & que pour eux ils ne peuvent point concevoir qu'il y ait au monde autre chose de corporel que ce qui est un corps, c'est-à-dire, une substance étenduë en longueur, en largeur, & en profondeur. Ces Messieurs, en parlant avec une si grande humilité, pourroient bien en dire tant, qu'on viendroit à prendre toutes ces expressions pour une declaration sincere, & non pas pour une ironie. Les Epicuriens accoûtumez à raisonner suivant les sens, ne reconnoissoient dans la nature que les choses sensibles; & quand on leur parloit des Esprits, ils faisoient les humbles, & disoient de même qu'ils n'avoient pas l'esprit assez subtil pour concevoir une substance qui ne fût ni noire ni blanche, ni dure, ni molle, ni courte, ni longue, ni en un mot étenduë. Ces gens-là pretendoient se railler, & ils étoient persuadez que tout le monde auroit pour eux des sentimens pareils à ceux qu'ils avoient eux-mêmes, & qu'on ne les prendroit pas pour des esprits grossiers, quand ils feroient profession de n'avoir pas la conception assez fine pour comprendre qu'il y eût rien dans la nature que des corps. Mais par malheur il s'est trouvé que le monde n'a pas eu pour eux toute la condescendance possible; & que ce qu'ils pretendoient dire ainsi par raillerie, a été pris fort sérieusement. En effet, il faut avoir l'esprit bien grossier, pour ne pas concevoir que nos propres conceptions ne peuvent provenir que d'un pur esprit.

CVII. Qu'il y a des choses corporelles qui ne sont pas elles-mêmes des corps.

Nos Philosophes n'apprehendent-ils pas qu'il ne leur arrive quelque chose de semblable, lors qu'ils font une protestation si solemnelle, qu'ils ne reconnoissent au monde rien que de corporel ou de spirituel ; & qu'ils ajoûtent que parmi les choses corporelles, ils ne conçoivent rien que ce qui est une substance étenduë en longueur, en largeur & en profondeur. Mais quoi, ne reconnoissent-ils pas qu'il y a du mouvement dans la Nature ? Et le mouvement est-ce à leur avis une substance étenduë en longueur, en largeur, & en profondeur ? Quoi donc, seroit-ce une chose spirituelle, c'est à-dire, une substance qui pense ? Direz-vous que le mouvement, c'est le corps même qui se meut ? Mais prenez garde de ne dire vous-même quelque chose de plus inconcevable que ce que vous faites profession de ne pouvoir comprendre. Qu'une boule soit en repos, il est certain qu'alors il n'y a point de mouvement en elle. Qu'ensuite elle soit poussée, & qu'elle commence à se mouvoir, il est encore certain qu'elle a pour lors un mouvement, qui n'étoit pas en elle auparavant, & que ce mouvement lui est survenu de nouveau. Le mouvement n'est pas un pur néant : il faut donc dire que quelque chose de nouveau est survenu. Cette chose ne peut être une substance étenduë en longueur, en largeur & en profondeur, puisqu'il est bien visible qu'il n'est point survenu à cette boule aucune nouvelle substance étenduë de la sorte, & ce seroit une imagination bien plaisante de croire qu'il y eût là deux corps, l'un ancien, qui seroit la boule, & l'autre nouveau, qui seroit le mouvement. La boule donc & le mouvement ne sont pas deux corps. Et cependant le mouvement étant survenu de nouveau au corps de la boule, il faut reconnoître quelque chose qui n'est pas corps, & qui appartenant néanmoins au corps, est quelque chose de corporel; & c'est ce que nous appellons des Modes, ou des Accidens.

CVIII. Qu'outre les modes, il y a encore des Formes, qui ne sont pas des corps.

Je ne voi rien au monde de plus convainquant que la necessité de reconnoître ainsi les modes des corps & leurs accidens, ensorte que ces choses étant de nouveaux modes survenus au corps, ne soient pas elles-mêmes de nouveaux corps. Or il me semble que par la même conviction nous sommes dans la necessité de reconnoître d'autres choses, que nous appellons *Formes substantielles*; & qui n'étant ni corps, ni modes ou accidens des corps, sont néanmoins quelque chose de corporel. Car comme dès lors que nous concevons que le corps est dans le mouvement où il n'étoit pas auparavant, nous concluons qu'il y a quelque chose qui est survenu de nouveau, à raison de quoi nous pouvons dire veritablement que ce corps est meu, lui qui auparavant étoit en repos : aussi puisque dans un animal qui vient de naître, nous trouvons que le corps a maintenant une certaine disposition qu'il n'avoit pas auparavant, par laquelle il est rendu capable de sentir, & de connoître en quelque maniere ; nous devons absolument dire qu'il est survenu à ce corps quelque chose de nouveau, qui le constituë dans cet état, & à raison de laquelle nous pouvons dire veritablement, voilà un animal. Il faut donc necessairement qu'il y ait là-dedans une Forme substantielle ; puisque par ce mot nous n'entendons autre chose que cet état, ou cette disposition, ou enfin cette chose, qui fait que ce corps devient animé, & à raison de laquelle nous disons que c'est là un animal.

CIX. Difference des formes & des modes.

Il faut bien remarquer la difference qu'il y a entre les modes ou accidens, & les formes substantielles : car quand une boule, aprés avoir été quelque-temps en repos, reçoit le mouvement ; la substance de la boule, qui étoit peut-être d'yvoire, n'est pas pour cela changée. C'est toûjours de l'yvoire, & elle n'a changé que selon la mode, ou l'accident. De même une cire, pour être faite ronde de quarrée qu'elle étoit, ne change pas pour cela de substance ; elle est toûjours cire comme auparavant, & elle n'a fait que changer de figure. De sorte que le mouvement & la figure ne constituent pas de nouvelles substances, mais seulement de ces nouveaux composez, que nous appellons accidentels. Comme ici la figure ne constituë pas une nouvelle cire, c'est-à-dire, une substance, mais seulement un *rond*, ou une *cire-ronde* qui n'est qu'un nouveau composé accidentel : mais dans la production d'un animal, il y a quelque chose de plus que d'accidentel : car il est manifeste que nous pouvons dire qu'il y a au monde un animal qui n'y étoit pas auparavant. Or un animal est une substance, dont la nature est infiniment differente de toute substance, qui ne seroit point animée. Et comme l'homme fait, sans contredit, une substance particuliere, differente de toute autre substance corporelle : aussi à proportion tout animal doit faire une substance differente de toute autre substance corporelle. Or cette nouvelle substance n'est nouvelle, & n'est substance d'animal, qu'en vertu de cette nouvelle chose qui lui est survenuë, & qui lui donne la faculté de sentir, & de faire toutes ses fonctions, & qui en un mot le constituë en être d'animal. Il faut donc dire que cette nouvelle chose est une Forme substantielle, puisque par ce mot nous n'entendons que cela même qui constituë une substance; & qui survenant de nouveau, fait une nouvelle substance, ou qui la corrompt en se retirant.

CX. La doctrine des Formes n'a rien que de raisonnable.

Qu'y a-t-il en toute cette doctrine qui ne soit très clair & très-intelligible, & même très-manifeste ? Pourquoi donc ces nouveaux Philosophes prennent-ils tant de plaisir à déclamer contre la doctrine des Formes ? Pourquoi s'efforcent-ils de la faire passer pour absurde & pour inconcevable ? Si nous faisions en ceci comme ces Messieurs qui expliquent la plûpart des questions par des hypotheses arbitraires ; si nous mettions seulement, comme par une supposition faite à plaisir, qu'il y a des formes & des ames dans les animaux ; je ne croi pas qu'ils pussent trouver rien à redire à cette hypothese. Il n'est pas impossible qu'il y ait dans la Nature des ames qui soient les formes des animaux, puisque la raison nous convainc que nous avons des ames, & que les décisions des Conciles * ne nous permettent point de douter que ces ames ne soient de veritables formes des hommes. Il n'est pas impossible non plus que ces formes soient materielles, quoique ce ne soient point des corps complets, & des substances étenduës ; puisque nous sçavons qu'il y a des formes accidentelles, comme sont les modes, qui n'étant pas des corps, sont néanmoins quelque chose de corporel. Il n'est pas impossible qu'une de ces formes substantielles soit unie avec un corps disposé pour cela, & fasse avec lui un Tout, & un animal, qu'elle distingue de toute autre espece ; puisque nôtre ame est unie de cette sorte à nôtre corps, & nous distingue de tout le reste des animaux. Il n'y a donc dans cette hypothese rien d'impossible.

* De Vienne, sous Clement V. De Latran, sous Leon X.

CXI. *Cette doctrine prise pour une simple hypothese.*

D'ailleurs, ayant une fois supposé ces formes, nous expliquons très-commodément toutes les productions de la Naturs : nous faisons aisément comprendre la difference qu'il y a entre un changement purement accidentel, que nous appellons *altération*, & une production substantielle, que nous appellons *generation*, & *corruption*. Nous expliquons encore la maniere d'agir des animaux; ce qu'on ne peut faire sans cela, quelque recherche que l'on fasse de la disposition particuliere de la machine qui fait le corps des animaux. S'il n'y avoit dans les Bêtes que de ces mouvemens que nous appellons naturels, comme sont l'agitation du cœur, la digestion, & semblables ; peut-être seroit-ce une chose assez raisonnable de vouloir expliquer cela par la disposition d'une certaine machine, pourvû néanmoins qu'on reconnût de bonne foi que tout ce que l'on diroit sur cette disposition particuliere, seroit aussi vague & aussi indéterminé que le mot general de forme ou de qualité. Mais quand on vient à considerer la diversité prodigieuse des actions spontanées, & que l'on fait reflexion que toutes ces actions dans leur diversité, sont néanmoins très-propres à une fin generale, qui est toûjours le bien & la conservation de l'animal, & qu'elles vont à cette fin dans toutes les circonstances particulieres, par les voyes les plus courtes, & les plus assurées qu'on sçauroit imaginer ; certainement, il n'y a machine au monde qui puisse nous satisfaire.

CXII. Est preferable à l'opinion de la machine.

Mais si nous reconnoissons une fois qu'il y a une ame dans les animaux qui apperçoive les objets, qui les distingue, & qui par la vûë & le sentiment soit déterminée à agir; nous n'avons plus nulle peine à comprendre comment se font toutes ces diverses actions, puisque l'exemple de ce que nous experimentons en nous-mêmes nous instruit suffisamment, & nous convainc que ces mouvemens se peuvent faire dans les Bêtes, comme ils se font en nous, par la direction d'un principe, qui connoît & qui distingue les objets. Ainsi, à ne considerer ces deux manieres d'expliquer la nature des animaux, que comme deux hypotheses, dont l'une suppose une ame, & l'autre de certaines dispositions de la machine qu'on ne sçauroit d'ailleurs déterminer; je ne croi pas qu'on puisse raisonnablement contester que celle qui suppose des ames, ne soit sans comparaison la plus naturelle.

CXIII. Cette doctrine des Formes n'est pas une pure hypothese.

Mais d'ailleurs, j'ai fait voir positivement qu'il n'y a disposition imaginable de machine qui suffise à nous faire concevoir comme quoi les Bêtes peuvent sentir & appercevoir, comme elles sentent & apperçoivent; & que par consequent il faut necessairement reconnoître quelque chose outre toutes ces dispositions de parties & de ressorts que nous connoissons. Ainsi, il ne reste plus aprés cela aucune vrai-semblance à l'hypothese des machines; & le sentiment qui reconnoît les ames, ne doit plus passer pour une simple hypothese, mais pour la pure verité.

CXIV. Objection renouvellée que Dieu peut faire....

Il me reste encore à resoudre une difficulté qu'on pourroit faire, suivant ce qui a été déja proposé au §. 20. & aux suivans, pour faire voir qu'absolument des machines sont capables de tous les mouvemens que nous remarquons dans les Bêtes. Car enfin, Dieu ne peut-il pas faire une machine avec cette industrie, que ressemblant parfaitement à un animal, elle en imite les actions? En ce cas, nous prendrions cette machine pour un animal; nous n'y pourrions remarquer aucune difference qui la fit distinguer des autres Bêtes: & quoi qu'il en soit, de ce que nous venons de dire des connoissances & des perceptions sensibles, qui se trouvent en nous, nous ne pouvons nullement sçavoir si en effet les Bêtes ont de semblables connoissances: nous n'avons jamais penetré dans l'interieur de leur ame; & tout ce que nous sçavons d'elles, est ce que nous voyons au dehors, qu'en de certaines circonstances, elles font de certains mouvemens. Or la raison qui nous a obligé de reconnoître une ame dans les Bêtes, n'est pas tirée de ce que nous voyons en elles, ces sortes de mouvemens considerez simplement comme des mouvemens; mais c'est que nous considerons ces mouvemens comme procedans de la détermination des connoissances sensibles, qui certainement ne peuvent pas être ſans ame. Mais dans ce cas, où nous ſuppoſerions que Dieu eût fait une machine toute ſemblable à une Bête, tous les mouvemens s'y trouveroient ; ils ſeroient produits ſans aucune connoiſſance, & ſans aucun ſentiment ; nous ne trouverions aucune difference dans cette machine qui nous la fit diſtinguer des animaux ; en un mot, nous la prendrions pour un veritable animal Pourquoi donc ne dirons nous pas qu'en effet tous les animaux ſont des machines ? Quelle raiſon nous oblige à croire que leurs mouvemens ſe faſſent avec connoiſſance ? Et puiſqu'on peut ſe paſſer d'un principe connoiſſant, pourquoi prend-on plaiſir à s'embarraſſer l'eſprit, en admettant ſans neceſſité une choſe auſſi difficile à concevoir, qu'eſt une ame materielle capable de connoiſſance & de ſentiment ?

CXV. Une machine qui imite en tous ſes mouvemens les actions des animaux.

Je ne penſe pas qu'on puiſſe m'oppoſer rien de plus fort après ce que j'ai dit, pour l'éclairciſſement des autres difficultez. Voilà pourquoi je dois faire mon poſſible pour répondre à cette derniere objection, & j'eſpere auſſi d'y ſatisfaire pleinement. On convient aſſez, que voir, entendre, & generalement ſentir, emporte eſſentiellement quelque ſorte de connoiſſance : nos Philoſophes nouveaux en tombent d'accord ; ils ſont les premiers à nous faire remarquer que le ſentiment eſt une eſpece de connoiſſance ; & c'eſt pour cela que nous voulant point accorder aux Bêtes aucune connoissance, ils ne veulent pas aussi qu'elles ayent aucun sentiment. Nous convenons encore que les connoissances, de quelque nature qu'elles soient, ne peuvent absolument provenir d'aucune machine imaginable. Ainsi, si nous supposons une fois que les Bêtes sentent, & qu'elles connoissent, il n'y a plus sujet de douter; & sans difficulté nous devons dire absolument que Dieu ne sçauroit faire une machine qui fasse ce que font les Bêtes, comme nous disons hardiment, sans crainte de trop limiter la puissance de Dieu, qu'il ne sçauroit faire une machine qui fasse ce que font les hommes, parce qu'il n'y a figure au monde, ni situation de parties, ni ressorts imaginables, qui puissent produire des connoissances & des sentimens. Que si nous avons égard aux seuls mouvemens, considerez simplement en eux-mêmes comme des mouvemens; alors nous ne pouvons pas douter que Dieu ne puisse faire des machines qui fassent tous ces mouvemens, avec toute cette varieté qui se trouve dans les circonstances particulieres. Et certainement, ce seroit avoir une idée bien petite de la puissance de Dieu, que de la limiter de la sorte, & de croire qu'il n'est pas un assez industrieux ouvrier pour faire une machine, qui ne differe que comme du plus & du moins d'une infinité de machines, que les hommes sont capables de faire. Toute la difficulté consiste donc à sçavoir, si en effet Dieu ne l'a pas ainsi pratiqué, & si les corps que nous voyons, & que nous avons pris jusques-ici pour des animaux, ne sont que de pures machines, qui ne meritent le nom d'animal que par l'établissement de l'usage, qui fait que nous apellons animal les machines automates qui sont faites par l'industrie de la nature, & non pas par l'artifice des hommes.

CXVI. Que Dieu ne l'a pas fait.

Sur cela je trouve des raisons non-seulement plausibles, mais convainquantes, qui prouvent incontestablement, que Dieu n'en a pas usé en effet de la sorte, & qu'à moins que d'avoüer que Dieu nous peut tromper, il faut dire que ce ne sont point là de pures machines naturelles, mais que ce sont de veritables animaux, qui ont des connoissances & des sentimens. Il y a une infinité de choses qui ne sont point absolument au-delà de la puissance de Dieu, & que néanmoins nous jugeons impossibles, ayant égard à sa sagesse. N'est-il pas vrai qu'un Ange peut prendre toutes les apparences d'un homme, & converser en cet état familierement avec nous? Si un le peut, trente le peuvent aussi: il n'y a donc pas de répugnance que tous ceux qui ont vécu parmi nous, & que nous avons pris pour des hommes, ne soient des Anges qui se sont déguisez. Qui doute que Dieu absolument parlant, ne puisse faire que tout ce que je prens pour le Ciel & pour les Etoiles, ne soit qu'une pure illusion? Et cependant pourrois-je me persuader sérieusement, que peut-être il n'y a que moi d'homme au monde qui ait un corps, & que tout le reste soit des phantosmes? Ce soupçon ne sçauroit venir dans l'esprit d'un homme raiſonnable ; & il n'y auroit pas moins de folie de révoquer en doute l'exiſtence réelle du monde viſible, que de nier la verité des premiers principes. Vous avez beau dire que les ſens ſont trompeurs ; qu'il peut y avoir abſolument de l'illuſion dans les apparences des objets ; que nous pouvons nous imaginer des choſes qui ne ſont point : tout ce que vous me ſçauriez dire ſur ce ſujet, ne ſera pas capable de m'ébranler le moins du monde. Je ſerai toûjours perſuadé qu'il y a des hommes, & des étoiles ; & vous me feriez auſſi-tôt douter de ma propre exiſtence, que de celle d'un Soleil, ou d'un Monde. La perſuaſion ſecrette & intime dans laquelle nous naiſſons, que Dieu n'agit que trés-conformément à une ſageſſe infinie, ne nous laiſſe pas la liberté de douter que ce qui nous paroît un monde, avec une ſuite ſi conſtante & ſi conforme à elle-même, ne ſoit effectivement un monde.

CXVII. Dieu nous tromperoit, ſi les Bêtes n'étoient que de pures machines.

J'en dis autant à l'égard des animaux. Car lors qu'un Jongleur nous fait voir des marionnettes qui marchent, qui parlent, & qui font des actions ſemblables aux nôtres ; nous ne doutons point qu'il ne nous trompe, parce qu'à voir toutes ces actions extérieures, nous ſommes d'abord naturellement portez à juger qu'elles ſe font là de la même maniere qu'elles ſe font en nous-mêmes ; & qu'ainſi ce que nous voyons sont de petits hommes. Or faire ainsi ce qui nous peut porter naturellement à juger que des marionnettes sont des hommes, c'est nous tromper. De même, à considerer les Bêtes, & leurs actions si semblables aux nôtres, nous jugeons d'abord qu'elles se font dans les Bêtes comme en nous mêmes, avec connoissance & avec sentiment : ainsi, si toutes ces Bêtes n'étoient que de pures machines, que pourrions-nous dire de celui qui nous les presenteroit, & qui les feroit joüer devant nous comme des marionnettes ? La bienséance & le respect avec lequel nous devons parler de Dieu, ne nous permet pas de nous arrêter long-temps sur cette pensée : mais certainement, il semble que ceux qui nous parlent ainsi des machines, nous en proposent l'auteur comme le plus habile de tous les Jongleurs ; puisqu'après tout, il n'y a personne qui ne s'apperçoive aisément de la tromperie de ces petits tours de passe passe de nos charlatans ; au lieu que tous les hommes du monde, en considerant de près les organes des sens, & les actions qui se remarquent dans les Bêtes, ne sçauroient y trouver aucune difference, ni reconnoître en quoi pourroit consister la tromperie. Il est vrai qu'à la vûë de toutes ces actions des Bêtes, nous sommes aussi quelquefois portez à leur donner de la raison & de la liberté ; mais cela ne peut pas faire grande impression sur nos esprits ; parce que, pour peu de reflexion que nous fassions à considerer que les Bêtes agissent toûjours uniformement dans de certaines circonstances, nous jugeons d'abord qu'elles agissent sans l'usage du libre arbitre, & par conſéquent ſans raiſon. Mais quelque ſoin que nous prenions de les conſiderer, nous ne pouvons jamais rien découvrir qui nous faſſe reconnoître que leurs actions ſe font autrement que celles des nôtres, qui ſe font par le moyen des connoiſſances purement ſenſibles, ſans aucune perception intellectuelle; & voilà la neceſſité qui nous oblige à reconnoître des ames materielles. Quelque difficulté qu'il puiſſe y avoir à former une idée claire & diſtincte de la nature de ces ames, nous ne devons pas heſiter là-deſſus, puiſque nous ſommes perſuadez qu'en une infinité de rencontres, il nous faut reconnoître des choſes, que nous ne pouvons d'ailleurs nous repreſenter clairement. La diviſibilité à l'infini, l'incommenſurabilité des lignes, la nature des aſymptotes, l'union de l'ame ſpirituelle & du corps, ſont aſſurément des choſes qui paſſent la plûpart des hommes: nous avons bien de la peine à concevoir tout cela; & néanmoins nous ſommes certains que cela eſt. Ainſi, après que nous avons fait voir la neceſſité abſoluë, qui nous oblige de reconnoître quelque choſe qui ne ſoit pas un corps, & qui ſoit l'ame & le principe des operations & des ſentimens des Bêtes, il ne ſert de rien de nous alleguer la difficulté que nous pourrions avoir de comprendre la nature & l'idée de cette ame & de ce principe.

CXVIII. Reflexion sur l'industrie de l'ouvrier qui a fait les machines des animaux.

Il ne me reste plus qu'à faire quelque reflexion sur la Sagesse infinie & incomprehensible de Dieu, qui se fait voir dans un ouvrage aussi admirable qu'est la formation des animaux. De quelque biais que l'on considere la maniére dont ils agissent, certainement on ne peut qu'être ravi d'admiration, en voyant qu'un petit corps puisse être composé de tant de parties differentes; que ces parties ayent un si grand rapport les unes avec les autres, pour se nourrir & pour croître; & que tous ces petits corps soient portez d'une si forte inclination à se conserver & à se multiplier; qu'ils puissent appercevoir, & être émûs si diversement à la presence des objets; en un mot, qu'ils fassent toutes leurs actions avec la même conduite que s'ils avoient de la raison: tout cela est prodigieux, de quelque maniere qu'il se fasse. Que ce soit un Automate qui se remuë par ressorts sans aucune connoissance; l'industrie de l'ouvrier qui aura sçû faire une machine si parfaite, en sera infinie; que ce soit une ame qui gouverne cette machine, & qui ayant des connoissances & des sentimens, en fasse mouvoir toutes les parties à propos, suivant le besoin des circonstances; la puissance de Dieu n'en sera pas moins admirable, puis qu'outre tant de ressorts qui composent cette machine, & qui en disposent tous les membres à faire les mouvemens qui leur sont propres, il aura trouvé le moyen de faire une ame, qui toute materielle qu'elle est, a la faculté de connoître, & d'appercevoir les objets; qu'il aura pû joindre cette ame avec cette machine d'un lien si intime & si indissoluble, que ces deux parties, je veux dire du corps & de l'ame, il se fait une substance unique & indivisible; & enfin, qu'il aura pû remplir toute la terre d'une infinité de diverses sortes d'animaux, qui sont d'une part si semblables à nous, & si approchans de nôtre nature; & d'une autre part si dissemblables, & si infiniment au-dessous de nous. Je ne voi rien de plus admirable, & qui nous fasse connoître plus sensiblement, combien grande doit être l'industrie de l'ouvrier, qui a pû faire ainsi ces choses; & en même-tems combien prodigieuse est la stupidité de ces personnes, qui ne conçoivent point que des machines si merveilleuses ne peuvent jamais avoir été faites que par le soin de quelque souveraine intelligence.* Ces gens-là n'ont qu'à *interroger les Bêtes*, & à les considerer; en les voyant si belles & si admirables, ils concevront clairement ce qu'elles leur répondront en se montrant elles-mêmes: *C'est Dieu qui nous a faites*; & il n'est pas possible que nous soyons de nous-mêmes, ni que le hazard nous ait fait naître.

* *Interrogatio mea*, *intentio mea*. (i. consideratio) *& responsio eorum*, *species eorum*. i. pulchritudo. *Aug*. 10. *Conf*. *c*. 6.

CXIX. Conclusion de ce Discours.

Reconnoissons donc cette souveraine Puissance ; & puisque nous ne pouvons pas ignorer ce qùe les Brutes mêmes semblent nous dire si hautement , que c'est Dieu qui nous a faits ; nous devons aussi lui rendre nos respects & nos hommages , le reconnoître comme nôtre souverain Seigneur, nous confesser ses esclaves & ses créatures, nous soumettre à ses volontez, vivre dans l'observation de ses Loix , & attendre de lui la recompense qu'il ne sçauroit refuser à ceux qui le servent de tout leur cœur. C'est à quoi doit aboutir toute nôtre Philosophie ; & sans cela , la consideration de la Nature est vaine & inutile.

Fin du Disc. de la Connoiss. des Bêtes.

TABLE

SUR LE DISCOURS de la Connoiſſance des Bêtes.

Fin de la Table de la Conn. des Bêtes.

Permission du Pere Provincial.

JE soussigné Provincial de la Compagnie de JESUS, en la Province de France, permets au P. IGNACE GASTON PARDIES, Religieux de la même Compagnie, de faire imprimer les Traitez qu'il a fait *de Geometrie, du Mouvement Local, de la Statique, ou Science des Forces Mouvantes, des Machines propres à faire des Quadrans, & de la Connoissance des Bêtes*, qui ont été approuvez de trois Theologiens de nôtre Compagnie. Fait à Paris le 15. Decembre 1671.

JEAN PINETTE.

PRIVILEGE GENERAL.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE, A nos Amez & Feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlemens, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra; SALUT. Nôtre bien amé LOUIS BRUYSET, Libraire à Lyon, Nous ayant fait remontrer qu'il avoit acquis de feu sieur Lions, *le Pseautier de la sainte Vierge, composé par saint Bonaventure, avec les Oeuvres du* P. IGNACE-GASTON PARDIES, *de la Compagnie de* JESUS; qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce necessaires: A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Exposant, NOUS lui avons permis & permettons par ces Presentes, de faire imprimer ledit Livre en tels volumes, formes, marges, caracteres, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout nôtre Royaume pendant le tems de six années consécutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. FAISONS défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression Etrangere dans aucun lieu de nôtre obéïssance: Comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Livre, en tout ni en partie; ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque pretexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, sans la Permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende, contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, de tous dépens, dommages & interêts, à la charge que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la datte d'icelles: que l'impression de ce Livre sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, en bon papier, & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé, qui aura servi de copie à l'impression dudit Livre, sera remis dans le même état, ou l'Aprobation y aura été donnée és mains de Nôtre trés-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur FLEURIAU D'ARMENONVILLE, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans Nôtre Bibliotheque publique; un dans celle de Nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtredit très cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur FLEURIAU D'ARMENONVILLE, Commandeur de nos Ordres; le tout à peine de nullité des Presentes; DU CONTENU desquelles Vous Mandons & Enjoignons de faire joüir l'Exposant, ou ses ayans-cause, pleinement & paisiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchemens. VOULONS que la Copie deſdites Preſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre, ſoit tenuë pour dûëment ſignifiée : & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos Amez & Feaux Conſeillers & Secretaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'Original; COMMANDONS au premier nôtre Huiſſier ou Sergent, de faire pour l'execution d'icelles, tous Actes requis & neceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires : CAR TEL EST NÔTRE PLAISIR. Donné à Fontainebleau le vingt-neuviéme jour du mois d'Octobre, l'an de Grace mil ſept cens vingt-quatre, & de nôtre Regne le dixiéme : Par le ROY en ſon Conſeil. FOUBERT.

Regiſtré ſur le Regiſtre V I. de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 103. fol. 90. Conformément aux anciens Reglemens, confirmez par celui du 28. Fevrier 1723. A Paris le 20. Novembre mil ſept cens vingt-quatre. Signé, BRUNET, Syndic.

A LYON, de l'Imprimerie de
PIERRE BRUYSET, ruë Belle-
Cordiere. 1725.